

# Leitfäden der Informatik

Herausgegeben von

Prof. Dr. Hans-Jürgen Appelrath, Oldenburg

Prof. Dr. Volker Claus, Stuttgart

Prof. Dr. Günter Hotz, Saarbrücken

Prof. Dr. Lutz Richter, Zürich

Prof. Dr. Wolfried Stucky, Karlsruhe

Prof. Dr. Klaus Waldschmidt, Frankfurt

Die Leitfäden der Informatik behandeln

- Themen aus der Theoretischen, Praktischen und Technischen Informatik entsprechend dem aktuellen Stand der Wissenschaft in einer systematischen und fundierten Darstellung des jeweiligen Gebietes.
- Methoden und Ergebnisse der Informatik, aufgearbeitet und dargestellt aus Sicht der Anwendungen in einer für Anwender verständlichen, exakten und präzisen Form.

Die Bände der Reihe wenden sich zum einen als Grundlage und Ergänzung zu Vorlesungen der Informatik an Studierende und Lehrende in Informatik-Studiengängen an Hochschulen, zum anderen an „Praktiker“, die sich einen Überblick über die Anwendungen der Informatik(-Methoden) verschaffen wollen; sie dienen aber auch in Wirtschaft, Industrie und Verwaltung tätigen Informatikern und Informatikerinnen zur Fortbildung in praxisrelevanten Fragestellungen ihres Faches.

Leitfäden der Informatik

A. Schmitt/O. Deussen/M. Kreeb

Einführung in graphisch-geometrische Algorithmen

# **Einführung in graphisch-geometrische Algorithmen**

Von Prof. Dr. rer. nat. Alfred Schmitt  
Oliver Deussen  
Marion Kreeb  
Universität Karlsruhe



**Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 1996**

Prof. Dr. rer. nat. Alfred A. Schmitt

Geboren 1938 in Körprich (Saarland), Studium der Mathematik und Physik von 1959 bis 1964 an der Universität des Saarlandes. Von 1964 bis 1972 wiss. Assistent, zunächst an der TH Hannover, dann an der Universität Erlangen-Nürnberg. 1966 Promotion in Hannover, 1971 Habilitation (Informatik) in Erlangen. Seit 1972 o. Professor für Informatik an der Universität Karlsruhe im Institut für Betriebs- und Dialogsysteme. Arbeitsgebiete während der wissenschaftlichen Karriere waren mehrere Teilgebiete der Informatik: Automatentheorie, Künstliche Intelligenz, Rechnergestützter Unterricht, Mensch-Maschine-Dialog. In den letzten 15 Jahren intensive Beschäftigung mit der Graphischen Datenverarbeitung mit besonderer Beachtung schneller Algorithmen für komplexe Probleme wie Hidden Line Removal und Visible Surface Reporting. 1983 Entwicklung der Karlsruher Raytracing Software VERA, Leitung einer größeren Zahl von Forschungsprojekten im Umfeld der Graphischen Datenverarbeitung.

Dipl.-Inform. Oliver Deussen

Geboren 1966 in München, Studium der Informatik von 1986 bis 1991 an der Universität Karlsruhe mit den Schwerpunkten graphische Datenverarbeitung und digitale Bildverarbeitung. Seit 1991 wiss. Angestellter am Institut für Betriebs- und Dialogsysteme der Universität Karlsruhe. Interessensgebiete sind graphische Simulation, Computational Geometry und graphische Benutzungsoberflächen.

Cand.-Inform. Marion Kreeb

Geboren 1969 in Neuenbürg/Enz-Kreis, Studium der Informatik von 1988 bis 1996 an der Universität Karlsruhe mit den Schwerpunkten graphische Datenverarbeitung und Architektur.

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

**Schmitt, Alfred:**

Einführung in graphisch-geometrische Algorithmen / von Alfred Schmitt ; Oliver Deussen ; Marion Kreeb.

(Leitfäden der Informatik)

ISBN 978-3-519-02147-6 ISBN 978-3-663-09886-7 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-663-09886-7

NE: Deussen, Oliver;; Kreeb, Marion:

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt besonders für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Speicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

© Springer Fachmedien Wiesbaden 1996

Ursprünglich erschienen bei B. G. Teubner Stuttgart 1996

Gesamtherstellung: Zehnersche Buchdruckerei GmbH, Speyer

Einband: Peter Pfitz, Stuttgart

# Vorwort

Was tut man, wenn die Resonanz auf eine Vorlesung ein überaus starkes Interesse am Stoffgebiet erkennen läßt? Man schreibt ein Buch darüber. So auch in diesem Fall, in dem eine an der Universität Karlsruhe gehaltene Vorlesung Grundlage und Motivation bildete.

