

Vita Mathematica
Band 13

Herausgegeben
von Emil A. Fellmann





H. Franz Brunn

Graßmann

von Hans-Joachim Petsche

Birkhäuser Verlag
Basel · Boston · Berlin

Autor

Prof. Dr. Hans-Joachim Petsche
Hessestrasse 18
D-14469 Potsdam

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechts.

ISBN 3-7643-7257-5 Birkhäuser Verlag, Basel – Boston – Berlin

© 2006 Birkhäuser Verlag, P.O.Box 133, CH-4010 Basel, Switzerland

Part of Springer Science+Business Media

Gedruckt auf säurefreiem Papier, hergestellt aus chlorfrei gebleichtem Zellstoff. TCF

Umschlagsabbildung: Hermann Günther Graßmann, Photographie aus dem Jahre 1874

Satz: HD Ecker TeXtServices, Bonn

Printed in Germany

ISBN-10: 3-7643-7257-5

ISBN-13: 978-7643-7257-6

e-ISBN: 3-7643-7541-8

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Für Horst Obermann

Inhalt

Danksagung	IX
Vorwort	XI
Einleitung	XV
1 Graßmanns Leben	1
1.1 Zeitverhältnisse	1
1.2 Familientraditionen und Elternhaus	9
1.3 Jugend- und Universitätsjahre	16
1.4 Durchgangspunkte auf dem Weg zur eigenständigen mathematischen Leistung (1830–1840)	29
1.5 Mathematische Produktivität und erstes Ringen um Anerkennung (1840–1848)	39
1.6 Revolution in Deutschland (1848)	53
1.7 Erneuter Kampf um mathematische Anerkennung	67
1.8 Abwendung von der Mathematik, sprachwissenschaftliche Erfolge und späte mathematische Anerkennung	90
Anmerkungen zum 1. Kapitel	103
2 Anreger des Schöpfungstums Graßmanns	113
2.1 Der Vater Justus Graßmann – Wegbereiter der mathematischen und philosophischen Auffassungen seines Sohnes	113
2.2 Zusammenarbeit mit dem Bruder Robert Graßmann (1815–1901)	130
2.3 Der Philosoph Friedrich Schleiermacher – Sein Wirken und Grundgedanken aus den Vorlesungen zur Dialektik	145
Anmerkungen zum 2. Kapitel	174
3 Die Beiträge Hermann Günther Graßmanns zur Entwicklung der Mathematik und ihre mathematikgeschichtliche Einordnung	181
3.1 Zu einigen Grundzügen der Entwicklung der Geometrie vom 17. bis zum 19. Jahrhundert	182

3.2 Die Prüfungsschrift Graßmanns zur Theorie der Ebbe und Flut.....	187
3.3 Die Ausdehnungslehre von 1844 und die Graßmannsche Theorie der algebraischen Kurven	192
3.4 Die Preisschrift zur geometrischen Analyse (1847).....	213
3.5 Die Ausdehnungslehre von 1862	217
3.6 Bearbeitung der Grundlagen der Arithmetik (1861).....	219
3.7 Das Eingreifen der Ideen Graßmanns in die Entwicklung der Mathematik.....	227
Anmerkungen zum 3. Kapitel	235
4 Genesis und Gehalt der philosophischen Auffassungen Hermann Günther Graßmanns in der Ausdehnungslehre von 1844	243
4.1 Die Genesis der Grundideen der Ausdehnungslehre	244
4.2 Die philosophischen Grundprinzipien Hermann Graßmanns bei der Bestimmung des Wesens der Mathematik	250
4.3 Die Auffassungen Hermann Graßmanns zur Neustrukturierung der Mathematik und zur Standortbestimmung der Ausdehnungslehre.....	259
4.4 Die Auffassungen Hermann Graßmanns vom Wesen der mathematischen Methode und ihrem Verhältnis zur philosophischen	266
4.5 Die Graßmannsche Ausdehnungslehre und die Schleiermachersche Dialektik	269
4.6 Schlußbemerkung.....	274
Anmerkungen zum 4. Kapitel	275
Chronologie zum Leben Hermann Graßmanns.....	281
Abkürzungen	287
Literatur	289
Quellenverzeichnis der Abbildungen.....	313
Personenregister	315

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich zunächst Herrn Dr. Steve Russ vom Department of Computer Science der Universität Warwick danken, dem ich im April 2003 auf einem Workshop zu „Knowledge Management and Philosophy“ in Luzern begegnet bin und der mich bei einem Besuch in Potsdam drängte, mich noch einmal Graßmann zuzuwenden.

