

Aus Natur und Geisteswelt
Sammlung wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen

589. Band

Differentialgleichungen

unter Berücksichtigung der praktischen Anwendung
in der Technik mit zahlreichen Beispielen
und Aufgaben versehen

von

Dr. Martin Lindow

Studentat, Münster i. W.

Mit 98 Figuren im Text
und 160 Aufgaben



Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 1921

Schutzformel für die Vereinigten Staaten von Amerika:
Copyright 1921 by Springer Fachmedien Wiesbaden
Ursprünglich erschienen bei B.G.Teubner in Leipzig 1921.

Alle Rechte, einschließlich des Übersetzungsrechts, vorbehalten.

ISBN 978-3-663-15487-7

ISBN 978-3-663-16059-5 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-663-16059-5

Vorwort

Die in der Sammlung „Aus Natur und Geisteswelt“ erschienenen Bände über Differential- und Integralrechnung erforderten einen Abschluß, der hier gegeben wird. Es mußte nachgewiesen werden, wie gewisse Kurvengleichungen, z. B. die der elastischen Linie, der Kettenlinie oder der gedämpften Schwingungen, abgeleitet werden, wie man zu dem Begriff des Trägheitsmomentes kommt usw. Jeder, der sich in naturwissenschaftliche Gebiete vertiefen will, muß die wichtigsten Methoden zur Lösung von Differentialgleichungen unbedingt beherrschen, mag er sich den Problemen der Mechanik, der Elektrotechnik, der modernen Chemie oder irgendeines andern Gebietes zuwenden, das schon die vormathematische Periode überwunden hat. Weswegen diese Behandlungsweise auch den „reinen“ Mathematiker fördert, habe ich in dem Vorwort zu meiner „Integralrechnung“ schon gesagt.

Wie in den beiden andern Bänden habe ich versucht, aus der ungeheuren Fülle des Stoffes nur das wesentlichste zu bringen, das aber durch Aufgaben und Beispiele zu vertiefen. Immerhin dürfte es für den Naturwissenschaftler und den Ingenieur im allgemeinen genügen — nur die partiellen Differentialgleichungen mußten fehlen — und dem Mathematiker eine Grundlage für das Studium umfangreicherer Werke geben. Neu ist die starke Betonung der numerischen Näherungsmethoden. Den Differentialgleichungen, die nach den allgemeinen Methoden nicht behandelt werden können, steht nicht nur der Ingenieur, sondern auch der Mathematiker ganz hilflos gegenüber, weil die Lehrbücher kaum jemals etwas darüber bringen. Und doch ist es eigentlich ein recht klägliches Gefühl, bei praktischen Notwendigkeiten von mathematischen Zufälligkeiten abzuhängen.

Durch die Einführung der Hyperbelfunktionen konnte die Darstellung wesentlich vereinfacht werden. Sie werden in der Neuauflage meiner Bändchen über Differential- und Integralrechnung behandelt werden; bis zu deren Erscheinen wolle man etwa die „Hütte“ zu Rate ziehen.

Hinweise auf jene Bücher sind durch „D.“ und „J.“ gegeben.

Herrn H. Güttges in Opladen, der auch diesmal mit großer Sorgfalt den Text durchgesehen hat, spreche ich hier nochmals meinen herzlichsten Dank aus.

Möge das Büchlein dazu beitragen, Naturerkenntnis und Naturbeherrschung zu fördern.

Münster i. W., September 1921.

M. Lindow.

Inhalt

	Seite
I. Kurvenscharen und Differentialgleichungen	5
Die Entstehung ein. Kurvenschar. Enveloppen. Beispiele u. Aufgaben. Darstellung einer Kurvenschar durch eine Differentialgleichung. Mechanische Bedeutung der Differentialgleichungen. Einteilung.	
II. Differentialgleichungen erster Ordnung: Unmittelbare Integration. Trennung der Variablen. Substitutionen. Homogene Differentialgleichungen	15
A. $y' = f(x)$. Integrationskonstante. Bezeichnungen. B. Trennung der Variablen. Freier Fall im Luftraum. C. Substitutionen. ($\frac{y^2}{x} = t$, $xy = t$, $x^2 + y^2 = r^2$ u. a.) Homogene Differentialgleichungen. Kurvenbestimmungen. Hohlspiegel.	
III. Differentialgleichungen erster Ordnung: Lineare Differentialgleichungen. Totale Differentialausdrücke. Eulerscher Multiplikator. Differentialgleichungen höheren Grades. Singuläre Lösungen	26
D. Lineare Differentialgleichungen; 1. verkürzt, 2. vollständig. Variation der Konstanten. Zerfall radioaktiver Substanzen. E. Integration totaler Differentiale. F. Der Eulersche Multiplikator. Ermittlung des integrierenden Faktors unter einschränkenden Voraussetzungen. Darstellung des Integrals als Quotient zweier integrierender Faktoren. G. Differentialgleichungen erster Ordnung höheren Grades. Singuläre Lösungen und Enveloppen.	
IV. Graphische Näherungsmethoden	42
Graphische Ausführung der Integration. Diskussion der Planckschen Energiegleichung. Graphische Integration von Differentialgleichungen.	
V. Numerische Näherungsmethoden	53
A. Lösung durch Potenzreihen. B. Lösung durch die Simpsonsche Formel. Prüfung der Genauigkeit durch Vergleich mit der exakten Lösung.	
VI. Die einfachsten Typen der Differentialgleichungen zweiter Ordnung	61
A. $y'' = f(x)$. Elastische Linie. B. $y'' = f(y)$. Knickung eines Stabes. Pendel. C. $y'' = f(y')$. Kettenlinie. D. $y'' = f(y', x)$. E. $y'' = f(y', y)$. Kurvennormale und Krümmungsradius.	
VII. Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung	74
Verkürzte lineare Differentialgleichungen. A. Konstante Koeffizienten. Gedämpfte Schwingungen. Konstanter Widerstand. B. Veränderliche Koeffizienten. Technische Beispiele. C. Vollständige lineare Differentialgleichungen. Erzwungene Schwingungen. Variation der Konstanten. Ermittlung des allgemeinen Integrals aus einem partikulären.	
VIII. Näherungsmethoden für Differentialgleichungen zweiter Ordnung	82
A. Entwicklung nach Potenzreihen. B. Lösung durch die Simpsonsche Formel. Endliche Pendelschwingungen. Ballistische Kurve. Lösungen	90