

# EINFÜHRUNG IN DIE FINANZMATHEMATIK

VON

DR. A. FLECHSENHAAR

OBERSTUDIENRAT IN FRANKFURT A. M.

ZWEITE AUFLAGE

BEARBEITET IN VERBINDUNG MIT

DR. F. FLEEGE-ALTHOFF

DIPL.-HL. IN MANNHEIM



1927

SPRINGER FACHMEDIEN WIESBADEN GMBH

ISBN 978-3-663-15477-8      ISBN 978-3-663-16049-6 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-663-16049-6

## Vorwort.

Das vorliegende Buch war in erster Linie als Hilfsmittel für die Vorbereitung auf die Ersatzreifepprüfung gedacht; in der neuen Form ist es auch für höhere Handelsschulen und Wirtschaftsoberschulen bestimmt. Da es weiterhin ganz allgemein eine Einführung in die Finanzmathematik bieten soll, zumal für Studierende und die Arbeitsgemeinschaften der höheren Lehranstalten, gehen einzelne Abschnitte z. T. über die üblichen Anforderungen hinaus; jedoch können etwa zu weit führende Betrachtungen ohne Schaden für den inneren Zusammenhang übergangen werden.

Mein Ziel war eine klare anschauliche Darstellung und die Entwicklung von Methoden, die es gestatten, von einem möglichst einfachen Gesichtspunkt aus, verschiedenartige Anwendungen zu überblicken. Diesem Zwecke sollte vor allem die Einführung der Zeitgeraden in der Rentenrechnung und in der Versicherungsrechnung dienen. Zur Übung wurden zahlreiche Aufgaben beigelegt, die in der Neuauflage noch vermehrt und teilweise anders geordnet wurden. Die Auflösungen hierzu erscheinen demnächst in einem besonderen Heftchen. Nur geringe Änderungen haben die Abschnitte über Kombinatorik, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Versicherungsrechnung erfahren. In der Zinseszins- und Rentenrechnung wurde dem Tabellenrechnen ein erheblich breiterer Raum gewährt. Es wurden Tabellen zu 3,5% und 5% beigelegt, damit ein Wechsel im Zinsfuß möglich ist. Neu hinzugekommen sind ferner die zusammengesetzte Reihe mit Anwendungen auf die veränderliche Rente sowie die mathematische Behandlung der Prozentrechnung im und auf Hundert.

Da sich weiterhin gezeigt hatte, daß die sichere Beherrschung der Logarithmenrechnung nicht allgemein vorausgesetzt werden kann, wurden im Vorkursus die wichtigsten Sätze über Potenzen und Wurzeln in leicht faßlicher Form ohne Beweis und ausführlich die Logarithmenrechnung gebracht. Auch wurde an einigen Stellen der Lehrstoff etwas eingehender und damit verständlicher behandelt.

Von einem Abschnitt über kaufmännisches Rechnen wurde auch diesmal abgesehen; ich empfehle wieder die im gleichen Verlag erschienene Neuausgabe von Feller-Odermann, Kaufmännische Arithmetik, bearbeitet von Kämpfe und Prater.

Herr Dr. Fleege-Althoff hat das Manuskript durchgesehen und wertvolle Anregungen gegeben, die besonders der Brauchbarkeit des Buches für höhere Handelsschulen zugute kommen dürften. Hierfür sage ich ihm auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank. Ebenso bin ich Herrn Studienrat Reuter in Frankfurt a. M. für das Mitlesen der Korrektur und wertvolle Vorschläge zu besonderem Danke verpflichtet.

Frankfurt a. M., im November 1927.

**A. Flechsenhaar.**

# Inhaltsverzeichnis.

## A. Vorkursus.

	Seite		Seite
I. Potenzen . . . . .	1	1. Begriff der Reihe . . . . .	13
II. Wurzeln und Potenzen mit gebrochenen Exponenten . . . . .	3	2. Arithmetische Reihe erster Ordnung . . . . .	14
III. Logarithmen . . . . .	5	3. Geometrische Reihe . . . . .	14
1. Begriff des Logarithmus . . . . .	5	4. Fallende unendliche geometrische Reihe . . . . .	15
2. Sätze über das Rechnen mit Logarithmen . . . . .	6	5. Graphische Darstellung der Reihen . . . . .	16
3. Kennziffer und Mantisse der Briggs'schen Logarithmen . . . . .	8	6. Aufgaben über Reihen . . . . .	17
4. Gebrauch der Logarithmentafel . . . . .	9	7. Zusammengesetzte Reihen . . . . .	18
5. Rechnen mit Logarithmen . . . . .	11	V. Prozentrechnung . . . . .	19
IV. Reihen . . . . .	13	1. Prozente vom Hundert . . . . .	19
		2. Prozente im Hundert . . . . .	20
		3. Prozente auf Hundert . . . . .	21

## B. Zinseszinsrechnung.

I. Einfache Zinsen . . . . .	22	VII. Graphische Darstellung . . . . .	28
II. Zinseszinsen . . . . .	24	VIII. Gebrochene Werte von $n$ . . . . .	28
III. Grundgleichung der Zinseszinsrechnung . . . . .	24	IX. Tabellen für die Zinseszinsrechnung . . . . .	29
IV. Berechnung von Anfangskapital, Zinsfuß und Zeit . . . . .	25	X. Aufgaben zur Zinseszinsrechnung mit Hilfe von Tabelle I und II . . . . .	30
V. Relativer Zinsfuß . . . . .	27	XI. Aufgaben zur Zinseszinsrechnung mit Hilfe von Logarithmen . . . . .	31
VI. Konformer (gleichwertiger) Zinsfuß . . . . .	27		

