Lecture Notes in Mathematics

A collection of informal reports and seminars
Edited by A. Dold, Heidelberg and B. Eckmann, Zürich

Series: Mathematisches Institut der Universität Bonn · Adviser: F. Hirzebruch

55

D. Gromoll · W. Klingenberg
W. Meyer

Riemannsche Geometrie im Großen

1968

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Dr. Detlef Gromoll
University of California
Department of Mathematics
Berkeley, Calif./USA

Professor Dr. Wilhelm Klingenberg
Mathematisches Institut der Universität
Bonn, z. Zt. Institute for Advanced
Study Princeton, New Jersey/USA

Dr. Wolfgang Meyer
Mathematisches Institut
der Universität Bonn

ISBN 978-3-540-04225-9 ISBN 978-3-540-35901-2 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-540-35901-2

Originally published by Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York in 1968.
Library of Congress Catalog Card Number 68-25823 . Title No. 3661

V o r w o r t

Globale Probleme der Differentialgeometrie erfreuen sich eines immer noch wachsenden Interesses. Gerade in der Riemannschen Geometrie hat die Frage nach Beziehungen zwischen Riemannscher und topologischer Struktur in neuerer Zeit zu vielen schönen und überraschenden Einsichten geführt. Dabei denken wir hier vor allem an den Problemkreis: Welche topologischen Invarianten werden charakterisiert durch eine der wichtigsten isometrischen Invarianten, die Krümmung? Ziel der folgenden Noten ist, einige zentrale Resultate in dieser Richtung darzustellen.

Im Sommersemester 1961 hielt W. Klingenberg eine Gastvorlesung gleichen Titels an der Universität Bonn. D. Gromoll und W. Meyer waren damals Hörer jener Vorlesung und schrieben in der Folge ein Manuskript auf, das zunächst 1962 im Mathematischen Institut der Universität Bonn vervielfältigt wurde, jedoch bald vergriffen war. Die vorliegenden Noten sind eine Neubearbeitung des Bonner Manuskripts. Ursprünglich war eine wesentlich umfassendere Erweiterung geplant, die aber aus Zeitgründen bisher nicht realisiert werden konnte. Wir hoffen, daß dieses Heft eine Hilfe ist für alle, die sich mit einem attraktiven und in lebhafter Entwicklung befindlichen Gebiet der Riemannschen Geometrie bekannt machen wollen.

Es werden nur die einfachsten Grundlagen aus Analysis, linearer Algebra und Topologie vorausgesetzt. Wir besprechen zunächst in den ersten drei Paragraphen die lokale Theorie differenzierbarer und Riemannscher Mannigfaltigkeiten mit linearem Zusammenhang, jedoch in einer zeitgemäßen, auf globale Anwendungen zugeschnittenen Form. In den letzten Jahren haben sich viele Lücken der Lehrbuchliteratur geschlossen, dennoch stand eine solche Begründung der Differentialgeometrie bisher nicht zur Verfügung. Dieses Heft kann daher auch als Einführung in die Differentialgeometrie schlechthin dienen.

In den beiden folgenden Paragraphen diskutieren wir Extremaleigenschaften von Geodätischen und die natürliche metrische Struktur einer Riemannschen Mannigfaltigkeit. Damit können wir uns dann den angekündigten globalen Problemen zuwenden, die wir in zwei Paragraphen behandeln, unter den Stichworten 'Vergleichssätze' sowie 'Krümmung und Topologie'. Im Anhang stellen wir einige Hilfsmittel zusammen, die an früherer Stelle gebraucht werden.

Wir haben uns bemüht, die Darstellung möglichst elementar und in sich abgeschlossen zu halten und einen einfachen leistungsfähigen Kalkül zu entwickeln. Andererseits schien es uns aber doch wichtig, dem Text weiterführende Bemerkungen beizugeben, wo immer sie sich natürlich einfügten. Viele Beispiele bringen wir als Aufgaben und Anmerkungen. All dies findet sich am Ende der einzelnen Abschnitte unter dem Symbol $\boxed{A}$.

Wir möchten an dieser Stelle Herrn Professor P. Dombrowski, Köln, für manchen Hinweis herzlich danken. Herr Dr. H. Karcher, Berlin, hat uns wertvolle Korrekturbemerkungen zu dem ersten Bonner Manuskript übermittelt, wir danken ihm für seine Mühe. Und nicht zuletzt schulden wir dem Springer-Verlag besonderen Dank für die Aufnahme dieses Manuskripts in die Reihe der Lecture-Notes.

Berkeley - Princeton - Bonn, im September 1967

Detlef Gromoll   Wilhelm Klingenberg   Wolfgang Meyer

Inhalt