Ernst P. Billeter

Grundlagen der repräsentativen Statistik

Grundlagen der repräsentativen Statistik

**Stichprobentheorie
und Versuchsplanung**

Ernst P. Billeter

Springer-Verlag
Wien · New York

1970

Dr. ERNST P. BILLETER

**Ordentlicher Professor für Statistik, Operations Research
und Automation an der Universität Freiburg/Schweiz**

**Direktor des Instituts für Automation und Operations Research
an der Universität Freiburg/Schweiz**

Mit 7 Abbildungen und 8 Diagrammen

Alle Rechte vorbehalten

**Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung
des Springer-Verlages übersetzt oder in irgendeiner Form
vervielfältigt werden**

© 1970 by Springer-Verlag/Wien

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1970

Library of Congress Catalog Card Number 79-142791

ISBN-13:978-3-7091-8251-2 e-ISBN-13:978-3-7091-8250-5

DOI: 10.1007/978-3-7091-8250-5

Vorwort

In meinem früher erschienenen Buch „Grundlagen der Elementarstatistik — Beschreibende Verfahren“ wurden wichtige statistische Parameter und Verteilungen behandelt. Diese Maßzahlen und Verteilungen dienen vor allem der Beschreibung einer statistischen Gesamtheit. Dabei wird angenommen, daß die statistischen Beobachtungsergebnisse schon vorliegen.

In diesem Buch wird nun auf das Problem der Gewinnung statistischer Beobachtungsergebnisse eingegangen. Da in der Regel solches statistische Zahlenmaterial durch Repräsentativ- oder Stichprobenerhebungen gewonnen wird, finden sich hier einige der wichtigsten Stichprobenverfahren. Dabei wurde auch versucht, neuere und neueste Verfahren einzubeziehen, die bisher nur in verstreuten Zeitschriftenartikeln zu finden sind. Es wurde wiederum angestrebt, die mathematischen Ableitungen vollständig wiederzugeben, um es auch einem mathematisch weniger geschulten Leser zu ermöglichen, Einblick in die Hintergründe und Entstehungsursachen der angeführten mathematischen Formeln zu nehmen. Dadurch ist es ihm eher möglich, den Anwendungsbereich der einzelnen Verfahren selbständig richtig abschätzen zu können, was für die praktische Statistik sehr wichtig ist. Das Buch richtet sich deshalb vor allem an den praktisch tätigen Statistiker und an jene, die sich in das Gebiet der Statistik einarbeiten möchten. Es soll deshalb einen Platz zwischen den sehr hohe Anforderungen stellenden mathematischen Lehrbüchern und den einfachen einführenden Texten finden. Dadurch sollte auch bei Nicht-Mathematikern das Verständnis mathematisch-statistischer Lehrbücher erleichtert werden.

Der Erfolg einer statistischen Stichprobenerhebung kann aber durch eine zweckmäßige Versuchsanordnung wesentlich gesteigert werden. Deshalb wurde auch kurz auf das Gebiet der Versuchsplanung eingegangen. Diese in der naturwissenschaftlichen Statistik oft angewendeten Verfahren sind bisher in volks- und betriebswirtschaftlichen Anwendungen der Statistik leider wenig bewußt eingesetzt worden. Dieses Buch bezweckt deshalb, auch den Volks- und Betriebswirtschaftler mit einigen wichtigen Verfahren der Versuchsplanung vertraut zu machen. Beide Teile des Buches beruhen auf Vorlesungen, die ich während eines Jahrzehnts an

VI Vorwort

der Universität Freiburg/Schweiz für Studenten der Volks- und Betriebswirtschaft sowie auch für Psychologen gegeben habe.

Die letzten Arbeiten für die Drucklegung führte ich während meines Aufenthaltes als Gast-Professor an der Pennsylvania State University in den USA durch.