## C. Rentenrechnung.

I. Vorübung . . . . .	34	XVII. Tilgungsplan bei gegebener Annuität (Tilgungsplan III) . . . . .	52
II. Zeitgerade . . . . .	35	XVIII. Anleihe mit Aufgeld . . . . .	53
III. Nachschüssige Rente . . . . .	36	XIX. Tilgungsplan IV und V (Anleihe mit Aufgeld) . . . . .	54
IV. Vorschüssige Rente . . . . .	36	XX. Aufgaben zur Tilgungsrechnung . . . . .	56
V. Barwert . . . . .	37	XXI. Anleihe-Kurse . . . . .	58
VI. Abkürzende Bezeichnungen . . . . .	38	XXII. Aufgaben zur Kursrechnung . . . . .	59
VII. Ewige Rente . . . . .	39	XXIII. Graphische Darstellungen . . . . .	61
VIII. Kapital und Rente . . . . .	39	XXIV. Renten mit Ratenzahlungen, die in geometrischer Reihe anwachsen . . . . .	63
IX. Tilgung einer Schuld . . . . .	40	XXV. Renten mit Ratenzahlungen, die in arithmetischer Reihe steigen oder fallen . . . . .	63
X. Beispiel einer Amortisation . . . . .	41	XXVI. Die Ablöschungsschuld des Deutschen Reiches mit Auslösungsrecht . . . . .	64
XI. Plan für die Lösung von Aufgaben . . . . .	42	XXVII. Aufgaben über Renten mit veränderlichen Ratenzahlungen . . . . .	66
XII. Tabellen zur Berechnung von Renten . . . . .	43		
XIII. Aufgaben mit Benutzung der Tabellen . . . . .	44		
XIV. Aufgaben zur Rentenrechnung mit Logarithmen . . . . .	45		
XV. Tilgungsplan I. . . . .	50		
XVI. Tilgung öffentlicher Anleihen (Tilgungsplan II). . . . .	51		

## D. Kombinatorik.

	Seite		Seite
I. Einführung in die Kombinatorik	67	IV. Kombinationen ohne Wiederholung	69
II. Permutationen	68	V. Aufgaben zur Kombinatorik	70
III. Variationen ohne Wiederholung	69		

## E. Wahrscheinlichkeitsrechnung.

I. Begriff der Wahrscheinlichkeit	71	IX. Lottospiel	77
II. Grenzwerte von $w$	72	X. Werfen einer Münze	78
III. Entgegengesetzte Wahrscheinlichkeit	72	XI. Aufgaben mit zwei Würfeln	79
IV. Historisches Beispiel für fehlerhafte Auszählung der Fälle	72	XII. Lösung einiger Aufgaben	79
V. Vollständige oder totale Wahrscheinlichkeit	74	XIII. Aufgaben mit dem Kartenspiel von 32 Karten	80
VI. Zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit	74	XIV. Vermischte Aufgaben aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung	81
VII. Beispiel der zwei Urnen	75	XV. Gesetz der großen Zahlen	83
VIII. Relative Wahrscheinlichkeit	76	XVI. Wahrscheinlichkeit a priori und a posteriori	83
		XVII. Wetten	84
		XVIII. Aufgaben zu XV—XVII	85

## F. Versicherungsrechnung.

I. Arten der Versicherung	86	oder Todesfall bei einmaliger Prämie	96
II. Grundlagen d. Versicherung	86	XI. Leibrenten	97
III. Sterbetafeln	87	XII. Jährliche Prämien	99
IV. Lebens- und Sterbenswahrscheinlichkeit	88	XIII. Aufgaben über jährliche Prämien und Leibrenten	100
V. Arten der Versicherung auf das Leben einer Person	89	XIV. Deckungskapital oder Prämienreserve	101
VI. Mathematische Behandlung der Versicherungsaufgaben	90	XV. Bruttoprämie. Gewinn	103
VII. Vorübungen	90	XVI. Vermischte Aufgaben aus der Versicherungsrechnung	105
VIII. Aufgaben zur Lebens- und Sterbenswahrscheinlichkeit und zu den Vorübungen	93	XVII. Graphische Darstellungen aus der Versicherungsrechnung	107
IX. Versicherung auf den Erlebens- oder Todesfall	94	Tabelle I—IV	110
X. Aufgaben zu den Versicherungen auf den Erlebens-		Sterbetafel	111

## Zeichenerklärungen.

Die kleinen griechischen Buchstaben:

$\alpha = a$ , alpha	$\iota = i$ , iōta	$\rho = r$ , rho
$\beta = b$ , bēta	$\kappa = k$ , kappa	$\sigma = s$ , sigma
$\gamma = g$ , gamma	$\lambda = l$ , lambda	$\tau = t$ , tau
$\delta = d$ , delta	$\mu = m$ , my	$\upsilon = y$ , ypsilon
$\varepsilon = \epsilon$ , εpsilon	$\nu = n$ , ny	$\phi = \text{ph}$ , phi
$\xi = z$ , zēta	$\xi = x$ , xy	$\chi = \text{ch}$ , chi
$\eta = \bar{\epsilon}$ , ēta	$\omicron = \bar{o}$ , ōmikron	$\psi = \text{ps}$ , psi
$\theta = \text{th}$ , thēta	$\pi = p$ , pi	$\omega = \bar{o}$ , ōmēga
$=$ bedeutet: ist gleich	$5 < a < 12$ bedeutet 5 ist kleiner als $a$ ,	
$\approx$ „ ist ungefähr gleich	$a$ ist kleiner als 12	
$<$ „ ist kleiner als	$a \leq 6$ bedeutet $a$ ist kleiner oder gleich 6	
$>$ „ ist größer als	$\infty$ „ unendlich groß.	