

GRUNDZÜGE DER TENSORRECHNUNG IN ANALYTISCHER DARSTELLUNG

VON

DR. PHIL. ADALBERT DUSCHEK

O. PROFESSOR DER MATHEMATIK AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE WIEN

UND

DR. TECHN. AUGUST HOCHRAINER

DIREKTOR IM HOCHSPANNUNGSINSTITUT DER AEG, KASSEL

IN DREI TEILEN

I. TEIL: TENSORALGEBRA

MIT 26 TEXTABBILDUNGEN

DRITTE AUFLAGE

UNVERÄNDERTER ABDRUCK DER ZWEITEN AUFLAGE



SPRINGER-VERLAG WIEN GMBH 1954

ISBN 978-3-7091-4473-2

ISBN 978-3-7091-4472-5 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-7091-4472-5

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten

Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages
ist es auch nicht gestattet, dieses Buch oder Teile daraus
auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie)
zu vervielfältigen

Copyright 1946, 1948 and 1954 by Springer-Verlag Wien

Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag in Vienna 1954

Vorwort.

Das vorliegende Buch ist einer leider recht seltenen Arbeitsgemeinschaft entsprungen. Ein Mathematiker, der während der Kriegszeit zwar unfreiwillig, aber durchaus nicht ungerne vor die Notwendigkeit gestellt war, sich gewissermaßen Hals über Kopf in die Elektrotechnik zu stürzen, und ein wirklich mitten in der Praxis stehender Techniker und Leiter der Forschungsabteilung eines größeren Unternehmens der Starkstromtechnik, der wieder von seinen technischen Problemen aus gezwungen war, immer tiefer auch in die „reine“ Mathematik hineinzusteigen, legen hiermit ein Ergebnis ihrer Zusammenarbeit vor, deren Besonderheit das Abgehen von der gebräuchlichen Darstellung der Vektorrechnung und der konsequente Aufbau einer neuen Art der Darstellung ist, die zwar an und für sich nicht neu ist, aber doch bisher nicht in vollem Umfang durchgeführt wurde. Unsere Erfahrungen damit waren so positiv, daß wir glauben, daß ihre weitere Verbreitung sich allgemein dahingehend auswirken könnte, die Scheu besonders des Technikers vor der praktischen Anwendung der Vektor- und Tensorrechnung zu überwinden. Das endgültige Urteil wird auch hier, wie in allen Fragen der Darstellung und der Methode, von der Erfahrung gesprochen werden.

Die vorliegende Lieferung umfaßt lediglich den ersten, die Tensoralgebra enthaltenden Teil des Buches. Die beiden anderen Teile, die wir in einer einzigen abschließenden Lieferung herauszubringen hoffen, werden die Tensoranalysis, also die Theorie der von irgendwelchen Veränderlichen abhängigen Vektoren und Tensoren einschließlich der Differentialgeometrie und der Feldtheorie und die eigentlichen physikalischen und technischen Anwendungen behandeln. Die an das Inhaltsverzeichnis des ersten Teiles angeschlossene Inhaltsübersicht für den zweiten und dritten Teil gibt darüber näheren Aufschluß.

Der Kreis der Leser, an die sich das Buch wendet, ist dadurch schon vorgezeichnet: Es ist nicht nur der Mathematiker und Physiker, sondern vor allem der Techniker in den Forschungs- und Berechnungsabteilungen der Industrie. Dementsprechend beschränken sich die Vorkenntnisse, die das Buch verlangt, auf das Minimum dessen, was an den Hochschulen in den üblichen Vorlesungen über höhere Mathematik geboten wird.

Dem Verlag danken wir für die tatkräftige Initiative, mit der er unter schwierigsten Verhältnissen das Erscheinen des Buches nicht nur überhaupt, sondern in einer fast friedensmäßigen Form und Ausstattung ermöglicht hat.

Wien, Herbst 1946.