Er gab mir den letztlich entscheidenden Impuls, dieses Buch in Angriff zu nehmen. Ferner gilt mein Dank Herrn Dr. Thomas Hempfling, der als Lektor des Birkhäuser Verlages meinen ersten Manuskriptentwurf so freundlich und aufgeschlossen aufnahm und mich ermutigte, weiter daran zu arbeiten. Ganz wesentlich habe ich Herrn Dr. Stefan Göller, dem Lektor des Birkhäuser Verlages zu danken, der mich betreute und den Fortschritt meiner Arbeit konstruktiv und hilfreich begleitete. Auch Herr Prof. Dr. Peter Schreiber sei an dieser Stelle erwähnt, der mir wertvolle Hinweise zum Manuskriptentwurf gab. Letztlich sei den zahlreichen Helfern in Bibliotheken und Archiven gedankt, die mich bei meinen Nachforschungen durchweg schnell, freundlich und sachkundig unterstützten.

Vorwort

In seinem 1827 erschienenen „Allgemeinen Handwörterbuch der philosophischen Wissenschaften“ vermerkt Wilhelm Traugott Krug unter den Stichwörtern „Mathematik“ und „Mathematisch“:

„Mathematik ... [hat] es nur mit der in Zeit und Raum anschaulichen und daher in Zahlen und Figuren darstellbaren oder zählbaren und messbaren Größe zu thun ... Der Philosoph soll also wohl sich mit der Mathematik und der Mathematiker mit der Philosophie befreunden, so innig als es Talent, Neigung, Zeit und Umstände nur immer gestatten mögen. Aber man soll nicht wieder vermischen und vermengen, was die fortschreitende wissenschaftliche Bildung aus guten Gründen geschehen hat. ... eine mathematische Philosophie und eine philosophische Mathematik – in dem Mischsinne, wie man es gewöhnlich nimmt – ist ein wissenschaftliches oder vielmehr unwissenschaftliches Monstrum, und kann dem menschlichen Geiste, der zur wahren Selbstverständigung gelangt ist, ebensowenig gefallen, als ein aus Mann und Weib gemischter Menschenkörper.“¹

Ungeachtet dessen veröffentlichte 1844 der 35jährige Gymnasiallehrer aus Stettin Hermann G. Graßmann² eine mathematische Arbeit, deren Darstellungsweise, wie er später selbst vermerkt, „gewiss den mehr philosophisch gebildeten Lesern mehr zusagen wird“³ und die zudem mit dem Anspruch auftrat, eine Wissenschaft zu begründen, „welche die sinnlichen Anschauungen der Geometrie zu allgemeinen, logischen Begriffen erweitert und vergeistigt, und welche an abstrakter Allgemeinheit es nicht nur mit jedem andern Zweige, wie der Algebra, Kombinationslehre, Funktionenlehre, aufnimmt, sondern sie durch Vereinigung aller in diesen Zweigen zu Grunde liegenden Elemente noch weit überbietet, und so gewissermassen den Schlussstein des gesammten Gebäudes der Mathematik bildet.“⁴

Der in der Fachwelt bis dahin völlig unbekannt mathematische Debütant unterließ es nicht, sein Werk – es handelte sich um „Die lineale Ausdehnungslehre, ein neuer Zweig der Mathematik“ (1844) – den bedeutendsten Mathematikern seiner Zeit „zur gefälligen Beachtung“ zu übersenden. Deren Einschätzung war indes für Graßmann niederschmetternd und lag völlig im Rahmen der eingangs umrissenen Kantschen Auffassungen vom Wesen der Mathematik. August Ferdinand Möbius, der deutsche Mathematiker, dessen Ideen sich am engsten mit denen

Graßmanns berührten, bemerkte in einem Brief an Apelt, daß er mehrfach angesetzt habe, Graßmanns Werk zu studieren, „... niemals aber weit über die ersten Blätter hinausgekommen [sei] ... , da es ... sich zu sehr von aller Anschaulichkeit, dem wesentlichen Charakter der mathematischen Erkenntnis, fern hält.“⁵ In einem Brief an Gauß spricht er ferner von Graßmanns „Abschweifungen vom mathematischen Grund und Boden“⁶. Johann August Grunert schrieb an Graßmann: „Gewünscht hätte ich auch, daß Sie sich weniger in philosophische Reflexionen eingelassen ... hätten.“⁷ Der mit Möbius befreundete Ernst Friedrich Apelt vermerkt zu „Graßmanns wunderliche[r] Ausdehnungslehre“: „... mir scheint eine falsche Philosophie der Mathematik zu Grunde zu liegen. ... So eine *abstrakte* Ausdehnungslehre, wie er sucht, könnte sich nur aus Begriffen entwickeln lassen. Aber die Quelle der mathematischen Erkenntnis liegt nicht in Begriffen sondern in der Anschauung.“⁸ Letztlich konstatiert Richard Baltzer zur Ausdehnungslehre: „... mir schwindelt der Kopf und wird himmelblau vor den Augen, wenn ich drin lese.“⁹ So kommt es zu dem, was Moritz Cantor mit dem lapidaren Satz umreißt: „Das Buch erschien 1844 bei O. Wigand in Leipzig, fand nicht einmal einen Rezensenten, noch weniger einen Käufer und wurde in fast vollständiger Auflage eingestampft!“¹⁰

