

Algorithmen und Datenstrukturen

Thomas Ottmann Peter Widmayer

Algorithmen und Datenstrukturen

5. Auflage

Autoren:

Prof. Dr. h. c. Thomas Ottmann
Institut für Informatik
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. Peter Widmayer
Institut für Theoretische Informatik
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Weitere Informationen zum Buch finden Sie unter www.spektrum-verlag.de/978-3-8274-2803-5

Wichtiger Hinweis für den Benutzer

Der Verlag und die Autoren haben alle Sorgfalt walten lassen, um vollständige und akkurate Informationen in diesem Buch zu publizieren. Der Verlag übernimmt weder Garantie noch die juristische Verantwortung oder irgendeine Haftung für die Nutzung dieser Informationen, für deren Wirtschaftlichkeit oder fehlerfreie Funktion für einen bestimmten Zweck. Der Verlag übernimmt keine Gewähr dafür, dass die beschriebenen Verfahren, Programme usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Buch berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media
springer.de

5. Auflage 2012

© Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg 2012
Spektrum Akademischer Verlag ist ein Imprint von Springer

12 13 14 15 16 5 4 3 2 1

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Planung und Lektorat: Dr. Andreas Rüdinger, Sabine Bartels
Herstellung und Satz: Crest Premedia Solutions (P) Ltd, Pune, Maharashtra, India
Umschlaggestaltung: SpieszDesign, Neu-Ulm
Titelbild: ©SpieszDesign

ISBN 978-3-8274-2803-5

Vorwort zur fünften Auflage

Bedauerlich ist, dass man in einem Buch noch immer Fehler findet, das schon seit mehr als zwanzig Jahren gelesen wird. Erfreulich ist es hingegen, dass es noch immer gelesen wird. Letzteres hat uns zu einer Neuauflage bewogen.

In dieser Auflage haben wir die bekannten unter den Fehlern beseitigt und allerlei Verbesserungen am Text vorgenommen. Entsprechende Hinweise und Anregungen haben wir von unseren Lesern, Studierenden, wissenschaftlichen Mitarbeitern und Kollegen über das letzte Jahrzehnt erhalten. In dieser Auflage niedergeschlagen haben sich Kommentare von unseren Kollegen Juraj Hromkovic, Bertrand Meyer, Bernhard Seeger, Michiel Smid, Egon Wanke und Gabriel Zachmann, unseren Übungsassistenten Yann Disser, Holger Flier, Michael Gatto und Beat Gfeller, sowie unseren Lesern Christoph Baumann, Yousefi Amin Abadi Elias, Naoki Peter, Dominik Scheder, Markus Schmidt und Lutz Warnke. Mit seinem tatkräftigen Einsatz und seinem Verständnis von Latex und von Algorithmik hat Sebastian Millius für diese Auflage aktive Geburtshilfe geleistet. Ihnen allen gebührt unser besonderer Dank.

Unsere Erfahrungen und Bedürfnisse beim Vermitteln von Algorithmen und Datenstrukturen haben das Buch etwas umfangreicher gemacht. Ein Kapitel zum dynamischen Programmieren und zu Backtracking ist hinzugekommen. Kleinere neue Abschnitte zur schnellen Multiplikation ganzer Zahlen und von Matrizen, zur schnellen Fouriertransformation, zur Berechnung der konvexen Hülle einer ebenen Punktmenge und zum Finden eines dichtesten Paares von Punkten spiegeln eher unseren Geschmack in der Lehre der Grundlagen als die Entwicklung des Gebiets. Letztere verläuft atemberaubend: Durch das Vordringen der Informatik in die hintersten Winkel der Wissenschaften, der Technik, der Gesellschaft und das persönliche Leben ist eine Fülle neuer algorithmischer Fragen aufgeworfen worden. Man sucht Algorithmen für eine vernetzte Welt, für das maschinelle Lernen aus grossen Datenbeständen, für das Beherrschen von Unsicherheit, für das Zusammenspiel von Egoisten — eigentlich für alles, könnte man ohne grosse Übertreibung sagen. Entsprechend viele vertiefende Lehrbücher gibt es, sowie dicke Handbücher und Kompendien. Angesichts dieser Fülle fiel es dann schon wieder leichter, auf alles ausser den Grundlagen des Gebiets in diesem Buch zu verzichten.

