BA KOMPAKT

Reihenherausgeber:

Martin Kornmeier, Berufsakademie Mannheim

Willy Schneider, Berufsakademie Mannheim

BA KOMPAKT

Bisher erschienen:

Martin Kornmeier

Wissenschaftstheorie und wissenschaftliches Arbeiten

2007. ISBN 978-3-7908-1918-2

Willy Schneider

Marketing

2007. ISBN 978-3-7908-1941-0

Thomas Holey · Armin Wiedemann

Mathematik für Wirtschafts- wissenschaftler

Mit 84 Abbildungen

Springer

Prof. Dr. Thomas Holey
Prof. Dr. Armin Wiedemann
Studiengang Wirtschaftsinformatik
Berufsakademie Mannheim
Coblitzweg 1-7
68163 Mannheim
holey@ba-mannheim.de
wiedemann@ba-mannheim.de

ISSN 1864-0354

ISBN 978-3-7908-1973-1 Physica-Verlag Heidelberg New York

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funk- sendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Physica-Verlag ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media

springer.de

© Physica-Verlag Heidelberg 2007

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Herstellung: LE-TEX Jelonek, Schmidt & Vöckler GbR, Leipzig
Umschlaggestaltung: WMX Design GmbH, Heidelberg

SPIN 12087099 88/3180YL - 5 4 3 2 1 0 Gedruckt auf säurefreiem Papier

Für Jutta, Andrea, Kathrin und Hannes

Vorwort

Quantitative Methoden stellen eine wichtige Grundlage in nahe zu allen wirtschaftswissenschaftlichen Disziplinen dar. Dementsprechend finden sich mathematische Einführungsvorlesungen in den Rahmenstudienplänen dieser Studiengänge wieder.

Das vorliegende Buch *Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler* in der Reihe BA-Kompakt orientiert sich sehr stark am Rahmenstudienplan für den Studienbereich Wirtschaft an Berufsakademien in Baden-Württemberg. In der Stoffauswahl haben wir uns bemüht, die wichtigsten Themen für Studierende der Betriebswirtschaftslehre und der Wirtschaftsinformatik aufzunehmen. Einen breiten Raum nimmt die Darstellung mathematischer Grundlagen ein, die häufig auch Gegenstand der gymnasialen Oberstufe sind: Funktionen einer Veränderlichen, Differential- und Integralrechnung. Dem Dozenten ist mit dem Buch die Möglichkeit gegeben, je nach Kenntnisstand der Studierenden diese Grundlagen sehr zügig zu wiederholen und sich mehr auf die Anwendungen zu konzentrieren. Falls es sinnvoller und notwendiger erscheint, mehr Zeit für die Grundlagen zu verwenden, kann man sich bei der Behandlung von Funktionen mit mehreren Veränderlichen auf den Sonderfall zweier Variabler beschränken. Dann werden auch in der Linearen Algebra die Konzepte Determinante und Eigenwert einer Matrix nicht benötigt.

Auf diese Weise entsteht eine gewisse Flexibilität, ohne dass Themenbereiche des Rahmenstudienplans vollständig ausgelassen werden. Im ersten Kapitel werden einige Grundlagen aufgeführt, die zum 'Handwerkszeug' gehören sollten. Dem Studierenden ist mit einem kurzen Selbsttest die Möglichkeit gegeben, zu prüfen, inwieweit er diese Techniken beherrscht.

Wir bedanken uns bei Frau Prof. Dr. Irene Rößler und Herrn Prof. Dr. Frank Hubert für viele hilfreiche Diskussionen und Anregungen. Den Herausgebern, Herrn Prof. Dr. Martin Kornmeier und Herrn Prof. Dr. Willy Schneider danken wir für die Aufnahme des Buches in die Reihe BA-Kompakt. Unser Dank gilt beim Springer-Verlag Frau Katharina Wetzel-Vandai sowie Frau Gabriele Keidel, die uns bei redaktionellen Fragen stets hilfreich unterstützt haben.

Schließlich wollen wir noch darauf hinweisen, dass ein Foliensatz als Vorlesungsgrundlage und die Lösungen zu den Übungen zum Download beim Verlag unter der URL

<http://www.springer.com/978-3-7908-1973-1>

zur Verfügung stehen. Die Lösungen zum Test sind im Anhang zu finden.

