Wunsch · Schreiber Stochastische Systeme

Stochastische Systeme

Grundlagen

Prof. Dr.-Ing. habil. Gerhard Wunsch

Dr. sc. techn. Helmut Schreiber

SPRINGER-VERLAG WIEN GMBH

ISBN 978-3-7091-4193-9 ISBN 978-3-7091-4192-2 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-7091-4192-2

110 Bilder

1. Auflage

Ursprünglich erschienen bei VEB Verlag Technik, Berlin, 1984
Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1984

Lizenz 201 · 370/13/84
DK 519.217(075.8) · LSV 3534 · VT 3/5733-1
Lektor: *Doris Netz*
Schutzumschlag: *Kurt Beckert*

Gesamtherstellung: Offizin Andersen Nexö, Graphischer Großbetrieb, Leipzig III/18/38
Bestellnummer: 553 325 7
01300

Vorwort

Das vorliegende Buch enthält die wichtigsten Begriffe und Grundlagen zur Analyse stochastischer Systeme. Es verfolgt das Ziel, eine dem gegenwärtigen internationalen Niveau entsprechende, für Ingenieure gedachte Darstellung der Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Theorie zufälliger Prozesse und deren Anwendungen auf Systeme der Informationstechnik zu geben. Damit unterscheidet sich das Buch grundlegend einerseits von den hauptsächlich für Mathematiker gedachten Darstellungen, für deren Studium gute Kenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung vorausgesetzt werden (z. B. [5, 6, 7]), und andererseits von den zahlreichen Werken der technischen Literatur, in denen die angewandten Rechenmethoden meist recht knapp begründet sind oder nur sehr spezielle Anwendungen betrachtet werden.

Das Buch ist aus Vorlesungen für Studierende der Fachrichtung Informationstechnik und aus der bereits in [17] verfolgten Konzeption hervorgegangen. Dabei wurde in verstärktem Maße auf eine international übliche Diktion Wert gelegt, um dem Leser so einen leichteren Übergang zu größeren und anerkannten Standardwerken mit weiterführendem Inhalt zu ermöglichen. Es wurde versucht, den allgemeinen theoretischen Rahmen, in dem sich heute jede moderne Darstellung der Stochastik bewegt, möglichst allgemeingültig und zugleich anschaulich darzustellen. Dabei wurden gleichzeitig alle Abschnitte stärker als üblich ausgebaut, die eine direkte Anwendung in der Systemanalyse (Schaltungsanalyse) zulassen (z. B. Abschn. 1.2.4., 1.3.1., 2.1.2., 2.1.4., 2.2.2. und 2.2.3.).

Der gesamte Stoff ist in zwei Hauptabschnitte unterteilt. Der erste enthält die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung sowie deren Anwendung bei der Analyse statischer Systeme. Im zweiten Hauptabschnitt sind die Grundlagen der Theorie stochastischer Prozesse und ihre Anwendung bei der Beschreibung statischer und dynamischer Systeme dargestellt. Um dem Charakter dieses Buches als Lehrbuch zu entsprechen, wurden die Abschnitte mit zahlreichen Beispielen und Übungsaufgaben ausgestattet, deren Lösungen in einem Anhang zusammengefaßt sind.

In diesem Buch wird auf wesentliche Begriffe und Definitionen aus [1] und [2] zurückgegriffen. Damit soll ein Beitrag zu einer in den Grundzügen einheitlichen Darstellung und Beschreibung von determinierten und stochastischen Systemen geschaffen werden.

Herrn Prof. Dr. sc. techn. *W. Schwarz* danken wir für seine großzügige Unterstützung, seine Mitwirkung und sein förderndes Interesse bei der Abfassung des Manuskripts. Unser besonderer Dank gilt auch der Lektorin, Frau *D. Netz*, für die umsichtige und verständnisvolle Zusammenarbeit.