Wie auch schon bisher stellen wir neben diesem Buch eine Fülle von ergänzendem Material unter der URL <http://algo.informatik.uni-freiburg.de/bibliothek/books/ad-buch> zum Herunterladen zur Verfügung. Dort findet

man Vorlesungsvorlagen, ausführbare Programme in der Programmiersprache Java und eine große Zahl von Aufgaben. Zu den Aufgaben gibt es auch Musterlösungen, die wir Dozenten auf Anfrage gern zugänglich machen.

Freiburg und Zürich
im September 2011

Thomas Ottmann
Peter Widmayer

Vorwort zur vierten Auflage

In den gut vier Jahren seit Erscheinen der dritten Auflage dieses Buches hat sich die Informatik weiter stürmisch entwickelt. Das gilt auch für den Bereich der Algorithmen und Datenstrukturen. Nicht nur die klassischen Methoden und Anwendungsgebiete sind um neue Erkenntnisse erweitert worden, es sind auch ganz neue Gebiete und Methoden hinzugekommen. Wie die Resonanz auf dieses Buch zeigt, gibt es aber doch einen relativ stabilen Kern von Inhalten, der zum Grundkanon vieler Studiengänge in der Informatik gehört. Wir haben daher keine vollständige Revision des Inhaltes vorgenommen sondern nur eine behutsame Anpassung an die Bedürfnisse der Lehre. Gegenüber der letzten Auflage haben wir das Kapitel über Geometrische Algorithmen etwas gekürzt und Abschnitte über randomisierte Primzahltestverfahren, öffentliche Verschlüsselungsverfahren und Verfahren zur Konstruktion von Indizes zum Suchen in Texten neu eingefügt. Wir tragen damit der gestiegenen Bedeutung des World Wide Web Rechnung. Nicht zuletzt dessen Siegeszug hat wohl auch dazu geführt, dass inzwischen die Programmiersprache Java die vorherrschende Ausbildungssprache an Hochschulen geworden ist. Wir haben daher den ersten fünf Kapiteln je einen Abschnitt hinzugefügt, in dem dargestellt wird, wie die behandelten Algorithmen in Java implementiert werden können.

Viele Leser haben uns auf Fehler hingewiesen oder Verbesserungsvorschläge gemacht, die wir dankbar entgegen genommen haben. Besonders erwähnen möchten wir Wolfgang Götz, Petra Mutzel, Michael Jünger und unsere Freiburger Kollegen Alois Heinz und Sven Schuierer. Diese beiden ebenso wie Wolfram Burgard, Bernhard Nebel und Stefan Edelkamp haben das Buch als Grundlage für Vorlesungen benutzt und eine Fülle von ergänzendem Material angefertigt, das wir Dozenten und Lesern zum Herunterladen unter der URL <http://ad.informatik.uni-freiburg.de/bibliothek/books/ad-buch> zur Verfügung stellen. Dort findet man Folien, ausführbare Programme in der Programmiersprache Java und eine große Zahl von Aufgaben. Zu den Aufgaben gibt es auch Musterlösungen, die wir Dozenten auf Anfrage gern zugänglich machen.

Diese Fassung hätte nicht entstehen können ohne die tatkräftige Unterstützung von Andrea Forsthuber und ganz besonders Bernhard Seckinger. Sie haben das über viele Jahre gewachsene Manuskript gründlich bereinigt, die Umstellung auf die neue Rechtschreibung durchgeführt, Satz- und Umbruchfehler korrigiert und das ergänzende Material gesammelt, durchgesehen und zusammengestellt.

VIII

Ein Buch wie dieses lebt von der ständigen kritischen Prüfung durch seine Leser. Wenn Sie Anregungen oder Kritik haben, können Sie eine Nachricht schicken an die Adresse `ad-buch@informatik.uni-freiburg.de`.