Ein halbes Jahrhundert später ist Graßmanns mathematische Leistung unumstritten. Von 1894 bis 1911 erscheint auf Veranlassung Felix Kleins die sechs Teilbände umfassende Sammlung seiner mathematischen und physikalischen Schriften¹¹. Dank des Wirkens von Mathematikern wie Hermann Hankel, Alfred Clebsch, Felix Klein, Friedrich Engel u. a. erfahren die Verdienste Graßmanns um die Begründung der Vektor- und Tensorrechnung, um die Entwicklung der n -dimensionalen affinen und projektiven Geometrie sowie, um nur einiges zu nennen, um die Begründung der Arithmetik, ihre retrospektive Würdigung. Graßmann ist in der mathematischen Fachwelt bekannt, sein mathematisches Hauptwerk jedoch noch immer fast unbekannt, denn, obwohl „sich eine gewisse Hochachtung vor dem Stettiner Mathematiker allmählich auch in weiteren Kreisen verbreitet“, wie F. Engel 1911 bemerkt, ist „... nicht zu leugnen ... , daß sich diese Hochachtung selbst heute noch bei gar vielen nicht auf eigene Kenntnis der *Graßmannschen* Schriften gründet, sondern mehr auf Hörensagen.“¹² Unter der Vielzahl der Gründe, die sich für das fast ein viertel Jahrhundert währende Ignorieren der 1844er „Ausdehnungslehre“ Graßmanns anführen lassen, kommt der Ablehnung ihres philosophischen Gehaltes und ihrer philosophischen Darstellungsweise offensichtlich eine hervorragende Bedeutung zu. Wie sich indes zeigen läßt, wird eine derartige philosophiefindliche Haltung der „Ausdehnungslehre“ keineswegs gerecht. Eine eingehende Analyse bringt zutage, daß es u. a. gerade dieses philosophische, oder präziser, dieses *dialektische*

Herangehen Graßmanns an mathematische Probleme war, das ihm zur Schöpfung und relativ umfassenden Ausgestaltung einer neuen mathematischen Disziplin, der Vektor- und Tensorrechnung, befähigte. Ja, diese Feststellung läßt sich noch erweitern: Graßmann war in der Lage, eine neuartige vektoralgebraische Theorie des n -Dimensionalen aufzubauen, weil er auf der Höhe des philosophischen Denkens seiner Zeit stand, weil er die von den Ideologen der aufstrebenden deutschen Bürgertums entwickelte Dialektik als Erkenntnis- und Darstellungsmethode bewußt anzuwenden trachtete!

Die vorliegende Arbeit stellt den Versuch einer kritischen Würdigung des Lebens und des Werkes Hermann Graßmanns (1809–1877) dar.

Hermann Graßmann ist heute, obwohl er als Begründer der Vektorrechnung in die Mathematikgeschichte Eingang fand, ein weitgehend unbekannter Mathematiker. Sein hundertster Todestag im Jahre 1977 verstrich weitgehend unbemerkt, eine Konferenz aus Anlaß des 150. Jahrestages des Erscheinens der „Linealen Ausdehnungslehre“ im Mai 1994 auf Rügen war einer der letzten markanten Versuche, ihn des Vergessens zu entreißen.

Das neunzehnte Jahrhundert, der Zeitraum also, in dem Graßmann sein Schöpfertum entfaltete, harrt mathematikgeschichtlich noch immer weitgehend einer Aufarbeitung. Die Analyse der geschichtlichen Wechselwirkung von Philosophie und Mathematik steht fast vollständig aus.¹³

Grund genug also, sich Graßmann eingehender zuzuwenden.

