

Lecture Notes in Mathematics

Edited by A. Dold and B. Eckmann

Subseries: Fondazione C.I.M.E., Firenze

Adviser: Roberto Conti

1365

M. Giaquinta (Ed.)

Topics in Calculus of Variations

Lectures given at the 2nd 1987 Session of the
Centro Internazionale Matematico Estivo (C.I.M.E.)
held at Montecatini Terme, Italy, July 20–28, 1987



Springer-Verlag

Berlin Heidelberg New York London Paris Tokyo

Editor

Mariano Giaquinta

Istituto di Matematica Applicata, Università di Firenze

Via di S. Marta, 3, 50139 Firenze, Italy

Mathematics Subject Classification (1980): 49, 35, 53

ISBN 3-540-50727-2 Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York

ISBN 0-387-50727-2 Springer-Verlag New York Berlin Heidelberg

This work is subject to copyright. All rights are reserved, whether the whole or part of the material is concerned, specifically the rights of translation, reprinting, re-use of illustrations, recitation, broadcasting, reproduction on microfilms or in other ways, and storage in data banks. Duplication of this publication or parts thereof is only permitted under the provisions of the German Copyright Law of September 9, 1965, in its version of June 24, 1985, and a copyright fee must always be paid. Violations fall under the prosecution act of the German Copyright Law.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1989

Printed in Germany

Printing and binding: Druckhaus Beltz, Hemsbach/Bergstr.

2146/3140-543210

INTRODUCTION

The international course on "Topics in Calculus of Variations" was held at Montecatini, Italy, July 20-28, 1987, organized by the Fondazione CIME.

These proceedings contain the texts of the lectures presented by L. Caffarelli, J. Moser, L. Nirenberg, R. Schoen, A. Tromba. They also contain the lectures H. Brezis had originally planned and kindly agreed to provide, though he was prevented from coming.

I wish to express my gratitude to the lecturers and to all participants for their contribution to the success of the course. I would also like to express my special thanks to all the authors for undertaking the heavy task of writing the text of their lectures.

Mariano Giaquinta

Firenze, June 1988

TABLE OF CONTENTS

H. BREZIS, S^k -valued Maps with Singularities	1
L.A. CAFFARELLI, Free Boundary Problems. A Survey	31
J. MOSER, Minimal Foliations on a Torus	62
L. NIRENBERG, Variational Methods in Nonlinear Problems	100
R.M. SCHOEN, Variational Theory for the Total Scalar Curvature Functional for Riemannian Metrics and Related Topics	120
A.J. TROMBA, A Classical Variational Approach to Teichmüller Theory	155

C.I.M.E. Session on "Topics in Calculus of Variations"

List of Participants

L. AMBROSIO, Scuola Normale Superiore, Piazza dei Cavalieri 7, 56100 Pisa

G. ANZELLOTTI, Dipartimento di Matematica, Università di Trento, 38050 Povo (Trento)

A. AROSIO, Via Cocchi 10, 50131 Firenze

M. ATHANASSENAS, Math. Institut, Beringstrasse 4, D-5300 Bonn

P. AVILES, Department of Mathematics, University of California at San Diego,
La Jolla, CA 92003, USA

M. BADIALE, Via G. Conti 13, 30014 Cavarzere (VE)

G. BARTUZEL, Institute of Mathematics, Technical University of Warsaw,
Plac Jednosci Robotniczej 1, 00661 Warsaw

M.L. BERTOTTI, Dipartimento di Matematica, Università di Trento, 38050 Povo (Trento)