Freiburg und Zürich
im Juli 2001

Thomas Ottmann
Peter Widmayer

Vorwort zur dritten Auflage

In dieser nun vorliegenden dritten Auflage unseres Lehrbuches über Algorithmen und Datenstrukturen haben wir alle Hinweise auf Fehler und zahlreiche Verbesserungsvorschläge unserer Leser berücksichtigt. Dafür möchten wir uns ausdrücklich bedanken bei A. Brinkmann, S. Hanke, R. Hipke, W. Kuhn, R. Ostermann, D. Saupe, K. Simon, R. Typke, F. Widmer. Größere inhaltliche Änderungen wurden in den Abschnitten 5.6 und in den Abschnitten 6.1.1, 6.2.1, 8.5.1 und 8.6 vorgenommen. Die neugeschriebenen Teile des Manuskripts wurden von E. Patschke erfaßt. St. Schrödl hat die mühevollen Aufgabe übernommen, das Layout an das für den Spektrum Verlag typische Format anzupassen und hat auch die Herstellung der Druckvorlage überwacht.

Geändert hat sich seit der letzten Auflage nicht nur der Verlag unseres Lehrbuches, sondern das gesamte Umfeld für die Publikation von Büchern. Wir haben daher damit begonnen, multimediale Ergänzungen zu unserem Lehrbuch zu sammeln und auf dem Server des Verlags abzulegen. Wir möchten also Sie, liebe Leser, nicht nur weiterhin um Ihre Wünsche, Anregungen und Hinweise zur hier vorliegenden papiergebundenen Version unseres Lehrbuches bitten, sondern ausdrücklich auch um Anregungen für multimediale Ergänzungen aller Art.

Freiburg und Zürich
im September 1996

Thomas Ottmann
Peter Widmayer

Vorwort zur zweiten Auflage

In den gut zwei Jahren, die seit dem Erscheinen unseres Lehrbuches über Algorithmen und Datenstrukturen vergangen sind, haben wir von vielen Lesern Hinweise auf Fehler im Text und Wünsche für Verbesserungen und Ergänzungen erhalten. Wir haben in der nun vorliegenden zweiten Auflage alle bekanntgewordenen Fehler korrigiert, einige Abschnitte überarbeitet und den behandelten Stoff um einige aktuelle Themen ergänzt.

In dieser wie auch schon in der vorigen Auflage wurden alle Bäume mit Hilfe des Makropaketes `TreeTEX` von Anne Brüggemann-Klein und Derick Wood erstellt. Korrekturhinweise kamen von Bruno Becker, Stephan Gschwind, Ralf Hartmut Güting, Andreas Hutflesz, Brigitte Kröll, Thomas Lengauer und Mitarbeitern, Otto Nurmi, Klaus Simon, Ulrike Stege und Alexander Wolff. Das Manuskript für die neuen Abschnitte wurde von Frau Christine Kury erfaßt und in `LATEX` gesetzt. Frau Dr. Gabriele Reich hat das Manuskript noch einmal durchgesehen, inhaltliche und formale Fehler beseitigt und die Herstellung der Druckvorlage überwacht. Ihnen gebührt unser besonderer Dank.

Wir sind uns bewußt, dass auch diese zweite Auflage noch in vieler Hinsicht verbessert werden kann. Wir richten also an Sie, unsere Leser, die Bitte, uns auch weitere Wünsche, Anregungen, Hinweise und entdeckte Fehler mitzuteilen.

Freiburg und Zürich
im Juli 1993

Thomas Ottmann
Peter Widmayer

Vorwort

Im Zentrum des Interesses der Informatik hat sich in den letzten Jahren das Gebiet *Algorithmen und Datenstrukturen* beachtlich entwickelt. Dabei geht es sowohl um den *Entwurf* effizienter Algorithmen und Datenstrukturen als auch um die *Analyse* ihres Verhaltens. Die erzielten Fortschritte und die behandelten Probleme lassen erwarten, dass Algorithmen und Datenstrukturen noch lange Zeit Gegenstand intensiver Forschung bleiben werden.