Dresden, Oktober 1982 *G. Wunsch* *H. Schreiber*

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen

$\underline{A}$	Ereignisraum (σ-Algebra über Ω)
$\bar{A}$	zu A komplementäres Ereignis
$\mathbb{A}$	Menge aller zufälligen Veränderlichen auf $(\Omega, \underline{A}, P)$
$\underline{\mathbb{A}}$	Menge aller zufälligen Prozesse auf $(\Omega, \underline{A}, P)$
$A, B, \ldots$	(zufällige) Ereignisse
A, B, C, D	Zustandsmatrizen (lineares dynamisches System)
$\underline{B}$	Borel-Mengen-System (σ-Algebra über $\mathbb{R}$)
$\mathbb{C}$	Menge der komplexen Zahlen
$\mathrm{Cov}\,(X, Y)$	Kovarianz von X und Y
$\mathrm{Cov}\,(\underline{X}, \underline{X})$	Kovarianzmatrix des Vektorprozesses $\underline{X}$
$\det A$	Determinante der Matrix A
$D_{\xi,\xi'}$	Differenzoperator
$EX = m_X$	Erwartungswert von X, Mittelwert
f	Überführungsfunktion (statisches System)
$f(\cdot\|\cdot)$	bedingte Dichtefunktion
f_X	Dichtefunktion von X
$f_{\underline{X}}$	Dichtefunktion von $\underline{X}$
F_X	Verteilungsfunktion von X
$F_{\underline{X}}$	Verteilungsfunktion von $\underline{X}$
g	Ergebnisfunktion (statisches System)
h	Gewichtsfunktion, Impulsantwort
h^*	Übertragungsfunktion
$h_A(n)$	relative Häufigkeit von A bei n Versuchen
$H^*\,(\mathrm{j}\omega)$	Übertragungsmatrix (im Bildbereich der Fourier-Transformation)
$\overline{H^*\,(\mathrm{j}\omega)}$	zu $H^*\,(\mathrm{j}\omega)$ konjugierte Matrix
$H^{*\prime}\,(\mathrm{j}\omega)$	zu $H^*\,(\mathrm{j}\omega)$ transponierte Matrix
$H^*(p)$	Übertragungsmatrix (im Bildbereich der Laplace-Transformation)
$H(t)$	Gewichtsmatrix, Übertragungsmatrix im Originalbereich
i.q.M.	im quadratischen Mittel
$I_\xi = (-\infty, \xi)$	reelles Intervall
$k_A(n)$	Häufigkeit von A bei n Versuchen
l.i.m.	Grenzwert im (quadratischen) Mittel
$\mathbb{L}_2$	Menge aller zufälligen Veränderlichen mit $EX^2 < \infty$
$\underline{M}$	Mengensystem
$\|M\|$	Kardinalzahl (Mächtigkeit) von M
$M, N, \ldots$	Mengen
m_X	Erwartungswert von X, Mittelwert
$\underline{n}$	Menge der Zahlen $1, 2, \ldots, n$
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
N^M	Menge aller Abbildungen von M in N
P	Wahrscheinlichkeitsmaß auf $\underline{A}$