I. BIRINDELLI, Via dei Coronari 82, 00185 Roma

G. BUSONI, Istituto Matematico Università, Viale Morgagni 67/A, 50134 Firenze

L. CAFFARELLI, Institute for Advanced Study, Princeton, N.J. 08540, USA

P. CANNARSA, Dipartimento di Matematica, II Università di Roma, Via O. Raimondo,
00173 Roma

F. CATANESE, Dipartimento di Matematica, Università, Via Buonarroti 2, 56100 Pisa

G. CERAMI, Via G. Sciutti 156, 90144 Palermo

L. FU CHEUNG, Mathematisches Institut der Universität Bonn, Beringstr.4, 5300 Bonn 1

G. CHITI, Dipartimento di Matematica del Politecnico, Corso Duca degli Abruzzi 24,
10129 Torino

E. COMPARINI, Istituto Matematico Università, Viale Morgagni 67/A, 50134 Firenze

F. DAL FABBRO CROSTA, Dipartimento di Matematica del Politecnico,
Piazza L. da Vinci, 32, 20133 Milano

R. DAL PASSO, IAC-CNR, Viale del Policlinico 137, 00161 Roma

G. DEB RAY, St. Xavier's College, 30 Park Street, 700016 Calcutta, India

F. DEL BUONO, Via Eden 15, 52010 Badia Prataglia (Arezzo)

E. DI BENEDETTO, Facoltà di Ingegneria, Università degli Studi di Tor Vergata,
Via O. Raimondo, 00173 Roma

B. D'ONOFRIO, Via Veneto 21, 04020 SS. Cosma e Damiano (Latina)

F. DUZAAR, Mathematisches Institut, Universität Dusseldorf, Universitätsstr. 1,
D-4000 Dusseldorf

J. EELLS, I.C.T.P., Box 586, 34100 Miramare, Trieste

H. EGNELL, Department of Mathematics, Thunbergsvagen 3, 752 38 Uppsala, Sweden

VIII

- J. ESCOBAR, The University of Chicago, Department of Mathematics, 5734 University Av.
Chicago, Illinois 60637
- A. FASANO, Istituto Matematico Università, Viale Morgagni 67/A, 50134 Firenze
- M. FERRARIS, Dipartimento di Matematica, Via Ospedale 72, 090100 Cagliari
- G. FIORITO, Via XX Settembre 25, Pal. I, 95017 San Gregorio (Catania)
- M. FUCHS, Mathematisches Institut, Universitat Dusseldorf, Universitätsstr. 1,
D-4000 Dusseldorf
- M. GIAQUINTA, Istituto di Matematica Applicata, Via S. Marta 3, 50139 Firenze
- M. GIRARDI, Via Mercalli 21, 00197 Roma
- E. GIUSTI, Istituto Matematico Università, Viale Morgagni 67/A, 50134 Firenze
- G. GREGORI, Via Venosa 8, 00178 Roma
- M. GRUTER, Math. Institut, Universitat Bonn, Beringstr. 6, D-5300 Bonn
- F. HELEIN, Ecole Polytechnique, Dept. de Mathematiques, 91128 Palaiseau, France
- S. HILDEBRANDT, Drachenfelsstrasse 23, D-5205 St. Augustin 2, W. Germany
- L.A. IBORT, Dpto. de Fisica Teorica, Universidad de Zaragoza, 50009 Zaragoza, Spain
- P.-A. IVERT, Matematiska Institutionen, Universitetet i Linköping,
S-581 83 Linköping, Sweden
- F. JOSELLIS, Institut f. Reine u. Angewandte Mathematik RWTH Aachen,
D-5100 Aachen, W. Germany
- M. KOISO, Max-Planck-Institut für Mathematik, Gottfried Str. 26,
D-5300 3, W. Germany
- N. KOISO, Max-Planck-Institut für Mathematik, Gottfried Str. 26,
D-5300 Bonn 3, W. Germany
- J. KONDERAK, I.C.T.P., P.O. Box 586, Strada Costiera 11, 34100 Miramare, Trieste
- P. KUMLIN, Department of Mathematics CTH, S-412 96 Goteborg, Sweden
- P. LAURENCE, Courant Institute, 251 Mercer Str., New York, N.Y. 10012, USA
- F. LEONETTI, Dipartimento di Matematica pura e applicata, Università de L'Aquila,
Via Roma, 67100 L'Aquila
- H. LINDBLAD, Matematiska Institutionen, Lunds University, Box 118, 22100 Lund, Sweden
- M. LONGINETTI, IAGA-CNR, Via S. Marta 13/A, 50139 Firenze
- R. MAGNANINI, Istituto Matematico Università, Viale Morgagni 67/A, 50134 Firenze
- G. MANCINI, Dipartimento di Matematica, Piazza di Porta S. Donato 5, 40127 Bologna
- P. MARCATI, Dipartimento di Matematica pura e applicata, Università de L'Aquila,
Via Roma, 67100 L'Aquila
- M. MATZEU, Dipartimento di Matematica, Università "La Sapienza", Città Universitaria,
00185 Roma
- A. MAUGERI, Via Etnea 688, 95128 Catania
- M. MEIER, Mathematisches Institut, Beringstr. 4, D-5300 Bonn 1
- G. MODICA, Istituto di Matematica Applicata, Via S. Marta 3, 50139 Firenze

