Lars Grüne | Oliver Junge

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Bachelorkurs Mathematik

Herausgegeben von:
Prof. Dr. Martin Aigner,
Prof. Dr. Heike Faßbender,
Prof. Dr. Jürg Kramer,
Prof. Dr. Peter Gritzmann,
Prof. Dr. Volker Mehrmann,
Prof. Dr. Gisbert Wüstholz

Die Reihe ist zugeschnitten auf den Bachelor für mathematische Studiengänge. Sie bietet Studierenden einen schnellen Zugang zu den wichtigsten mathematischen Teilgebieten. Die Auswahl der Themen entspricht gängigen Modulen, die in einsemestrigen Lehrveranstaltungen abgehandelt werden können. Die Studierenden lernen Begriffe, Strukturen und Methoden und können das Wissen mit tiefer gehenden Erläuterungen und Übungen intensivieren. Die Lehrbücher geben eine Einführung in ein mathematisches Teilgebiet. Sie sind im Vorlesungsstil geschrieben und benutzerfreundlich gegliedert.
Beim Bachelor bauen viele Vorlesungen, die bisher für höhere Semester gehalten wurden, nun schon auf den Grundvorlesungen auf. Daher werden einführende Lehrbücher mit einer überschaubaren Stoffauswahl notwendig. Die Reihe gibt eine solide Grundausbildung in Mathematik und leitet zum selbständigen mathematischen Denken an. Ergänzend werden auch fachübergreifende Kompetenzen vermittelt.

www.viewegteubner.de

Lars Grüne | Oliver Junge

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Eine Einführung aus der Perspektive der dynamischen Systeme

STUDIUM

VIEWEG+
TEUBNER

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Prof. Dr. Lars Grüne
Universität Bayreuth
Mathematisches Institut
Universitätsstraße 30
95447 Bayreuth

lars.gruene@uni-bayreuth.de

Prof. Dr. Oliver Junge
Technische Universität München
Zentrum Mathematik
Boltzmannstraße 3
85747 Garching

junge@ma.tum.de

1. Auflage 2009

Lektorat: Ulrike Schmickler-Hirzebruch | Susanne Jahnel

Vieweg+Teubner ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.
www.viewegteubner.de

Umschlaggestaltung: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg
Druck und buchbinderische Verarbeitung: MercedesDruck, Berlin
Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.
Printed in Germany

ISBN 978-3-8348-0381-8

Vorwort

Dieses Buch bietet eine kompakte Einführung in die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen aus dem Blickwinkel der dynamischen Systeme. Ziel ist es, sowohl die Kernaussagen der klassischen Theorie zu vermitteln, als auch einen Einblick in zahlreiche verwandte und darauf aufbauende Themen zu geben. Die Darstellung ist dabei so konkret wie möglich gehalten.

Das Buch gliedert sich in zwei Teile. Im ersten Teil wird die grundlegende Theorie linearer und nichtlinearer Differentialgleichungen – Existenz und Eindeutigkeit, Darstellung und Regularität von Lösungen – mit ausführlichen Beweisen und vielen Beispielen behandelt. Neben einem Kapitel mit ausgewählten Techniken zur analytischen Lösung von Differentialgleichungen findet sich dabei auch ein einführendes Kapitel zur numerischen Integration von Anfangswertproblemen, um die Relevanz dieser Methoden in der Praxis zu betonen. Diese beiden Kapitel werden ergänzt durch zwei einführende Anhänge zu den Paketen MAPLE und MATLAB, die zum Experimentieren anregen sollen. Auf der zum Buch gehörigen Web-Seite `http://www.dgl-buch.de` stehen neben den in den beiden Anhängen beschrieben Worksheets und M-Files weitere Programme zur Verfügung, die sich auch zur Verwendung in Vorlesungen eignen. Insbesondere sei dabei das Pendel-Demonstrationsprogramm `pendel_anim.m` erwähnt, mit dem die Lösungen des linearen und des nichtlinearen Pendel-Modells auf verschiedene Weise animiert dargestellt werden können, vgl. Abbildung 0.1. Viele im Buch erläuterten Konzepte können hiermit experimentell nachvollzogen werden.