Einleitung

Mit Hermann Graßmann, dessen zweihundertster Geburtstag ins Haus steht, tritt uns eine der außergewöhnlichsten Forscherpersönlichkeiten des 19. Jh. entgegen. Die Umstände, unter denen er seine wissenschaftlichen Leistungen vollbrachte, sind nicht minder beeindruckend als die erzielten Forschungsergebnisse selbst. Graßmann, der ursprünglich Theologe werden wollte und auf mathematischem und naturwissenschaftlichem Gebiet weitgehend Autodidakt war, wandte sich erst in einem Alter von über 30 Jahren der wissenschaftlichen Forschung zu. Mit Ausnahme seines dreijährigen Berliner Studiums blieb er Zeit seines Lebens seiner Geburtsstadt Stettin verhaftet, als Gymnasiallehrer fast ohne Kontakt zu den führenden Naturwissenschaftlern und Mathematikern seiner Zeit und fernab von den Zentren wissenschaftlicher Forschung. Seine Hausbibliothek umfaßte nur wenige wissenschaftliche Werke. – Aber welche Fülle wissenschaftlicher Leistungen stand dem gegenüber! In die Geschichte ging Graßmann ein durch Entdeckungen auf dem Gebiet der Elektrizitätslehre, der Farbenlehre und der Vokaltheorie. Gleichzeitig gehört er zu den Pionieren der vergleichenden Sprachtheorie und der Vedaforschung. Sein Wörterbuch des Rig-Veda, der Sammlung vorbuddhistischer Götterhymnen Indiens (12.–6. Jh. v. u. Z.), erlebte 1996 eine sechste Nachauflage¹⁴. Vor allem jedoch machte sich Graßmann auf dem Gebiet der Mathematik verdient. Mit seinen beiden „Ausdehnungslehren“ (A1, A2) aus den Jahren 1844 und 1862 sowie seinem „Lehrbuch der Arithmetik“ (LA) aus dem Jahre 1861 gehört er, unabhängig von dem englischen Mathematiker W.R. Hamilton, zu den Begründern der Vektor- und Tensorrechnung, war er, ein Jahrzehnt vor B. Riemann, der erste Mathematiker, der durch Verallgemeinerung der gewöhnlichen dreidimensionalen Geometrie eine Theorie der n -dimensionalen Mannigfaltigkeiten schuf. Obwohl seinen mathematischen Ergebnissen fast 30 Jahre die offizielle Anerkennung versagt blieb, übten sie noch einen nachhaltigen wissenschaftlichen Einfluß aus auf Mathematiker wie Felix Klein, Giuseppe Peano, Alfred North Whitehead, Élie Cartan, Hermann Hankel, Walther von Dyck, Josiah Willard Gibbs ... um nur einige anzuführen. Schon aus diesen wenigen Fakten wird erkennbar, daß die wissenschaftlichen Leistungen Graßmanns ein vorzüglicher Gegenstand wissenschaftshistorischer Analyse sein sollten.

Nun muß indes vermerkt werden, daß die vorliegende Schrift nicht die erste Arbeit über Leben und Wirken Graßmanns ist. Bereits ein Jahr nach Graßmanns Tod, 1878, erschien eine Biographie von Victor Schlegel (1878) und 1911, anläßlich der Herausgabe der sechs Teile umfassenden gesammelten Werke Graßmanns, veröffentlichte Friedrich Engel eine umfangreiche Biographie (BIO). Die genannten Schriften sind als Fundgrube größtenteils verloren gegangener Dokumente über das Leben Graßmanns von unschätzbarem Wert – als wissenschaftliche Beiträge zur Klarstellung von Platz und Bedeutung Graßmanns in der Geschichte der Wissenschaft weisen sie jedoch eine Reihe von Unzulänglichkeiten auf. Wenn, um nur ein Beispiel anzuführen, Schlegel behauptet, Graßmanns mathematische Ideen seien „außer allem Zusammenhang mit der geschichtlichen Entwicklung der Wissenschaft“¹⁵ aufgetaucht, so drückt sich darin eine überaus vereinseitigende Sicht auf die Mathematikgeschichte aus, der man nur zugute halten kann, daß sie vermutlich die Bedeutung und die wissenschaftliche Leistung Graßmanns zusätzlich erhöhen sollte.

Die in anderen Schriften Schlegels und Engels hervortretenden Einseitigkeiten hinsichtlich einer philosophischen Verortung der Mathematik schlagen sich auch in den genannten Biographien nieder. Ist die Biographie Schlegels von überschwenglichen Wertungen getragen, denen sich ein objektiver Blick auf den Platz Graßmanns in der Mathematikgeschichte verschließt, so finden wir in der Biographie Engels eine minutöse Schilderung des Graßmannschen Wirkens, die sich jeglicher Wertungen enthält.

Im Gegensatz dazu verfolgt die vorliegende Arbeit das wissenschaftshistorische Ziel herauszufinden, ob – und wenn ja, in welchem Umfang und in welcher Hinsicht – die individuell erzielten wissenschaftlichen Glanzleistungen Graßmanns, die genialisch singulär erscheinen, gleichwohl eine gesellschaftliche Determination der Mathematik zum Ausdruck bringen.