Mit diesem Buch wenden wir uns in erster Linie an Studenten im Grundstudium. Wir haben uns bemüht, alle zum Grundwissen über Algorithmen und Datenstrukturen gehörenden Themen präzise, aber nicht allzu formal zu behandeln. Die Kenntnis einer Programmiersprache, etwa Pascal, und elementare mathematische Fertigkeiten sollten als Voraussetzungen zum Verständnis des Stoffs genügen. Die gestellten Übungsaufgaben dienen fast ausschließlich der Festigung erworbener Kenntnisse; offene Forschungsprobleme sind nicht aufgeführt.

An vielen Stellen und zu einigen Themen haben wir exemplarisch, unseren Neigungen folgend, deutlich mehr als nur Grundkonzepte dargestellt. Dabei ist es aber nicht unser Ziel, den aktuellen Stand des Gebiets erschöpfend abzuhandeln.

Man kann das Gebiet *Algorithmen und Datenstrukturen* auf verschiedene Arten gliedern: nach den *Algorithmen* oder Problembereichen, nach den *Datenstrukturen* oder Werkzeugen und nach den *Entwurfsprinzipien* oder Methoden. Wir haben die Gliederung des Stoffs nach einem einzelnen dieser drei Kriterien nicht erzwungen; stattdessen haben wir eine Mischung der Kriterien verwendet, weil uns dies natürlicher erscheint.

Dieses Buch ist hervorgegangen aus Vorlesungen, die wir über viele Jahre an den Universitäten Karlsruhe und Freiburg gehalten haben. Gleichzeitig mit diesem Buch haben wir Computerkurse über *Algorithmen und Datenstrukturen* angefertigt und in der universitären Lehre eingesetzt; die dafür notwendige Beschäftigung mit Fragen der Didaktik hat dieses Buch sicherlich beeinflusst.

Eine große Zahl von Personen, insbesondere Studenten, Mitarbeiter und Kollegen, hat Anteil am Zustandekommen dieses Buches; ihnen allen gebührt unser Dank.

Brunhilde Beck, Trudi Halboth, Christine Krause, Ma Li-Hong und Margit Stanzel haben das Manuskript hergestellt; die Fertigstellung der Druckvorlage besorgte Christine Krause. Insbesondere — aber nicht nur — das Einbinden von Abbildungen hat dabei so große \TeX nische Schwierigkeiten bereitet, dass wir öfter die Expertise von Anne Brüggemann-Klein, Gabriele Reich und Sven Schuierer in Anspruch nehmen muss-

ten. Bruno Becker, Alois Heinz, Thomas Ohler, Rainer Schielin und Jörg Winckler haben dafür gesorgt, dass die verschiedenen elektronischen Versionen des Manuskripts in einem heterogenen Rechnernetz stets verfügbar waren. Die Universitäten Freiburg, Karlsruhe und Waterloo haben die technische Infrastruktur bereitgestellt.

Gabriele Reich hat das gesamte Manuskript und Anne Brüggemann-Klein, Christian Icking, Ursula Schmidt, Eljas Soisalon-Soininen und Lutz Wegner haben Teile des Manuskripts gelesen und kommentiert. Natürlich gehen alle verbliebenen Fehler ganz zu unseren Lasten. Weitere Hinweise und Anregungen stammen von Joachim Geidel, Andreas Hutflesz, Rolf Klein, Tilman Kühn, Hermann Maurer, Ulf Metzler, Heinrich Müller, Jörg Sack, Anno Schneider, Sven Schuierer, Hans-Werner Six, Stephan Voit und Derick Wood.

Dem B.I.-Wissenschaftsverlag danken wir für die große Geduld, die er uns entgegenbrachte. An Sie, unsere Leser, richten wir schließlich die Bitte, uns Wünsche, Anregungen, Hinweise oder einfach entdeckte Fehler mitzuteilen.