$P(A)$	Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A
$P(A\|B)$	Wahrscheinlichkeit von A unter der Bedingung B
$\underline{P}(M)$	Potenzmenge der Menge M
P_X	Wahrscheinlichkeitsmaß auf $\underline{B}$, Verteilung von X
$P_{\underline{X}}$	Verteilung von $\underline{X}$
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$(\mathbb{R}, \underline{B}, P_X)$	spezieller Wahrscheinlichkeitsraum
s	Sprungfunktion, Sprungsignal
$s_{\underline{X}}$	Korrelationsfunktion von $\underline{X}$
$s_{\underline{X}\underline{Y}}$	Kreuzkorrelationsfunktion von $\underline{X}$ und $\underline{Y}$
$S_{\underline{X}}$	Leistungs[dichte]spektrum von $\underline{X}$
$S_{\underline{X}\underline{Y}}$	Kreuzleistungs[dichte]spektrum von $\underline{X}$ und $\underline{Y}$
$\mathrm{Var}(X)$	Varianz von X
$x = X(\omega)$	Wert der zufälligen Veränderlichen X
$X = (X_1, \ldots, X_n)$	zufälliger Vektor, n-dimensionale zufällige Veränderliche
$X(\omega) = x = (x_1, \ldots, x_n)$	Wert des zufälligen Vektors, n-Tupel
$\mathbb{X}$	Menge der zufälligen Vektoren $X = (X_1, \ldots, X_l)$
$\underline{X}$	zufälliger Prozeß
$\underline{x} = \underline{X}(\omega)$	Realisierung des Prozesses $\underline{X}$
$\underline{X} = (\underline{X}_1, \ldots, \underline{X}_n)$	Vektorprozeß
$\underline{\mathbb{X}}$	Menge der Vektorprozesse $\underline{X} = (\underline{X}_1, \ldots, \underline{X}_l)$ (Eingabe)
$\\|X\\|$	Norm von X
$\mathring{\underline{X}}$	Ableitung i.q.M. des Prozesses $\underline{X}$
$[x]$	Klasse, der das Element x angehört
$X, Y, \ldots$	zufällige Veränderliche, meßbare Abbildung
$\mathbb{Y}$	Menge der zufälligen Vektoren $Y = (Y_1, \ldots, Y_m)$
$\underline{\mathbb{Y}}$	Menge der Vektorprozesse $\underline{Y} = (\underline{Y}_1, \ldots, \underline{Y}_m)$ (Ausgabe)
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
$\underline{\mathbb{Z}}$	Menge der Vektorprozesse $\underline{Z} = (\underline{Z}_1, \ldots, \underline{Z}_n)$ (Zustand)
δ	Dirac-Funktion, Impulssignal
$\left\| \dfrac{\partial(\varphi_1, \ldots, \varphi_n)}{\partial(x_1, \ldots, x_n)} \right\|$	Funktionaldeterminante
$\underline{\pi}(M)$	Klasseneinteilung der Menge M
$\varrho(X, Y)$	Korrelationskoeffizient von X und Y
φ	einfache Alphabetabbildung (statisches System)
Φ	Alphabetabbildung (statisches System), Systemabbildung
$\underline{\varphi}$	einfache Realisierungsabbildung, Prozeßabbildung
$\underline{\Phi}$	Realisierungsabbildung, Prozeßabbildung
$\varphi: M \to N$	Abbildung φ von M in N
φ_X	charakteristische Funktion von X
$\varphi_{\underline{X}}$	charakteristische Funktion von $\underline{X}$
$\Phi(t)$	Fundamentalmatrix (im Originalbereich)
$\Phi^*(p)$	Fundamentalmatrix (im Bildbereich der Laplace-Transformation)
ω	Elementarereignis, Kreisfrequenz (je nach Zusammenhang)
Ω	sicheres Ereignis, Stichprobenraum
$(\Omega, \underline{A})$	Ereignisraum
$(\Omega, \underline{A}, P)$	Wahrscheinlichkeitsraum
$\varnothing$	unmögliches Ereignis
$\in$	Elementrelation („ist Element von“)

$\Rightarrow$	folgt (bei Aussagen)
$\Leftrightarrow$	ist äquivalent (bei Aussagen)
$\subset$	ist Teilmenge von, ist enthalten in
$\cup$	Vereinigung (bei Mengen), Summe (bei Ereignissen)
$\cap$	Durchschnitt (bei Mengen), Produkt (bei Ereignissen)
$\bigcup$	mehrfache Vereinigung
$\bigcap$	mehrfacher Durchschnitt
$\setminus$	Differenz (bei Mengen und Ereignissen)
$\times$	kartesisches Produkt (bei Mengen)
$\circ$	Verkettung, Komposition von Abbildungen
$*$	Faltung (bei reellen Funktionen)
$\doteq$	Äquivalenz (bei zufälligen Veränderlichen)