

MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE  
BIBLIOTHEK

HERAUSGEGEBEN VON W. LIETZMANN UND A. WITTING

---

---

68

---

---

DAS  
DELISCHE PROBLEM  
(DIE VERDOPPELUNG DES WÜRFELS)

VON

DR. ALOYS HERRMANN



1927

SPRINGER FACHMEDIEN WIESBADEN GMBH

ISBN 978-3-663-15613-0 ISBN 978-3-663-16187-5 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-663-16187-5

ALLE RECHTE, EINSCHLISSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN.

## VORWORT

Dieses Büchelchen wendet sich in erster Linie an die Schüler der oberen Klassen höherer Lehranstalten. Das Problem von der Würfelverdoppelung schien mir besonders gut dazu geeignet, zu zeigen, daß die Mathematik nicht eine Sammlung starrer Formeln darstellt, sondern mit Leben erfüllt ist. Es lag in meiner Absicht, unter Berücksichtigung historischer Momente zunächst durch die Behandlung einzelner Fragen algebraischer und geometrischer Natur Grundlagen zu schaffen, um dann gegen Schluß eine Synthese vorzunehmen, die ihren Ausdruck in dem Unmöglichkeitbeweis der Lösung des Problems findet. Möge dieses kleine Heftchen dazu beitragen, besonders bei den jungen Lesern, das Interesse an der reinen Mathematik zu wecken und zu fördern!

Cöthen, im Oktober 1926.

**Der Verfasser.**

# INHALT

	Seite
I. Einleitung: Über die Geschichte des Problems. . . . .	7
II. Etwas über Rationalitätsbereiche . . . . .	8
1. Der Körper der rationalen Zahlen . . . . .	8
2. Nichtrationale Zahlen. . . . .	9
3. Adjunktion. Algebraische Zahlkörper . . . . .	12
4. Klassifikation der Zahlen . . . . .	14
5. Sukzessive Adjunktion . . . . .	18
III. Die Zahlengerade. Geometrische Bedeutung von Zahlenbeziehungen . . . . .	19
1. Die Bildpunkte der rationalen Zahlen . . . . .	19
2. Die Bildpunkte der reellen Zahlen . . . . .	20
3. Die Zahlenpaare und ihre Bildpunkte . . . . .	21
4. Die Gleichung der Geraden und die Kreisgleichung. . . . .	22
5. Einige Aufgaben . . . . .	25
IV. Zirkelkonstruktionen und Rationalitätsbereiche . . . . .	28
1. Die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division von Strecken . . . . .	28
2. Die Konstruktion der Wurzeln einer quadratischen Gleichung . . . . .	29
3. Die Geometrische Bedeutung der Adjunktion einer Quadratwurzel. . . . .	31
V. Die geometrische Algebra . . . . .	32
1. Geometrische Darstellung arithmetischer Beziehungen . . . . .	32
2. Die geometrische Auflösung quadratischer Gleichungen bei den Griechen . . . . .	36
3. Die „Einschiebungen“. Die Dreiteilung des Winkels . . . . .	38
4. Die Muschellinie und der Conchoidenzirkel des Nikomedes. . . . .	40
VI. Die Verdoppelung des Würfels nach Plato, Menächmus und Nikomedes . . . . .	41
1. Das Delische Problem und die Konstruktion der zwei mittleren Proportionalen . . . . .	41
2. Die Lösung von Plato . . . . .	43
3. Die Lösung von Menächmus . . . . .	44
4. Die Lösung des Problems mit der Conchoide durch Nikomedes . . . . .	45
5. Das Mesolabium des Eratosthenes und das Delische Problem . . . . .	48

	Seite
VII. Die Nichtkonstruierbarkeit einer Wurzel einer kubischen Gleichung. (Unlösbarkeit des Delischen Problems) .	49
1. Das Delische Problem als Problem der Algebra .	49
2. Konstruierbarkeit und Nichtkonstruierbarkeit der Wurzeln einer kubischen Gleichung . . . . .	49
3. Die Unlösbarkeit des Problems . . . . .	53
VIII. Regelmäßiges Siebeneck und Quadratur des Kreises	54
1. Regelmäßige $n$ -Ecke . . . . .	54
2. Komplexe Zahlen . . . . .	54
3. Komplexe Zahlenebene und regelmäßiges Siebeneck	55
4. Die Nichtkonstruierbarkeit des regelmäßigen Siebenecks . . . . .	56
5. Die Quadratur des Kreises . . . . .	57