

Springer-Lehrbuch

Georg Hoever

Höhere Mathematik kompakt

 Springer Spektrum

Professor Dr. rer. nat. Dr.-Ing. Georg Hoever
Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik
Fachhochschule Aachen
Aachen
Deutschland
hoever@fh-aachen.de

ISBN 978-3-642-30333-3
DOI 10.1007/978-3-642-30334-0

ISBN 978-3-642-30334-0 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Mathematics Subject Classification (2010): 97U20

Springer Spektrum

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2013

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Planung und Lektorat: Clemens Heine, Dr. Christoph Iven

Zeichnungen: vom Autor

Satz: Autor

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.
www.springer-spektrum.de

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	ix
1 Funktionen	1
1.1 Elementare Funktionen	2
1.1.1 Lineare Funktionen	2
1.1.2 Quadratische Funktionen	6
1.1.3 Polynome	14
1.1.4 Gebrochen rationale Funktionen	18
1.1.5 Trigonometrische Funktionen	22
1.1.6 Potenzregeln und Exponentialfunktionen	27
1.1.7 Betrags-Funktion	31
1.2 Einige Eigenschaften von Funktionen	32
1.2.1 Symmetrie	32
1.2.2 Monotonie	33
1.2.3 Umkehrbarkeit	34
1.3 Umkehrfunktionen	37
1.3.1 Wurzelfunktionen	37
1.3.2 Arcus-Funktionen	39
1.3.3 Logarithmus	40
1.4 Modifikation von Funktionen	43
1.4.1 Verkettung	43
1.4.2 Verschiebung	44
1.4.3 Skalierung	45
1.4.4 Spiegelung	45
2 Komplexe Zahlen	47
2.1 Grundlagen	47

2.2	Eigenschaften	50
2.3	Polardarstellung	55
3	Folgen und Reihen	59
3.1	Folgen	59
3.2	Reihen	66
3.3	Potenzreihen	74
4	Grenzwerte von Funktionen und Stetigkeit	79
4.1	Grenzwerte	79
4.2	Stetigkeit	83
5	Differenzialrechnung	87
5.1	Differenzierbare Funktionen	87
5.2	Rechenregeln	92
5.3	Anwendungen	97
5.3.1	Kurvendiskussion	97
5.3.2	Regel von de L'Hospital	103
5.3.3	Newton-Verfahren	104
5.3.4	Taylor-Polynome und -Reihen	106
6	Integralrechnung	111
6.1	Definition und elementare Eigenschaften	111
6.2	Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung	119
6.3	Integrationstechniken	123
6.3.1	Einfache Integrationstechniken	123
6.3.2	Partielle Integration	125
6.3.3	Substitution	127
6.3.4	Partialbruchzerlegung	132
7	Vektorrechnung	135
7.1	Vektoren und Vektorraum	135
7.2	Linearkombination	139
7.3	Skalarprodukt	143
7.4	Vektorprodukt	150
7.5	Geraden und Ebenen	153

7.5.1	Geraden	153
7.5.2	Ebenen	156
7.5.3	Schnittpunkte	159
7.5.4	Abstände	162
8	Lineare Gleichungssysteme und Matrizen	167
8.1	Grundlagen	167
8.2	Gaußsches Eliminationsverfahren	172
8.3	Matrizen	180
8.4	Quadratische Matrizen	187
8.5	Determinanten	192
8.6	Eigenwerte und -vektoren	197
8.7	Quadratische Formen	200
9	Funktionen mit mehreren Veränderlichen	203
9.1	Einführung	203
9.2	Koordinatensysteme	205
10	Differenzialrechnung bei mehreren Veränderlichen	211
10.1	Partielle Ableitung und Gradient	211
10.2	Anwendungen	217
10.2.1	Lokale Extremstellen bei Funktionen mit mehreren Variablen	217
10.2.2	Jacobi-Matrix und lineare Approximation	218
10.3	Weiterführende Themen	222
10.3.1	Kurven	222
10.3.2	Kettenregel	224
10.3.3	Richtungsableitung	225
10.3.4	Hesse-Matrix	226
11	Integration bei mehreren Veränderlichen	231
11.1	Satz von Fubini	231
11.2	Integration in anderen Koordinatensystemen	234
	Literaturverzeichnis	240
	Sachverzeichnis	241

