

UNITEXT – La Matematica per il 3+2

Volume 94

Editor-in-chief

A. Quarteroni

Series editors

L. Ambrosio

P. Biscari

C. Ciliberto

M. Ledoux

W.J. Runggaldier

<http://www.springer.com/series/5418>

Paolo Biscari

Introduzione alla Meccanica Razionale

Elementi di teoria con esercizi

 Springer

Paolo Biscari
Dipartimento di Fisica
Politecnico di Milano
Milano, Italia

ISSN versione cartacea: 2038-5722
UNITEXT – La Matematica per il 3+2
ISBN 978-88-470-5778-4
DOI 10.1007/978-88-470-5779-1

ISSN versione elettronica: 2038-5757
ISBN 978-88-470-5779-1 (eBook)

Springer Milan Heidelberg New York Dordrecht London

© Springer-Verlag Italia 2016

Quest'opera è protetta dalla legge sul diritto d'autore e la sua riproduzione è ammessa solo ed esclusivamente nei limiti stabiliti dalla stessa. Le fotocopie per uso personale possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68. Le riproduzioni per uso non personale e/o oltre il limite del 15% potranno avvenire solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da AIDRO, Corso di Porta Romana n. 108, Milano 20122, e-mail segreteria@aidro.org e sito web www.aidro.org.

Tutti i diritti, in particolare quelli relativi alla traduzione, alla ristampa, all'utilizzo di illustrazioni e tabelle, alla citazione orale, alla trasmissione radiofonica o televisiva, alla registrazione su microfilm o in database, o alla riproduzione in qualsiasi altra forma (stampata o elettronica) rimangono riservati anche nel caso di utilizzo parziale. La violazione delle norme comporta le sanzioni previste dalla legge. L'utilizzo in questa pubblicazione di denominazioni generiche, nomi commerciali, marchi registrati, ecc. anche se non specificatamente identificati, non implica che tali denominazioni o marchi non siano protetti dalle relative leggi e regolamenti.

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Layout copertina: Simona Colombo, Giochi di Grafica, Milano, Italia

Impaginazione: PTP-Berlin, Protago T_EX-Production GmbH, Germany (www.ptp-berlin.eu)

Stampa: GECA Industrie Grafiche, San Giuliano Milanese (MI), Italia

Springer-Verlag fa parte di Springer Science+Business Media (www.springer.com)

*Ma il fantasma sparisce coll'aurora
per rinascere nel cuore.
Ed ogni notte nasce ed ogni giorno muore!*

Prefazione

La Meccanica è la branca della Fisica Classica che studia l'equilibrio e il moto dei sistemi materiali. Riuscire in questo affascinante obbiettivo si dimostra alquanto impegnativo, in quanto le equazioni da risolvere diventano via via più complesse quanto più articolato diventa il sistema in considerazione, o equivalentemente quanto più dettagliata sia la descrizione che si realizza di esso.

Al fine di affrontare il problema del moto per gradi, la Meccanica Razionale concentra la sua attenzione sul movimento di sistemi ideali, più semplici di quelli reali: punti materiali, corpi rigidi, e combinazioni di entrambi. Lo studio di questi sistemi consente di capire al meglio i Principi della Meccanica, e le conseguenze che derivano da essi.

Altra idealizzazione presente nello studio della Meccanica Razionale è il modello di vincolo: molti sistemi sono limitati nelle loro possibilità di movimento, nel senso che diverse loro parti possono non muoversi affatto o muoversi solo ubbidendo a precise prescrizioni, quali che siano le forze che le sollecitano.

In sintesi, il nostro obbiettivo principale sarà quindi quello di familiarizzare il lettore con l'equilibrio e il moto di punti materiali e corpi rigidi, liberi o vincolati. Questo fine viene perseguito con il rigore e gli strumenti caratteristici delle Scienze Matematiche perché la precisazione chiara delle ipotesi che sottendono a un risultato è essenziale per poter esplorare in un secondo momento i risultati più generali che si ricavano rilassando una o più delle ipotesi iniziali, e questi approfondimenti sono a loro volta fondamentali perché l'abbandono progressivo dei modelli idealizzati permette di focalizzare la nostra attenzione su corpi e vincoli reali.

L'astrazione necessaria per visualizzare e comprendere modelli ideali, come sono quello di punto materiale, corpo rigido e vincolo, fanno della Meccanica Razionale una materia dall'elevato contenuto teorico. È per questa ragione che in questo testo si è arricchita la presentazione con un consistente numero di esempi ed esercizi, di tutti i quali viene fornita la soluzione.