Freiburg, im Juli 1990

Thomas Ottmann

Peter Widmayer

Inhaltsübersicht

Grundlagen	1
Sortieren	79
Suchen	167
Hashverfahren	191
Bäume	259
Manipulation von Mengen	403
Weitere Algorithmenentwurfstechniken	445
Geometrische Algorithmen	471
Graphenalgorithmen	589
Suchen in Texten	669
Ausgewählte Themen	709

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	1
1.1	Algorithmen und ihre formalen Eigenschaften	1
1.2	Beispiele arithmetischer Algorithmen	5
1.2.1	Ein Multiplikationsverfahren	5
1.2.2	Polynomprodukt	8
1.2.3	Schnelle Multiplikation von Zahlen und von Matrizen	11
1.2.4	Polynomprodukt und <i>FFT</i>	15
1.3	Verschiedene Algorithmen für dasselbe Problem	20
1.4	Die richtige Wahl einer Datenstruktur	24
1.5	Lineare Listen	29
1.5.1	Sequenzielle Speicherung linearer Listen	31
1.5.2	Verkettete Speicherung linearer Listen	33
1.5.3	Stapel und Schlangen	41
1.6	Ausblick auf weitere Datenstrukturen	48
1.7	Skip-Listen	50
1.7.1	Perfekte und randomisierte Skip-Listen	51
1.7.2	Analyse	57
1.8	Implementation von Datenstrukturen und Algorithmen in Java	60
1.8.1	Einige Elemente von Java	61
1.8.2	Implementation linearer Listen	62
1.9	Aufgaben	68
2	Sortieren	79
2.1	Elementare Sortierverfahren	82
2.1.1	Sortieren durch Auswahl	82
2.1.2	Sortieren durch Einfügen	85
2.1.3	Shellsort	88
2.1.4	Bubblesort	89
2.2	Quicksort	92
2.2.1	Quicksort: Sortieren durch rekursives Teilen	93
2.2.2	Quicksort-Varianten	102
2.3	Heapsort	106
2.4	Mergesort	112

2.4.1	2-Wege-Mergesort	113
2.4.2	Reines 2-Wege-Mergesort	116
2.4.3	Natürliches 2-Wege-Mergesort	118
2.5	Radixsort	121
2.5.1	Radix-exchange-sort	121
2.5.2	Sortieren durch Fachverteilung	123
2.6	Sortieren vorsortierter Daten	127
2.6.1	Maße für Vorsortierung	128
2.6.2	A-sort	132
2.6.3	Sortieren durch lokales Einfügen und natürliches Verschmelzen	137
2.7	Externes Sortieren	141
2.7.1	Das Magnetband als Externspeichermedium	142
2.7.2	Ausgeglichenes 2-Wege-Mergesort	144
2.7.3	Ausgeglichenes Mehr-Wege-Mergesort	147
2.7.4	Mehrphasen-Mergesort	151
2.8	Untere Schranken	153
2.9	Implementation und Test von Sortierverfahren in Java	158
2.10	Aufgaben	162
3	Suchen	167
3.1	Das Auswahlproblem	168
3.2	Suchen in sequenziell gespeicherten linearen Listen	173
3.2.1	Sequenzielle Suche	173
3.2.2	Binäre Suche	174
3.2.3	Fibonacci-Suche	176
3.2.4	Exponentielle Suche	179
3.2.5	Interpolationssuche	180
3.3	Selbstanordnende lineare Listen	180
3.4	Java Implementation	186
3.5	Aufgaben	188
4	Hashverfahren	191
4.1	Zur Wahl der Hashfunktion	193
4.1.1	Die Divisions-Rest-Methode	193
4.1.2	Die multiplikative Methode	194
4.1.3	Perfektes und universelles Hashing	194
4.2	Hashverfahren mit Verkettung der Überläufer	198
4.3	Offene Hashverfahren	203
4.3.1	Lineares Sondieren	205
4.3.2	Quadratisches Sondieren	207
4.3.3	Uniformes und zufälliges Sondieren	208
4.3.4	Double Hashing	211
4.3.5	Ordered Hashing	215
4.3.6	Robin-Hood-Hashing	220
4.3.7	Coalesced Hashing	221
4.4	Dynamische Hashverfahren	225
4.4.1	Lineares Hashing	227