Der zweite Teil des Buches beginnt mit Kapitel 7 und ist fokussiert auf Themen aus der Theorie der Dynamischen Systeme und Anwendungen. Hier soll insbesondere deutlich werden, in welcher Weise die grundlegenden Aussagen und Techniken des ersten Teils helfen, Modelle realer Systeme detailliert zu analysieren. Die Kapitel zur Stabilitätstheorie

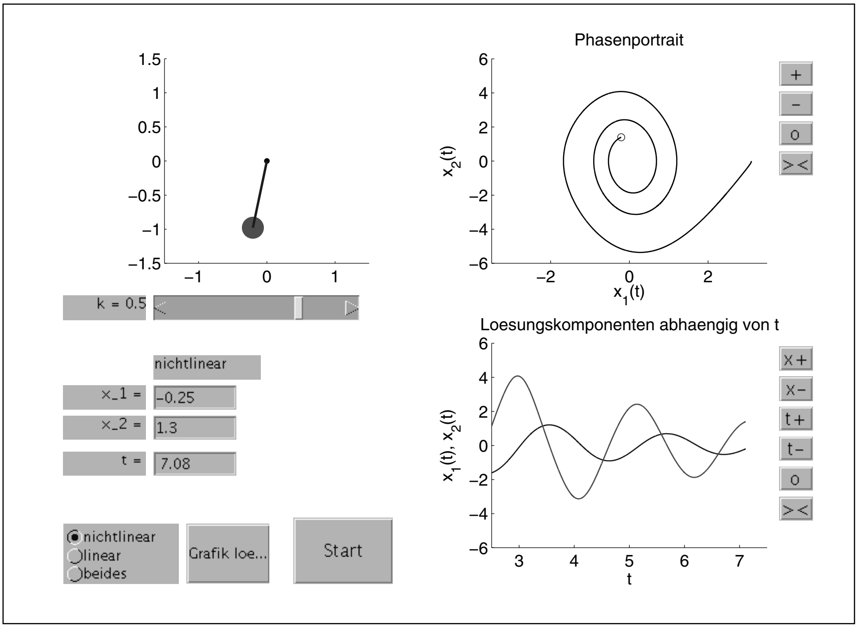

ABBILDUNG 0.1: Das Programm `pendel_anim.m`

führen auf Fragen der Steuerungs- bzw. Regelungstheorie hin, die insbesondere in den Ingenieurwissenschaften von zentralem Interesse sind. Die Kapitel über Verzweigungen und Attraktoren führen das Thema im Hinblick auf die Änderung von Systemparametern bzw. allgemeinere Stabilitätskonzepte fort. Im Kapitel über Hamilton-Systeme erarbeiten wir Basiswissen zu dieser in der Mechanik, Physik und Chemie so wichtigen Systemklasse, das im abschließenden Kapitel aufgegriffen wird, in dem Modellierung und Analyse mit gewöhnlichen Differentialgleichungen exemplarisch anhand dreier Anwendungsbeispiele durchgeführt wird.

Hinweise für Dozenten

Das Buch ist so strukturiert, dass ein Kapitel in etwa dem Stoff einer Vorlesungswoche mit vier Wochenstunden entspricht. Es ist daher möglich, das Buch direkt als Vorlage für eine vierstündige Vorlesung mit 13 Semesterwochen zu verwenden. Da auch wir selbst aber eher selten so vorgehen, ist es uns wichtig, dennoch Raum für individuelle Schwerpunkte zu lassen. Gründe hierfür gibt es viele: Eine Dozentin, die viel Wert auf ausführliche Erläuterungen von Beweisen legt, wird in den Grundlagenkapiteln möglicherweise mehr Zeit benötigen, während ein Dozent, der die anwendungsorientierten Aspekte betont, diesen Teil schneller abhandelt und dafür mehr Zeit auf die Beispiele verwendet. Eine praxisorientierte Vorlesung kann die Anhänge über MAPLE und MATLAB, die ansonsten in den Übungen behandelt oder den Studierenden zum Selbststudium empfohlen werden können, in die Vorlesung integrieren und dafür Beweise nur skizziert vorstellen oder einzelne Abschnitte oder Kapitel weglassen. In einem Curriculum, in dem eine Vorlesung über numerische Methoden für Differentialgleichungen zum Kanon gehört, kann das Kapitel 6 ausgelassen oder stark gekürzt werden; wenn andererseits der Existenz- und Eindeutigkeitssatz bereits in der grundlegenden Analysis-Vorlesung behandelt wird, kann er hier sicherlich auch recht kurz abgehandelt werden. Und nicht zuletzt gibt es an vielen Hochschulen Kurse über Differentialgleichungen, die nur drei oder zwei Wochenstunden vorsehen, so dass Kürzungen des Stoffes unumgänglich sind.