A. Duschek, A. Hochrainer.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Die neue Auflage ist in recht kurzer Zeit nötig geworden und dementsprechend ein im wesentlichen unveränderter Abdruck der ersten Auflage. Der zweite, die Tensoranalysis (Feldtheorie und Differentialgeometrie) enthaltende Teil des Buches ist im Manuskript fertig und wird in einer eigenen Lieferung in Kürze erscheinen.

Wien, Herbst 1948.

A. Duschek, A. Hochrainer.

Vorwort zur dritten Auflage.

Wir können uns mit der Feststellung begnügen, daß die vorliegende dritte Auflage ein unveränderter Abdruck der zweiten ist, und wir wollen darüber hinaus nur erwähnen, daß der dritte Teil des Werkes, der die Anwendungen enthält, im Druck ist, so daß in Kürze das Werk vollständig vorliegen wird.

Wien, im Spätherbst 1954.

A. Duschek, A. Hochrainer.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung	I

Erster Teil.

Tensoralgebra.

§ 1. Der Gegenstand der Tensorrechnung.....	13
§ 2. Punkte, Strecken und Vektoren	15
§ 3. Addition von Vektoren. Produkt eines Vektors mit einem Skalar	18
§ 4. Lineare Abhängigkeit von Vektoren	21
§ 5. Länge eines Vektors	26
§ 6. Das innere oder skalare Produkt	29
§ 7. Beispiele aus der Geometrie.....	33
§ 8. Lineare Vektorfunktionen. Tensoren	42
§ 9. Orthogonale Transformationen und Bewegungsgruppe	47
§ 10. Tensoren und einfachste Tensoroperationen.....	56
§ 11. Der ε -Tensor und das äußere Produkt von Vektoren.....	66
§ 12. Reziproke Dreieine.....	82
§ 13. Tensoren zweiter Stufe.....	87
§ 14. Symmetrische Tensoren zweiter Stufe.....	106
§ 15. Flächen zweiten Grades	113

Inhaltsübersicht des zweiten und dritten Teiles umseitig.

Inhaltsübersicht des zweiten und dritten Teiles.

Tensoranalysis.

Veränderliche Vektoren und Raumkurven. — Das begleitende Dreibein und die Formeln von FRENET. — Krümmung und Windung. — Die natürlichen Gleichungen einer Kurve. — Raumkurven und Torsen. — Die erste Grundform der Flächentheorie. Messung von Längen, Winkeln und Flächeninhalten auf der Fläche. — Die zweite Grundform der Flächentheorie. Die Krümmung der Fläche. — Weiteres über die Krümmung der Fläche. — Tensorfelder. — Die Integration der Feldgrößen. Kurvenintegrale. — Flächenintegrale. Der Stokessche Satz. — Raumintegrale. Die Integralsätze von GAUSS und GREEN. — Das quellen- und wirbelfreie Feld (LAPLACE-Feld). — Das Poissonsche oder wirbelfreie Feld. — Das quellenfreie Feld. — Die geometrischen Eigenschaften der Vektorfelder. — Das ebene Feld. — Allgemeine (krummlinige) Koordinaten. — Vektoren und Tensoren in allgemeinen Räumen. — Absolute Differentiation und Parallelverschiebung im Riemannschen Raum. — Der Riemannsche Krümmungstensor. — Anwendungen auf die Flächentheorie. — Spezielle Koordinaten.

Anwendungen in Physik und Technik.

Mechanik des Massenpunktes. — Mechanik des Punktsystems. — Mechanik des starren Körpers. — Spezielle Bewegungen starrer Körper. — Elastizitätstheorie I. — Elastizitätstheorie II. — Mechanik der Flüssigkeiten I. — Mechanik der Flüssigkeiten II (Hydrodynamik). — Vektorielle Doppelfelder I. — Vektorielle Doppelfelder II. — Das Wärmefeld. — Das elektrostatische Feld. — Das magnetische Feld. — Das elektrische Feld. — Das elektromagnetische Feld. — Quasistationäre elektromagnetische Vorgänge. — Schnell veränderliche elektromagnetische Felder. — Spezielle Relativitätstheorie I. — Spezielle Relativitätstheorie II. — Allgemeine Relativitätstheorie. — Spezielle Lösungen der Gravitationsgleichungen.