Bei einem derartigen Versuch muß man sich jedoch davor hüten, eine gradlinige und unvermittelte Einwirkung der ideologischen, kulturellen, sozialen und ökonomischen Verhältnisse auf die Wissenschaft zu suchen, eine, wie selbst Friedrich Engels meinte, „absurde“ Auffassung, die „die Anwendung der Theorie auf eine beliebige Geschichtsperiode ja leichter als die Lösung einer einfachen Gleichung ersten Grades ...“¹⁶ erscheinen ließe. Orientierungspunkt soll vielmehr der Standpunkt von S. R. Mikulinskij sein, den er auf dem 15. Internationalen Kongreß für Geschichte der Naturwissenschaft und Technik im August 1977 in Edinburgh formulierte: „Der Weg zur Aufdeckung der Mechanismen und Gesetzmäßigkeiten der Wissenschaftsentwicklung [besteht] im Erkennen der Wechselwirkung des gegenständlichen Inhalts der Wissenschaft, der

sozialökonomischen und kulturhistorischen Bedingungen sowie der Persönlichkeitsfaktoren, wobei die sozialhistorische Praxis diese Wechselwirkung entscheidend beeinflusst [Übers. – H.-J. P.].¹⁷

Unter Berücksichtigung dieser Grundstrategie zur Aufdeckung des konkreten Mechanismus der Entstehung neuen wissenschaftlichen Wissens ergibt sich, wie in der vorliegenden Schrift gezeigt wird, für die Determination des mathematischen Schaffens Graßmanns folgendes Bild: Entstehung, Struktur und Charakter des mathematischen Hauptwerkes Hermann Graßmanns, der Ausdehnungslehre von 1844, sind mindestens von sieben wesentlichen, historisch belegbaren Faktorengruppen geprägt.

Erstens läßt sich hier auf die Familientraditionen verweisen. Graßmann stammte aus einer alteingesessenen pommerschen Pastorenfamilie mit ausgeprägten innerfamiliären Bindungen. Unter dem Einfluß des Pietismus und der Aufklärung, den der Großvater Hermann Graßmanns während seines Hallenser Theologiestudiums erfuhr, setzte jener schrittweise und widerspruchsvolle Prozeß der Abwendung von der Religion und der Zuwendung zur Wissenschaft ein, der, sich von Generation zu Generation verstärkend, mit den Söhnen Hermann Graßmanns – alle hatten sie ein naturwissenschaftliches bzw. technisches Studium absolviert – seinen relativen Abschluß fand. Im Pietismus und in der Aufklärung begann sich das deutsche Bürgertum auf seine eigenen praktischen und geistigen Fähigkeiten zu besinnen. Die familiäre Aufbewahrung und Weitergabe dieser wissenschaftsbejahenden Denkhaltung wurde unter den rückständigen Verhältnissen Pommerns zu einem Fundament, welches Hermann Graßmann überhaupt erst ermöglichte, sich von der Theologie ab- und der Mathematik zuzuwenden.

Zweitens muß auf den Einfluß verwiesen werden, den Justus Graßmann, der Vater Hermann Graßmanns, auf seinen Sohn ausübte. Wie wohl selten in der Geschichte der Wissenschaften befruchteten die Ideen, Anschauungen und die Denkhaltung des Vaters das wissenschaftliche Schöpferium des Sohnes.

Justus Graßmann wiederum, der durch eigene wissenschaftliche Leistungen kaum hervortrat, zeichnete sich durch eine gediegene, an Leibniz, Kant und die romantische Naturphilosophie anknüpfende philosophische Bildung aus. Als Anhänger der Pädagogik Pestalozzis griff er Ansätze des Pestalozzischülers J. Schmid (1809) zur Entwicklung einer Elementar- und Volksschulmathematik auf. Aus der Synthese der hier vorgefundenen Geometrieansichten mit der Leibnizschen Kombinatorik, dem Kantschen Mathematikverständnis, den dialektischen Positionen der klassischen deutschen bürgerlichen Philosophie und der Romantik erwuchs jenes Gedankengebäude, dessen geniale Realisierung die Ausdehnungslehre Hermann Graßmanns ist. Den komplexen Charakter der

Verwobenheit der Ideen Hermann Graßmanns mit denen seines Vaters darzustellen, wird ein Schwerpunkt dieser Schrift sein.