IX

- J. MOSER, ETH-Zentrum, CH-8092 Zurich, Switzerland
- M.K.V. MURTHY, Dipartimento di Matematica, Via Buonarroti 2, 56100 Pisa
- R. MUSINA, S.I.S.S.A., Strada Costiera, 34014 Grignano, Trieste
- L. NIRENBERG, Courant Institute of Mathematical Sciences, 251 Mercer Street,
New York, N.Y. 10012, USA
- F. NJOKU, S.I.S.S.A., Strada Costiera 11, 34014 Grignano, Trieste
- L. NOTARANTONIO, Viale Tirreno 187, 00141 Roma
- A. OLVERA, Depto. de Matematicas Aplicadas y Analisis, Facultad de Matematicas,
Universidad de Barcelona, Gran Via 585, Barcelona 08071, Spain
- F. PACELLA, Via Valsolda 111, 00141 Roma
- D. PALLARA, Via Vittorio Veneto 3, 73100 Lecce
- G. PALMIERI, Dipartimento di Matematica, Via G. Fortunato, 70125 Bari
- B. PELLONI, Via Ronciglione 5, 00191 Roma
- M.A. POZIO, Dipartimento di Matematica, II Università di Roma,
Via O. Raimondo, 00173 Roma
- C. PUCCI, Istituto Matematico Università, Viale Morgagni 67/A, 50134 Firenze
- R. PUTTER, Mathematisches Institut, Universitat Bonn, Beringstr. 6, D-5300 Bonn
- A. RATTO, Via De Amicis 8/17, 17100 Savona
- O. REY, Ecole Polytechnique, Departement de Mathématiques, 91128 Palaiseau, France
- R. RICCI, Istituto Matematico Università, Viale Morgagni 67/A, 50134 Firenze
- E. ROSSET, Via Isonzo 38, Codroipo (Udine)
- R. SCHOEN, Department of Mathematics, Stanford University, Stanford, Ca. 94305, USA
- P. SMITH, Max-Planck-Institut für Mathematik, Gottfried-Claren-Str. 26,
D-5300 Bonn 3, W. Germany
- K. STEFFEN, Mathematisches Institut, Universitat Dusseldorf, Universitätsstr. 1,
D-4000 Dusseldorf
- I. STRATIS, Department of Mathematics, University of Athens-Panepistimiopolis,
GR 15781 Athens, Greece
- D. STROTTMAN, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico 87544, USA
- M. STRUWE, Mathematik, ETH Zentrum, CH-8092 Zurich, Switzerland
- J. SZTAJNIC, Institute of Mathematics, Lodz University, ul. S.Banacha 22,
80-238 Lodz, Poland
- G. TALENTI, Istituto Matematico Università, Viale Morgagni 67/A, 50134 Firenze
- A. TARSIA, Dipartimento di Matematica, Via Buonarroti 2, 56100 Pisa
- N.A. TCHOU, Dipartimento di Matematica, Università "La Sapienza",
Città Universitaria, 00815 Roma
- B. TERRENI, Piazza Toniolo 10, 56100 Pisa
- E. TOMAINI, Via Cimarosa 2, 45100 Rovigo
- V.M. TORTORELLI, Scuola Normale Superiore, Piazza dei Cavalieri 7, 56100 Pisa

X

- F. TRICERRI, Istituto Matematico Università, Viale Morgagni 67/A, 50134 Firenze
- A. TROMBA, Max-Planck-Institut für Mathematik, Gottfried-Claren-Str. 26,
D-5300 Bonn 3, W. Germany
- L. TUBARO, Dipartimento di Matematica, Università di Trento, 38050 Povo (Trento)
- R. TURNER, Department of Mathematics, University of Wisconsin, 480 Lincoln Drive,
Madison, WI 53706, USA
- M. UGHI, Dipartimento di Scienze Matematiche, Piazzale Europa 1, 34127 Trieste
- G. VALLI, University of Warwick, Coventry, CV4 7AL, (G.B.)
- V. VESPRI, Dipartimento di Matematica, II Università di Roma,
Via O. Raimondo, 00173 Roma
- G. WEILL, 23 Avenue Marceau, 75016 Paris, France
- R. WENTE, Department of Mathematics, University of Toledo, Toledo, Ohio 43606, USA
- C.M. WOOD, Department of Pure Mathematics, University of Liverpool, P.O.Box 147,
Liverpool L69 3BX, England
- R. YE, Mathematisches Institut der Universität, Beringstr. 4, 5300 Bonn 1, W. Germany
- F. ZIRILLI, Dipartimento di Matematica, Università "La Sapienza",
Città Universitaria, 00185 Roma