4.4.2	Virtuelles Hashing	232
4.4.3	Erweiterbares Hashing	236
4.5	Das Gridfile	239
4.6	Implementation von Hashverfahren in Java	249
4.7	Aufgaben	254
5	Bäume	259
5.1	Natürliche Bäume	262
5.1.1	Suchen, Einfügen und Entfernen von Schlüsseln	266
5.1.2	Durchlaufordnungen in Binärbäumen	272
5.1.3	Analytische Betrachtungen	275
5.2	Balancierte Binärbäume	284
5.2.1	AVL-Bäume	284
5.2.2	Bruder-Bäume	296
5.2.3	Gewichtsbalancierte Bäume	311
5.3	Randomisierte Suchbäume	318
5.3.1	Treaps	319
5.3.2	Treaps mit zufälligen Prioritäten	321
5.4	Selbstanordnende Binärbäume	327
5.4.1	Splay-Bäume	328
5.4.2	Amortisierte Worst-case-Analyse	332
5.5	B-Bäume	339
5.5.1	Suchen, Einfügen und Entfernen in B-Bäumen	344
5.6	Weitere Klassen	349
5.6.1	Übersicht	349
5.6.2	Konstante Umstrukturierungskosten und relaxiertes Balancieren	354
5.6.3	Eindeutig repräsentierte Wörterbücher	371
5.7	Optimale Suchbäume	377
5.8	Alphabetische und mehrdimensionale Suchbäume	383
5.8.1	Tries	384
5.8.2	Quadranten- und 2d-Bäume	385
5.9	Implementation von Bäumen und dazugehöriger Algorithmen in Java	389
5.10	Aufgaben	394
6	Manipulation von Mengen	403
6.1	Vorrangwarteschlangen	404
6.1.1	Dijkstras Algorithmus zur Berechnung kürzester Wege	405
6.1.2	Implementation von Priority Queues mit verketteten Listen und balancierten Bäumen	408
6.1.3	Linksbäume	410
6.1.4	Binomial Queues	413
6.1.5	Fibonacci-Heaps	420
6.2	Union-Find-Strukturen	428
6.2.1	Kruskals Verfahren zur Berechnung minimaler spannender Bäume	429
6.2.2	Vereinigung nach Größe und Höhe	431
6.2.3	Methoden der Pfadverkürzung	435

6.3	Allgemeiner Rahmen	439
6.4	Aufgaben	442
7	Weitere Algorithmenentwurfstechniken	445
7.1	Ein einfaches Beispiel: Fibonacci-Zahlen	446
7.2	Erreichbare Teilsumme	447
7.2.1	Eine einfache Lösung	447
7.2.2	Eine bessere Lösung	448
7.2.3	Eine Lösung <i>von unten nach oben</i>	449
7.3	Das Rucksackproblem	452
7.3.1	Eine exakte Lösung <i>von unten nach oben</i>	452
7.3.2	Eine Familie von Näherungslösungen	453
7.3.3	Das Optimalitätsprinzip der Dynamischen Programmierung	456
7.4	Längste gemeinsame Teilfolge	456
7.5	Das Backtrack-Prinzip	457
7.5.1	Ein Beispiel: Das Vier-Damen-Problem	457
7.5.2	Die Lösung als rekursive Prozedur	458
7.5.3	Formale Fassung des Prinzips als Programmrahmen	460
7.5.4	Anwendung auf weitere Probleme	461
7.5.5	Erweiterungen	464
7.6	Aufgaben	465
8	Geometrische Algorithmen	471
8.1	Einleitung	471
8.2	Die konvexe Hülle	472
8.2.1	Jarvis' Marsch	474
8.2.2	Graham's Scan	475
8.2.3	Linearer Scan	478
8.3	Das Scan-line-Prinzip	478
8.3.1	Sichtbarkeitsproblem	480
8.3.2	Das Schnittproblem für iso-orientierte Liniensegmente	483
8.3.3	Das allgemeine Liniensegment-Schnittproblem	486
8.4	Geometrisches Divide-and-conquer	492
8.4.1	Segmentschnitt mittels Divide-and-conquer	493
8.4.2	Inklusions- und Schnittprobleme für Rechtecke	498
8.5	Geometrische Datenstrukturen	501
8.5.1	Reduktion des Rechteckschnittproblems	502
8.5.2	Segment-Bäume	505
8.5.3	Intervall-Bäume	512
8.5.4	Prioritäts-Suchbäume	515
8.6	Anwendungen geometrischer Datenstrukturen	529
8.6.1	Ein Spezialfall des HLE-Problems	530
8.6.2	Dynamische Bereichssuche mit einem festen Fenster	537
8.7	Distanzprobleme und ihre Lösung	540
8.7.1	Distanzprobleme	541
8.7.2	Das Voronoi-Diagramm	545
8.7.3	Die Speicherung des Voronoi-Diagramms	550