Als ein dritter Bedingungskomplex, der Charakter und Entstehung der Graßmannschen Ausdehnungslehre beeinflusste, muß das soziale und kulturelle Klima seiner Heimat- und Wirkungsstadt Stettin gesehen werden. Im Gefolge der Befreiungskriege 1813/14 kam es in Stettin zu einer ausgesprochen kleinbürgerlich-provinziellen Blüte, die erst Mitte der 50er Jahre unter dem Einfluß der 1843 vollendeten Eisenbahnverbindung nach Berlin sowie der bürgerlichen Revolution von 1848 langsam endete. In diesen vier Jahrzehnten lebten in den Mauern Stettins Romantik, Religion und Deutschtümelei auf, regte sich ein kleinbürgerlicher Bildungseifer, erhielt die Freimaurerloge Stettins einen nie gekannten Zulauf. Am Stettiner Gymnasium, dem wissenschaftlich-kulturellen Zentrum der Stadt, war ein Kollegium von Professoren vereint, das teils wissenschaftlich-genial, teils lokal-borniert, keine wissenschaftliche Autorität anerkannte, die nicht den Maßstäben des eigenen Denkens standhielt, ein Kollegium, das in dem breiten Spektrum verschiedener Auffassungen nur durch die romantische Grundhaltung geeint war. Dieses die individuelle geistige Schöpferkraft behahende Mikroklima bildete den Nährboden, auf dem das Zutrauen Graßmanns in die eigenen Fähigkeiten zu einer totalen Umarbeitung der gesamten Mathematik, beginnend mit der Begründung eines vollständig neuen mathematischen Zweiges, der Ausdehnungslehre, erwuchs. Andererseits ist es die gleiche kleinbürgerliche Atmosphäre, unter deren Einfluß der Bruder Hermann Graßmanns, Robert Graßmann, ein groteskes, 10-bändiges „Gebäude des Wissens“ (1882–90) verfaßte, das die Gesamtheit der menschlichen Erkenntnis in völlig neuer, angeblich erstmals „wissenschaftlicher“ Weise darstellen sollte und verständlicherweise an diesem Anspruch vollständig scheiterte.

Auf dem schmalen Grat zwischen Provinzialismus und Deutschtümelei einerseits und wissenschaftlicher Schöpferkraft und Genialität andererseits sich bewegend, bringt somit die Graßmannsche Ausdehnungslehre die Zwiespältigkeit des Graßmann umgebenden geistigen Milieus zum Ausdruck.

Viertens ist auf den Einfluß des Bruders, Robert Graßmann, zu verweisen. Robert war für Hermann Graßmann, der als Lehrer in Stettin, fernab der Universitäten und wissenschaftlichen Zentren seine wissenschaftlichen Ideen entwickelte, der einzige Partner, Kritiker und Mitstreiter. Er war dies in einem solchen Maß, daß es vielfach unmöglich ist, zu sondern, was von dem einen oder dem anderen Bruder an theoretischen Konzepten eingebracht wurde. Über Jahre arbeiteten sie täglich stundenlang gemeinsam an ihren wissenschaftlichen Projekten. Sie erörterten Schliermachers Dialektik, sie diskutierten das Konzept der ersten und der zweiten Fassung der Ausdehnungslehre und gingen die Beweise durch.

Gemeinsam verständigten sie sich über ihre Arbeitsfelder bei der Revision der Grundlagen der Mathematik: Hermann übernahm Ausdehnungslehre und Zahlenlehre, Robert Kombinationslehre und Logik. Die Brüder waren charakterlich sehr unterschiedlich und in der wissenschaftlichen Ausrichtung nicht deckungsgleich. Es wundert daher nicht, daß diese Zusammenarbeit für Hermann, sieht man vom Briefwechsel mit Möbius ab, nicht zuletzt aufgrund des Fehlens wissenschaftlicher Kontakte zur Fachwelt, sowohl ihre Licht- als auch Schattenseiten hatte und zweifelsohne zum Ignorieren seiner Ausdehnungslehre in der mathematischen Fachwelt, sowohl in der ersten wie in der zweiten Fassung, mit beitrug.

Als fünfte Komponente, die auf Inhalt und Anlage der Ausdehnungslehre einen maßgeblichen, ja, neben den Ideen und Ansätzen des Vaters den entscheidenden Einfluß ausübte, ist die Dialektik Friedrich Schleiermachers anzuführen. Der Religionsphilosoph Schleiermacher, dem Graßmann an der Berliner Universität begegnete und dem er nach eigenen Worten für sein wissenschaftliches Denken „so unendlich viel zu danken“¹⁸ hatte, führte Graßmann in die Schatzkammer der vorhegelschen Dialektik ein. Selbst aus den Quellen Platons, Spinozas, Kants, Schellings, der romantischen Naturphilosophie und eigener naturwissenschaftlicher Studien schöpfend, gleichzeitig mitten in den politischen Parteikämpfen seiner Zeit stehend, war es Schleiermacher, der Graßmann die Notwendigkeit und die Bedeutung der Dialektik für das Aufspüren mathematischer und einzelwissenschaftlicher Theorieansätze sowie für deren systematische Entfaltung zu einem methodenbewußt komponierten theoretischen Ganzen vor Augen führte.