In der vorliegenden Form richtet sich das Buch an Studenten der Informatik, der Mathematik und der Ingenieurwissenschaften, die mit algorithmischen Problemen der graphischen Datenverarbeitung konfrontiert sind. Allerdings ist dies kein Buch für Einsteiger, sondern eher für Leser mit Grundkenntnissen in der Computergraphik.

Es wird eine kompakte und komplexitätsorientierte Darstellung von Algorithmen und Datenstrukturen gegeben, ohne auf wichtige Grundlagen und Analysemethoden zu verzichten.

Wir hoffen, daß der Leser durch dieses Buch ein Hilfsmittel zur kompetenten Beurteilung graphisch-geometrischer Probleme erhält und überdies Gefallen an der Vielfalt von Fragestellungen und Lösungsverfahren findet.

Die Autoren danken an dieser Stelle Herrn Prof. Dr. Heinrich Müller, der während seiner Tätigkeit an der Universität Karlsruhe eine Urversion des Lehrmaterials schuf, sowie Frau Sonja Klingert und allen Studenten, die bei der Korrektur halfen.

Karlsruhe, im März 1996

Alfred Schmitt  
Oliver Deussen  
Marion Kreeb

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Analyse graphisch-geometrischer Probleme und Algorithmen</b>	<b>1</b>
1.1	Problemspezifikation . . . . .	2
1.2	Problemklassifikation . . . . .	3
1.2.1	Klassifikation über Räume . . . . .	3
1.2.2	Objekttypen . . . . .	4
1.2.3	Datendarstellung von Objekten . . . . .	4
1.2.4	Grundoperationen . . . . .	5
1.2.5	Algorithmenentwurf und Analyse . . . . .	6
1.3	Algorithmenmodell . . . . .	7
1.4	Algorithmenkomplexität . . . . .	7
1.4.1	Asymptotisches Wachstum . . . . .	9
1.5	Untere Schranken für elementare Algorithmen . . . . .	11
1.6	Die Rundungsoperation . . . . .	12
1.7	Geometrische Definitionen . . . . .	14
1.7.1	Geometrische Objekte . . . . .	15
1.7.2	Polyeder und Polygone . . . . .	16
1.7.3	Orientierung von Polygonen . . . . .	18

<b>2</b>	<b>Schnittbestimmung</b>	<b>21</b>
2.1	Schnitt isoorientierter Strecken . . . . .	21
2.1.1	Lösung mit Sweep-Verfahren . . . . .	22
2.1.2	Lösung mit Teilen & Herrschen . . . . .	26
2.1.3	Lösung mit Zellraster . . . . .	28
2.2	Schnitt beliebiger Strecken . . . . .	32
2.2.1	Der Bentley-Ottmann Algorithmus . . . . .	33
2.2.2	Lösung mit Zellraster . . . . .	37
2.3	Schnitt einer Geraden mit einem Polygon . . . . .	38
2.4	Clipping . . . . .	43
2.4.1	Clipping von Strecken . . . . .	43
2.4.2	Clipping einfacher Polygone . . . . .	45
2.5	Verbindungsgraphen . . . . .	46
2.6	Mengenoperationen mit zwei Polygonen . . . . .	52
2.7	Schnitt konvexer Polygone . . . . .	55
2.8	Bestimmung aller Polygonschnittpaare . . . . .	56
2.9	Schnitt von Rechteckmengen . . . . .	57
2.9.1	Bereichssuchbäume . . . . .	59
2.9.2	Intervallbäume . . . . .	60
2.9.3	Zusammenfassung . . . . .	64
2.10	Schnitt von Halbebenen . . . . .	65