8.7.4	Die Konstruktion des Voronoi-Diagramms	553
8.7.5	Lösungen für Distanzprobleme	559
8.8	Das Nächste-Punkte-Paar-Problem	569
8.8.1	Scan-line-Lösung für das CP-Problem	569
8.8.2	Divide-and-conquer-Lösung für das CP-Problem	572
8.8.3	Ein randomisiertes Verfahren zur Lösung des CP-Problem	575
8.9	Aufgaben	580
9	Graphenalgorithmen	589
9.1	Topologische Sortierung	597
9.2	Transitive Hülle	600
9.2.1	Transitive Hülle allgemein	600
9.2.2	Transitive Hülle für azyklische Digraphen	602
9.3	Durchlaufen von Graphen	604
9.3.1	Einfache Zusammenhangskomponenten	607
9.3.2	Strukturinformation durch Tiefensuche	607
9.4	Zusammenhangskomponenten	611
9.4.1	Zweifache Zusammenhangskomponenten	611
9.4.2	Starke Zusammenhangskomponenten	615
9.5	Kürzeste Wege	619
9.5.1	Kürzeste Wege in Distanzgraphen	620
9.5.2	Kürzeste Wege in beliebig bewerteten Graphen	625
9.5.3	Alle kürzesten Wege	629
9.6	Minimale spannende Bäume	631
9.7	Flüsse in Netzwerken	637
9.8	Zuordnungsprobleme	648
9.8.1	Maximale Zuordnungen in bipartiten Graphen	650
9.8.2	Maximale Zuordnungen im allgemeinen Fall	653
9.8.3	Maximale gewichtete Zuordnungen	661
9.9	Aufgaben	662
10	Suchen in Texten	669
10.1	Suchen in dynamischen Texten	670
10.1.1	Das naive Verfahren zur Textsuche	670
10.1.2	Das Verfahren von Knuth-Morris-Pratt	672
10.1.3	Das Verfahren von Boyer-Moore	676
10.1.4	Signaturen	682
10.2	Approximative Zeichenkettensuche	683
10.3	Suchen in statischen Texten (gemeinsam mit S. Schuierer)	695
10.3.1	Aufbereitung von Texten – Suffix-Bäume	695
10.3.2	Analyse	703
10.4	Aufgaben	706

11 Ausgewählte Themen	709
11.1 Randomisierte Algorithmen	709
11.1.1 Randomisiertes Quicksort	710
11.1.2 Randomisierter Primzahltest	712
11.1.3 Öffentliche Verschlüsselungssysteme	716
11.2 Parallele Algorithmen	722
11.2.1 Einfache Beispiele paralleler Algorithmen	723
11.2.2 Paralleles Mischen und Sortieren	729
11.2.3 Systolische Algorithmen	740
11.3 Aufgaben	743
Literaturverzeichnis	747
Index	761