Zwei Jahre vor dem Beginn der Arbeit Graßmanns an der Ausdehnungslehre erschienen aus dem Nachlaß Schleiermachers Vorlesungen zur Dialektik (DIAL). Sofort stürzte sich Hermann Graßmann, gemeinsam mit seinem Bruder, in ihr Studium. Somit begann die Arbeit an der Ausdehnungslehre, ihre systematische Entwicklung, unter dem unmittelbaren Einfluß dieser philosophischen Studien. Das lange Ringen um die endgültige Form der Ausdehnungslehre, von dem Graßmann im Vorwort der Schrift Zeugnis ablegt, sowie seine Darlegungen zur Notwendigkeit und zum Wesen der Anwendung der Philosophie auf die Mathematik in eben dieser Schrift weisen aus, daß Graßmann bewußt die dialektische Methode Schleiermachers zum Aufbau seines mathematischen Gebäudes nutzte, ja, daß er dem Leser in der Einleitung des Werkes vorsätzlich diese dialektische Verfahrensweise bewußt zu machen suchte. Aus dem intimen Verhältnis von Mathematik und dialektischer Methode schöpft das Werk Graßmanns seine Genialität.

Damit soll zu einem sechsten Aspekt, der mathematikgeschichtlichen Determination der Graßmannschen Ausdehnungslehre, hinübergeleitet werden. In der Überwindung des begrenzten antiken Mathematikver-

ständnisses war die Geometrie seit dem 16. und 17. Jh. hinter der Entwicklung der Algebra und der Analysis zurückgeblieben. Die revolutionären Umwälzungen des mathematischen Geometrieverständnisses wurden erst mit der Begründung der analytischen Geometrie Descartes', einer ganz spezifischen Verknüpfung der Geometrie mit algebraischen und analytischen Methoden, eingeleitet. Diese nun erst einmal vollzogene, besondere, relativ einseitige Verzahnung algebraischer und geometrischer Methoden, bei der gleichzeitig die Rechnung gegenüber der geometrischen Betrachtung mehr oder weniger äußerlich war, stellte gegenüber der objektiv möglichen Vielzahl von Verkopplungen von Geometrie und Algebra einen dialektischen, die Entwicklung der Mathematik vorwärtstreibenden Widerspruch dar. Er wurde zum einen, durch praktische Bedürfnisse veranlaßt, gelöst durch die analytische Behandlung der projektiven Geometrie, die zu Punkt-, Linien-, Ebenenkoordinaten usw. führte, und wurde zum anderen gelöst durch die Suche nach der geometrischen Interpretation von komplexen und hyperkomplexen Zahlen, eine Suche, die, stimuliert durch Bedürfnisse der Mechanik, zur Vektoralgebra führte. Ein dritter Lösungsansatz ergab sich, ebenfalls beeinflußt durch Bedürfnisse der mathematischen Mechanik, aus den Bemühungen, eine neue, unmittelbarere Verbindung von Algebra und Geometrie zu begründen. In dieser Richtung versuchte sich Leibniz, in eben diesem Herangehen gelangte Graßmann durch seinen Ansatz einer Begründung der Vektor- und Tensorrechnung zum Erfolg, wobei er gleichzeitig alle die Grundprobleme mit in Angriff nahm – gemeint sind hier die Aufhebung der absoluten Koppelung von Geometrie und Metrik, die Verallgemeinerung des Dimensionsbegriffs auf n Dimensionen, die weitgehende Auflösung des Koordinatenbegriffs und die Untersuchung geometrischer Verwandtschaften – wobei er mithin alle die Grundprobleme in Angriff nahm, deren Bearbeitung im 19. Jh. zu einem neuen, abstrakteren Geometrieverständnis führte, das in F. Kleins „Erlanger Programm“ Ausdruck fand.

Somit löste Graßmann auf eigenständigen Wegen mathematische Grundfragen seiner Zeit – und zwar dank seinem dialektischen Denken – auf hervorragende Weise.