Dem Verlag sei für seine gewissenhafte und wegen meines Aufenthaltes in den USA auch etwas komplizierte und zeitaufwendige Arbeit gedankt. Möge dieses Buch vielen Statistikbeflissenen den Weg zum praktisch immer wichtiger werdenden Gebiet der Statistik ebnen und erleichtern.

State College, Pennsylvania, USA, November 1970

Ernst P. Billeter

Inhaltsverzeichnis

Stichproben-Theorie

1. Grundlagen	1
2. Die Beurteilung einer Stichprobe	4
2.1. Der Stichprobenfehler	5
2.2. Die Genauigkeit einer Stichprobe	9
2.3. Bestimmung des Stichprobenfehlers	11
3. Die Stichprobenentnahme	14
3.1. Zufällige Auswahl	14
3.2. Realisierung der zufälligen Auswahl	14
3.2.1. Urnenmodell	14
3.2.2. Zufallszahlen	15
4. Stichprobenpläne	20
4.1. Wesen des Stichprobenplanes	20
4.2. Einfache Zufallsstichprobe	21
4.3. Geschichtete Stichprobe	28
4.3.1. Grundformeln	28
4.3.2. Aufteilung der Stichprobe	32
4.3.2.1 Proportionale Aufteilung	33
4.3.2.2. Optimale Aufteilung nach NEYMAN	34
4.3.3. Systematische Stichprobe	41
4.4. Klumpenstichprobe	49
4.5. Mehrphasenstichprobe	54
4.6. Wiederholungs-Stichprobenplan	61
5. Stichproben-Schätzverfahren	66
5.1. Verhältnis-Schätzung	66
5.2. Regressions-Schätzung	77
6. Vergleich der Stichprobenpläne	81
6.1. Geschichtete Stichprobe	81
6.2. Systematische Stichprobe	85
6.3. Klumpenstichprobe	86
7. Neuere Aspekte der Stichprobentheorie	86

VIII Inhaltsverzeichnis

Versuchsplanung

1. Grundlagen	99
1.1. Begriffe der Versuchsplanung	99
1.2. Versuchseinflüsse	102
1.3. Wirksamkeit von Versuchsplänen	102
1.4. Arten von Versuchsplänen	103
2. Darstellung von Versuchsplänen	104
2.1. Vollständige Block-Pläne	104
2.1.1. Vollständige Zufallspläne	104
2.1.2. Zufällige Block-Pläne	114
2.1.3. Lateinische, griechisch-lateinische und hyper-griechisch-lateinische Quadrate	122
2.2. Unvollständige Block-Pläne	132
2.2.1. Allgemeines	132
2.2.2. Ausgewogene unvollständige Block-Pläne	135
2.2.2.1. Youden-Quadrat	137
2.2.3. Partiell ausgewogene unvollständige Block-Pläne	138
2.2.4. Gitter-Pläne	139
2.3. Faktorielle Versuchspläne	144
2.3.1. Faktorielle Pläne bei vollständigem Zufalls-Versuch	144
2.3.2. Versuchspläne mit Teile-Spaltung	149
2.3.3. Vermischte faktorielle Versuchspläne	150
2.3.4. Fraktionierte faktorielle Versuchspläne	151
3. Bedeutung der Versuchspläne	151
 Anhang	 153
Literaturverzeichnis	155
Sachverzeichnis	159