Il presente testo è prevalentemente mirato all'insegnamento della Meccanica Razionale nelle Scuole di Ingegneria, ma può essere utilizzato anche in corsi delle

Scuole di Scienze Matematiche o Fisiche. In esso si è cercato di semplificare quanto possibile il contenuto teorico, anche per venire incontro alle necessità di alcuni corsi che sono collocati nei primissimi semestri di frequenza dei corsi universitari. Per fare un esempio esplicito, nonostante la trattazione teorica copra anche lo studio della meccanica dei sistemi tridimensionali, la maggior parte degli esempi viene svolta per sistemi bidimensionali (e risulta addirittura possibile *ritagliare* un percorso semplificato per chi volesse limitare il proprio studio teorico ai casi piani).

Desidero infine ringraziare coloro che, nei miei primi anni di insegnamento di questa avvincente materia, mi hanno aiutato a capirne la profondità. Ricordo in particolare con infinita gratitudine Elisa Brinis e Carlo Cercignani, e sono altrettanto grato a Epifanio Virga. Vorrei inoltre ringraziare Tommaso Ruggeri, Giuseppe Saccomandi e Maurizio Vianello, miei coautori del testo *Meccanica Razionale*, adatto peraltro ad approfondire diversi argomenti qui presentati nella loro versione più semplificata, per le numerosissime quanto stimolanti discussioni su ogni aspetto della nostra materia, e Stefano Turzi per il supporto grafico in alcune figure del testo. Infine, ringrazio anticipatamente tutti i lettori, studenti o colleghi che gradiscano informarmi della (certa quanto purtroppo inevitabile) presenza di sviste in queste pagine. Sarò lieto di ricevere le segnalazioni sulla mia casella di posta elettronica <paolo.biscari@polimi.it>, e tenerne conto in una futura edizione rivista del testo.

Milano, settembre 2015

Paolo Biscari

Indice

1	Cinematica del corpo rigido libero	1
1.1	I modelli della Meccanica Razionale	1
1.2	Gli elementi della Cinematica	2
1.3	Configurazioni di un corpo rigido libero	10
1.4	Atto di moto rigido	16
1.5	Atto di moto rigido piano. Centro di istantanea rotazione	21
1.6	Atto di moto rigido tridimensionale. Asse di Mozzi	24
1.7	Moti rigidi	27
1.8	Soluzioni degli esercizi	28
2	Sistemi vincolati	35
2.1	Classificazione dei vincoli	35
2.2	Velocità e spostamenti virtuali	36
2.3	Vincoli su corpi rigidi	40
2.4	Vincolo di puro rotolamento	50
2.5	Soluzioni degli esercizi	56
3	Cinematica relativa	65
3.1	Composizione delle velocità	66
3.2	Composizione delle accelerazioni	69
3.3	Soluzioni degli esercizi	73
4	Geometria delle masse	77
4.1	Sistemi di vettori applicati	78
4.2	Riduzione dei sistemi di vettori applicati	80
4.3	Centro di massa	85
4.4	Momenti di inerzia	90
4.5	Assi principali di inerzia	95
4.6	Soluzioni degli esercizi	101

5	Leggi della Meccanica	113
5.1	I Principi della Meccanica Newtoniana	113
5.2	Forze attive e reazioni vincolari. Vincoli ideali	117
5.3	Reazioni vincolari in vincoli ideali	121
5.4	Vincoli reali. Attrito	125
5.5	Soluzioni degli esercizi	126
6	Statica	129
6.1	Equazioni cardinali della statica	131
6.2	Principio dei lavori virtuali	136
6.3	Equilibrio di corpi rigidi	139
6.4	Equilibrio di sistemi olonomi	146
6.5	Soluzioni degli esercizi	151
7	Dinamica	157
7.1	Quantità meccaniche	157
7.2	Equazioni cardinali della dinamica	168
7.3	Dinamica del corpo rigido	173
7.4	Teorema dell'energia cinetica	178
7.5	Integrali primi. Conservazione dell'energia meccanica	184
7.6	Soluzioni degli esercizi	190
8	Meccanica lagrangiana	201
8.1	Principio di d'Alembert	201
8.2	Equazioni di Lagrange	204
8.3	Integrali primi lagrangiani	211
8.4	Stabilità dell'equilibrio in sistemi con un grado di libertà	213
8.5	Moti vicini all'equilibrio. Frequenza delle piccole oscillazioni	218
8.6	Soluzioni degli esercizi	222
9	Meccanica relativa	231
9.1	Riduzione e componenti conservative delle forze apparenti	231
9.2	Sistemi di riferimento uniformemente ruotanti	237
9.3	Soluzioni degli esercizi	244
Appendice A. Complementi di algebra lineare e analisi		249
A.1	Calcolo vettoriale	249
A.2	Trasformazioni lineari	258
A.3	Curve, superfici	262
A.4	Equazioni differenziali ordinarie (cenni)	266
A.5	Soluzioni degli esercizi	271
Riferimenti bibliografici		275
	Note	275
Indice analitico		279