Um solche Schwerpunktsetzungen und Kürzungen so einfach wie möglich zu machen, haben wir die Voraussetzungen für die einzelnen Kapitel in Abbildung 0.2 grafisch dargestellt.

Ein Pfeil von Kapitel x zu Kapitel y bedeutet dabei, dass Kapitel x Stoff enthält, der in Kapitel y benötigt wird. Dies bedeutet natürlich nicht, dass *alle* Definitionen und Resultate dieser Kapitel dort gebraucht werden. Wenn also die vollständige Behandlung eines vorhergehenden Kapitels aus Zeitgründen nicht möglich ist, empfiehlt es sich, genauer zu prüfen, welche Teile tatsächlich benötigt werden. Insbesondere gilt dies für die Anwendungsbeispiele in Kapitel 13, die bei entsprechender Aufbereitung auch parallel zum aktuell behandelten Stoff in eine Vorlesung integriert werden können.

Die Anhänge zu MAPLE und MATLAB sind in Abbildung 0.2 nicht berücksichtigt, weil sie primär zur Behandlung in den Übungen oder zum Selbststudium gedacht sind. Sie setzen den Stoff der Kapitel 1–5 für die analytischen Methoden sowie von Kapitel 6 für die numerischen Methoden voraus; will man allerdings nur die Bedienung der numerischen Methoden erlernen, ohne viel Wert auf den theoretischen Hintergrund zu legen, so kann man die Anhänge auch ohne Kapitel 6 lesen.

Danksagung

Wir möchten an dieser Stelle den Herausgebern der Reihe Bachelorkurs Mathematik des Vieweg+Teubner Verlags danken, ohne deren Anregung dieses Buchprojekt wahrscheinlich nicht begonnen worden wäre. Großer Dank gebührt zudem Nils Altmüller, Stefan Jerg, Péter Koltai, Marcus von Lossow, Florian Müller, Sina Ober-Blöbaum, Jürgen

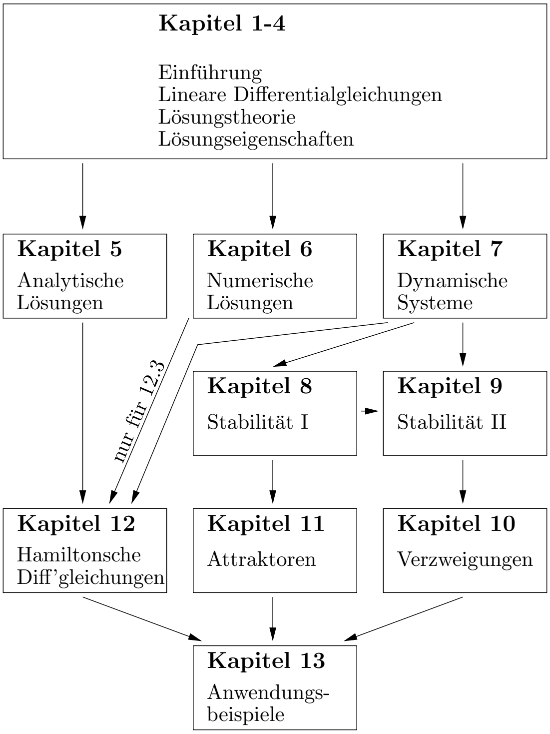

ABBILDUNG 0.2: Voraussetzungen für die Kapitel

Pannek und Karl Worthmann, die durch gründliches Korrekturlesen, vielfältige Anregungen zur Präsentation des Stoffes und nicht zuletzt das Probelösen der Übungsaufgaben zum Gelingen des Buches entscheidend beigetragen haben. Für alle verbleibenden Fehler übernehmen natürlich allein wir die Verantwortung, sind aber dankbar für jeden Hinweis.

BAYREUTH — Lars Grüne
MÜNCHEN, im Juni 2008 — Oliver Junge

Inhaltsverzeichnis