Waibstadt, Neustadt/Weinstr.
Juni 2007

Thomas Holey
Armin Wiedemann

Inhaltsverzeichnis

1	Elementare Grundlagen	1
1.1	Elementares aus der Aussagenlogik	1
1.2	Mengenlehre	4
1.3	Arithmetische Grundoperationen	9
1.4	Gleichungen	13
1.5	Trigonometrie	18
1.6	Test	19
2	Funktionen	21
2.1	Definition und Darstellung von Funktionen	21
2.2	Einige elementare Funktionen	24
2.2.1	Die lineare Funktion	24
2.2.2	Die quadratische Funktion	26
2.2.3	Ganze rationale Funktionen oder Polynome	27
2.2.4	Potenzfunktion	28
2.2.5	Gebrochen rationale Funktionen	28
2.2.6	Die Hyperbelfunktion	28
2.2.7	Die Wurzelfunktion	29
2.2.8	Die Exponentialfunktion	29
2.2.9	Die Logarithmusfunktion	31
2.2.10	Trigonometrische Funktionen	33
2.2.11	Abschnittsweise definierte Funktionen	36
2.3	Die Umkehrfunktion	38
2.4	Verkettung von Funktionen	42
2.5	Eigenschaften von Funktionen	44
2.5.1	Beschränktheit	44
2.5.2	Monotonie	45
2.5.3	Symmetrie	46
2.6	Einige ökonomische Funktionen	49
2.6.1	Die Nachfragefunktion	49
2.6.2	Angebotsfunktion	50
2.6.3	Erlösfunktion	50
2.6.4	Produktionsfunktionen	51
2.7	Grenzwerte von Funktionen	53
2.7.1	Der Grenzwertbegriff	53
2.7.2	Die Cauchy-Definition des Grenzwerts von Funktionen	57
2.7.3	Grenzwertbetrachtungen einiger elementarer Funktionen	59

2.7.4	Rechenregeln für Grenzwerte	60
2.7.5	Beispiele für Grenzwertbetrachtungen	61
2.8	Stetigkeit von Funktionen	66
	Übungen	70
3	Differentialrechnung	73
3.1	Der Ableitungsbegriff	73
3.2	Ableitungen elementarer Funktionen	77
3.3	Ableitungsregeln	81
3.4	Differenzierbarkeit	85
3.5	Höhere Ableitungen, Extremwerte und Wendepunkte	88
3.6	Anwendungen der Differentialrechnung	92
3.6.1	Regel von de L'Hospital	92
3.6.2	Nullstellenbestimmung mit dem Newton-Verfahren ...	94
3.6.3	Kurvendiskussion	101
3.6.4	Grenzfunktionen	107
3.6.5	Elastizität von Funktionen	107
	Übungen	109
4	Integralrechnung	111
4.1	Das unbestimmte Integral	111
4.1.1	Stammfunktionen von elementaren Funktionen	112
4.1.2	Linearität des unbestimmten Integrals	113
4.2	Das bestimmte Integral	114
4.2.1	Eigenschaften des bestimmten Integrals	117
4.2.2	Wert eines Integrals	120
4.2.3	Fläche zwischen zwei Kurven	122
4.2.4	Uneigentliche Integrale	124
4.2.5	Partielle Integration	126
4.2.6	Integration durch Substitution	127
4.3	Anwendung der Integrationsrechnung	128
4.3.1	Bestimmung der ökonomischen Funktion aus der Grenzfunktion	128
4.3.2	Konsumentenrente	128
4.3.3	Produzentenrente	130
	Übungen	131
5	Lineare Algebra	133
5.1	Vektoren	133
5.1.1	Definition von Vektoren	133
5.1.2	Die Linearkombination von Vektoren	136
5.1.3	Skalarprodukt zweier Vektoren	138
5.2	Matrizen	139
5.2.1	Definition einer Matrix	139

5.2.2	Addition von Matrizen	142
5.2.3	Multiplikation mit einem Skalar	144
5.2.4	Matrizenmultiplikation	144
5.2.5	Rechenregeln des Matrizenproduktes	148
5.2.6	Inverse Matrix	150
5.3	Lineare Gleichungssysteme	151
5.3.1	Grundlegende Betrachtungen	151
5.3.2	Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme	154
5.3.3	Standardisierte Form von linearen Gleichungssystemen	162
5.3.4	Matrixinvertierung	163
5.3.5	Betriebswirtschaftliche Anwendungen	168
5.3.6	Eigenwerte einer Matrix	171
	Übungen	173
6	Funktionen mit mehreren Veränderlichen	177
6.1	Einführung und Darstellung	177
6.2	Differentialrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen	181
6.2.1	Partielle Ableitung	181
6.2.2	Das totale Differential	184
6.3	Extremwerte von Funktionen mit mehreren Variablen	187
6.3.1	Extremwerte ohne Randbedingungen	187
6.3.2	Extremwerte mit Nebenbedingungen	195
	Übungen	199
7	Finanzmathematik	201
7.1	Zinsrechnung	201
7.1.1	Einfache Verzinsung	201
7.1.2	Zinseszinsen	204
7.1.3	Rentenrechnung	205
7.1.4	Unterjährige Verzinsung	207
7.2	Tilgungsrechnung	210
	Übungen	217
	Lösungen zum Test	219
	Literaturverzeichnis	227
	Stichwortverzeichnis	229