Siebtens und letztes sei auf individuelle Momente im Schaffen Graßmanns hingewiesen, die auf die Ausgestaltung seiner mathematischen Ideen von nachhaltigem Einfluß waren. Zu nennen wäre hier die autodidaktische Wissensaneignung, die Graßmann davor bewahrte, ausgetretene Wege des wissenschaftlichen Denkens zu beschreiten und sich zu sehr von den mathematischen Moderichtungen beeinflussen zu lassen. Anzuführen ist ferner die relativ späte Zuwendung zur Mathematik, die dem nachhaltigen Einfluß philosophischen Denkens erst Raum ließ, und zu nennen ist schließlich die ursprüngliche Studienweise Graßmanns, bei

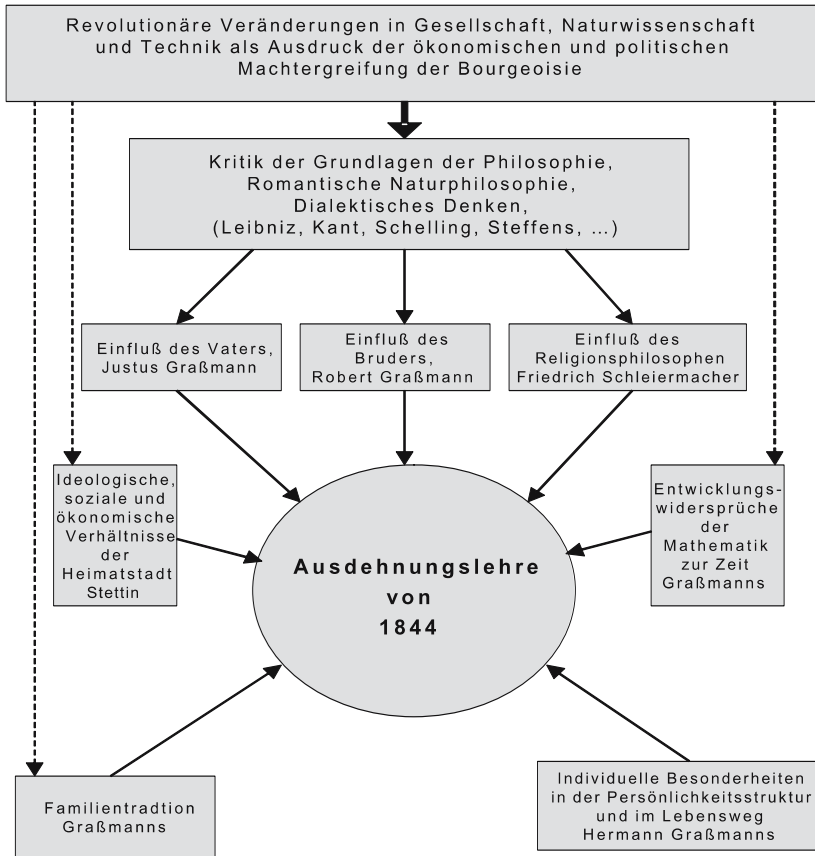


Abb. 1. Einflußfaktoren auf Darstellungsweise und Inhalt der Graßmannschen Ausdehnungslehre von 1844.

welcher er, ausgehend von der ganzen Breite des damaligen Gymnasialstoffes, möglichst tief in die elementaren Zusammenhänge und in die Grundlagen der Wissenschaften einzudringen versuchte und somit ein umfassendes und gediegenes Allgemeinwissen erwarb. Die Bedeutung, die ein derart solides Allgemeinwissen für den wissenschaftlichen Erfolg auf einem Spezialgebiet spielt, sollte als Fingerzeig der deutschen Geschichte die deutsche Gegenwart beunruhigen.

In der Vielzahl der hier aufgeführten Faktoren nimmt der Mechanismus der sozial-ökonomischen, kulturell-historischen und individualspezifischen Determination des mathematischen Schaffens Hermann Graßmanns konkrete Gestalt an.

Es tritt jener Rahmen inner- und außerlogischer Bedingungen hervor, der Graßmann den Spielraum für die Ausgestaltung der Ausdehnungslehre bot.

Unter der Fülle dieser einzelnen Einflüsse tritt als generelle Tendenz der gesellschaftlichen Bedingtheit des mathematischen Schaffens Graßmanns die Aufnahme dialektischen Denkens zur Bewältigung mathematischer Problemstellungen hervor. Somit vollzieht sich im Falle Graßmanns die gesellschaftliche Determination des einzelwissenschaftlichen Schaffens in erster Linie unter dem Einfluß des Gedankengutes von Leibniz, Kant, Schelling und Schleiermacher, d. h. auf philosophischer Ebene, auf der Ebene des dialektischen Denkens. Die Dialektik entstand zu dieser Zeit jedoch nicht zufällig in der klassischen bürgerlichen deutschen Philosophie. Sie war unmittelbarer Reflex der ökonomischen und politischen Machtergreifung des Bürgertums als ein innereuropäischer Prozeß, war der ideelle Reflex der sich seit der Renaissance vollziehenden revolutionären Veränderungen in Gesellschaft, Naturwissenschaft und Technik. Graßmanns Ausdehnungslehre ist Moment und Ausdruck dieses Umwälzungsprozesses.