Vorwort

Dieses Buch umfasst die Standardthemen der höheren Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler. Dabei soll es nicht den Besuch einer Vorlesung oder ein Lehrbuch ersetzen, sondern soll als vorlesungsbegleitende Lektüre oder als Nachschlagewerk dienen. Ferner wird es von dem parallel erscheinenden „Arbeitsbuch höhere Mathematik“ als Referenz genutzt.

Ziel der Darstellung ist das Verständnis der Mathematik als Werkzeug für Ingenieure und Naturwissenschaftler. Auf strenge Beweise wird verzichtet. Um nicht von den wesentlichen Dingen abzulenken, sind die Voraussetzungen zu Sätzen oder Definitionen oft bewusst knapp gehalten, beispielsweise wird bei Verwendung von \sqrt{x} nicht immer darauf hingewiesen, dass x eine reelle Zahl mit $x \geq 0$ sein muss; solche Dinge sollten sich hoffentlich von selbst verstehen. Bei komplexeren Zusammenhängen sind Details in Fußnoten aufgeführt.

Der inhaltliche Aufbau orientiert sich an einem möglichen Aufbau einer Vorlesung zur Höheren Mathematik. Zunächst werden die Themen der Analysis in einer Variablen vorgestellt (Kapitel 1 bis 6), dann die der linearen Algebra (Kapitel 7 und 8). Abgesehen vom Gebrauch der Winkelfunktionen sind die Themen der linearen Algebra weitestgehend unabhängig von denen der Analysis und können daher auch vorgezogen werden. Die Kapitel 9 bis 11 führen dann in die Analysis von Funktionen mehrerer Veränderlicher ein.

Die wesentlichen Sachverhalte sind in Definitionen und Sätzen hervorgehoben. Bemerkungen geben weitere Erläuterungen und zeigen Querbezüge auf. Beispiele führen die konkrete Anwendung vor. Die Definitionen, Sätze, Bemerkungen und Beispiele sind durchlaufend für die einzelnen Abschnitte nummeriert (auch wenn einige Abschnitte nochmals strukturell unterteilt sind). Beispiele, die sich auf eine konkrete Bemerkung beziehen, sind eingerückt und an einer weiteren Nummerierungsebene erkennbar.

Da es für das Verständnis häufig gewinnbringend ist, Dinge aus verschiedenen Sichtweisen dargeboten zu bekommen, sind am Ende der einzelnen (Unter-) Abschnitte Verweise auf Lehrbücher abgedruckt, in denen die entsprechenden Themen ausführlich in einer teilweise ähnlichen, teilweise alternativ ergänzenden Darstellung beschrieben sind.

Ich hoffe, dass dieses Buch für die Studierenden eine hilfreiche Unterstützung darstellt und auch von manchen Dozenten als Referenz geschätzt wird. Über

Rückmeldungen freue ich mich, sowohl was die inhaltliche Darstellung oder fehlende Themen angeht, als auch einfach nur die Nennung von Druckfehlern. Eine Liste der gefundenen Fehler veröffentliche ich auf meiner Internetseite www.hoever.fh-aachen.de.

An dieser Stelle möchte ich mich bei den vielen Studierenden, Kollegen und Freunden bedanken, namentlich bei Florian Ersch und Reinhard Bodensiek, die zum Entstehen dieses Buches beigetragen haben, sei es durch Anregungen zur Darstellung, zur Digitalisierung oder zu Druckfehlern in den ersten Versionen. Ferner gebührt mein Dank dem Springer-Verlag für die komplikationslose Zusammenarbeit.

Aachen, im September 2012,
Georg Hoever