Liste der Grundsymbole

N	Anzahl Elemente in der Grundgesamtheit
n	Anzahl Elemente in der Stichprobe
N_i	Anzahl Elemente in der Schicht i der Grundgesamtheit
n_i	Anzahl Elemente in der Schicht i der Stichprobe
M	Anzahl Schichten in der Grundgesamtheit
m	Anzahl Schichten in der Stichprobe
x_{ij}	Merkmalswert des j -ten Elementes in der Schicht i
$\bar{x}_u$	arithmetisches Mittel in der Grundgesamtheit
$\bar{x}_s$	arithmetisches Mittel in der Stichprobe
$\bar{x}_{u_i}$	arithmetisches Mittel in der Schicht i der Grundgesamtheit
$\bar{x}_{s_i}$	arithmetisches Mittel in der Schicht i der Stichprobe
p_u	relative Häufigkeit in der Grundgesamtheit
p_s	relative Häufigkeit in der Stichprobe
σ_u^2	Streuung in der Grundgesamtheit
σ_s^2	Streuung in der Stichprobe
$\sigma_{u_i}^2$	Streuung in der Schicht i der Grundgesamtheit
$\sigma_{s_i}^2$	Streuung in der Schicht i der Stichprobe
$\sigma_{p_{ui}}^2$	Streuung in der Schicht i der Grundgesamtheit bei relativen Häufigkeiten
σ_{ps}	Stichprobenfehler bei relativen Häufigkeiten bei einfacher Zufallsstichprobe
$\sigma_{\bar{x}_s}$	Stichprobenfehler für arithmetisches Mittel bei einfacher Zufallsstichprobe
σ_{x_s}	Stichprobenfehler für Summen bei einfacher Zufallsstichprobe
d	Genauigkeit, Differenz
k	Risiko
C, K	Kosten
c_i	Erhebungskosten in der Schicht i
σ_{uw}^2	Streuung innerhalb der Schichten in der Grundgesamtheit
σ_{ub}^2	Streuung zwischen den Schichten in der Grundgesamtheit

X Liste der Grundsymbole

$\sigma_{\bar{x}_s \text{pr}}$	Stichprobenfehler bei proportionaler Aufteilung bezüglich $\bar{x}$
$\sigma_{\bar{x}_s \text{opt}}$	Stichprobenfehler bei optimaler Aufteilung bezüglich $\bar{x}$
$\sigma_{\bar{x}_{sy}}$	Stichprobenfehler bei systematischer Stichprobe bezüglich $\bar{x}$
ρ	„Intraclass“-Korrelationskoeffizient
$\sigma_{\bar{x} K}$	Stichprobenfehler bei Klumpenstichprobe bezüglich $\bar{x}$
σ_b^2	Streuung zwischen den Klumpen
σ_w^2	durchschnittliche Streuung innerhalb der Klumpen
$\sigma_{x_2 \text{ph}}$	Stichprobenfehler bei Zweiphasenstichprobe für Summe
$\sigma_{\bar{x}_2 \text{ph}}$	Stichprobenfehler bei Zweiphasenstichprobe für $\bar{x}$
σ_p^2	Streuung in den primären Stichprobeneinheiten
σ_i^2	Streuung in den sekundären Stichprobeneinheiten
V_v	Verhältnisschätzung in der Grundgesamtheit
v_v	Verhältnisschätzung in der Stichprobe
σ_d^2	Streuung der Differenzen d_i um ihren Mittelwert $\bar{d}$
σ_v	Stichprobenfehler der Verhältnisschätzung
β	Steigungskoeffizient der Regressionsgeraden in der Grundgesamtheit
b	Steigungskoeffizient der Regressionsgeraden in der Stichprobe
e_i	Abweichung der Regressionsschätzung von der entsprechenden zu schätzenden Variablen
$\bar{e}$	Mittelwert aus allen Werten e_i
x_R	Regressionsschätzung von x
$\sigma_{\bar{x}_R}$	Stichprobenfehler der Regressionsschätzung
σ_e^2	Streuung der Abweichungen e_i
VK	Variabilitätskoeffizient
L	Anzahl Zonen in der Wiederholungsstichprobe
Z	Zonenintervall in der Wiederholungsstichprobe
w	Anzahl Elemente je Zone in der Stichprobe
σ_{xw}	Stichprobenfehler bei der Wiederholungsstichprobe
$\sigma_{\bar{x}_s NK}$	Stichprobenfehler der Klumpen-Nachstichprobe
σ_h^2	Streuung der Klumpentotale