<b>3</b>	<b>Punktlokalisierung</b>	<b>68</b>
3.1	Punktlokalisierung in konvexen Polygonen . . . . .	69
3.2	Punktlokalisierung in Sternpolygonen . . . . .	71
3.3	Allgemeine Polygone: Ein stabiles Halbstrahlverfahren . . . . .	72
3.4	Punktlokalisierung mit monotonen Ketten . . . . .	75
3.4.1	Algorithmus für reguläre Graphen . . . . .	76
3.4.2	Zerlegung regulärer Graphen . . . . .	78
3.4.3	Zerlegung allgemeiner Graphen . . . . .	79
3.4.4	Punktlokalisierung in der regularisierten Zerlegung . . . . .	80
3.5	Punktlokalisierung nach Kirkpatrick . . . . .	81
3.5.1	Vergrößerung planarer Triangulationen . . . . .	84
3.5.2	Der Kirkpatrick-Graph . . . . .	85
3.5.3	Punktlokalisierung nach Kirkpatrick . . . . .	86
3.5.4	Der Höhenbeweis . . . . .	87
3.5.5	Implementierung . . . . .	92
3.5.6	Zusammenfassung . . . . .	94
3.5.7	Ein Beispiel . . . . .	95
3.5.8	Anmerkung . . . . .	97
3.6	Punktlokalisierung mit Zellraster . . . . .	97
3.6.1	Vollständige Triangulation . . . . .	98
3.6.2	Punktlokalisierung in Polygon . . . . .	99
3.7	Strahlanfragen . . . . .	100
3.7.1	Ein spezielles Strahlanfrageproblem . . . . .	102



<b>4</b>	<b>Sichtbarkeitsbestimmung</b>	<b>105</b>
4.1	Problemdefinition . . . . .	105
4.1.1	Objektraumalgorithmen . . . . .	106
4.1.2	Bildraumalgorithmen . . . . .	107
4.1.3	Generelle Optimierungsmöglichkeiten . . . . .	108
4.2	Zweidimensionale Aufgaben . . . . .	110
4.2.1	Das Skyline-Problem . . . . .	110
4.2.2	Sichtbarkeit im Flachland . . . . .	112
4.3	Dreidimensionale Aufgaben . . . . .	113
4.4	Elementarer Algorithmus, Brute Force Lösung . . . . .	113
4.5	Lösung mit Teilen & Herrschen . . . . .	117
4.6	Lösung mit Verbindungsgraph . . . . .	120
4.7	Lösung über Zellraster . . . . .	126
4.8	Günstige und ungünstige 3D-Szenen . . . . .	128
4.9	Bildraumalgorithmen zur Sichtbarkeitsbestimmung . . . . .	136
4.9.1	Algorithmen mit Prioritätslisten . . . . .	137
4.9.2	Der Tiefenpuffer-Algorithmus . . . . .	139
<b>5</b>	<b>Hüllenbildung</b>	<b>143</b>
5.1	Allgemeine Formulierung . . . . .	143
5.2	Hüllobjekte von Punktmengen . . . . .	145
5.2.1	Quaderhülle . . . . .	145
5.2.2	Kugelhülle . . . . .	146
5.2.3	Konvexe Hülle . . . . .	147
5.2.4	Erweiterung . . . . .	151
5.3	Konvexe Hülle eines einfachen Polygons . . . . .	153
5.4	Durchmesser . . . . .	156
5.4.1	Durchmesser konvexer Polygone . . . . .	156
5.4.2	Durchmesser von Punktmengen . . . . .	157

<b>6</b>	<b>Distanzbestimmung</b>	<b>159</b>
6.1	Metriken . . . . .	159
6.2	Voronoi-Diagramme . . . . .	160
6.3	Nächster Nachbar . . . . .	168
6.3.1	Lösung über Zellraster . . . . .	170
6.4	Minimale Punktepaare . . . . .	170
6.5	Minimaler spannender Baum . . . . .	171
<b>7</b>	<b>Triangulationsaufgaben</b>	<b>173</b>
7.1	Triangulation von Polygonen . . . . .	173
7.1.1	Triangulation monotoner Polygone . . . . .	174
7.1.2	Triangulation einfacher Polygone . . . . .	176
7.1.3	Triangulation mit Sweep-Verfahren und Sacktechnik . . . . .	180
7.1.4	Zeitoptimale Triangulation einfacher Polygone . . . . .	183
7.1.5	Triangulation von Sternpolygonen . . . . .	183
7.2	Triangulation von Punktmengen . . . . .	184
	<b>Literatur</b>	<b>188</b>
	<b>Index</b>	<b>191</b>