

Kurt Löffelbein:

**Kompendium der mathematischen
Wirtschaftstheorie**

Kurt Löffelbein

Kompendium der mathematischen Wirtschaftstheorie

I. Band

**Die mathematischen Grundlagen und die mathematische Statistik
für Volks- und Betriebswirte**



Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler GmbH, Wiesbaden

ISBN 978-3-663-04076-7 ISBN 978-3-663-05522-8 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-663-05522-8

Verlags-Nr. 605

Copyright by Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler GmbH, Wiesbaden 1959

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1959

Vorwort

Überlegungen, die das wirtschaftliche Denken der Menschen betreffen, hat es zu allen Zeiten in der Literatur der Kulturvölker gegeben und sie sind heute vielleicht aktueller geworden als je, einerseits weil in den letzten Jahrzehnten so manches Geheimnis der wirtschaftlichen Handlungen der Menschen gelüftet worden ist, andererseits, weil grundlegende erkenntnistheoretische Fragen auf dem Gebiete der Wirtschaftswissenschaften heute schärfer präzisiert werden können als jemals zuvor.

Die wirtschaftlichen Rechnungen - wie sie an den Hochschulen gelehrt und in der Praxis mit Erfolg angewendet werden - zeichnen sich durch eine ganz einheitliche wirtschaftliche Denkweise aus, weil sie sich immer nur mit aktuellen praktischen Einzelfragen befaßt haben. Die Zusammenfassung der Einzellösungen zu einem wissenschaftlichen Denksystem mit den nötigen theoretischen Auswertungen der mathematischen Grundgedanken wurde meines Wissens bisher in Deutschland wenig beachtet. Es soll darum keine vage "neue" Theorie aufgestellt werden, sondern eine Theorie, der ganz bestimmte, in der Wirklichkeit bereits als logisch vollkommen berechtigt geltende Handlungen der Volks- und Betriebswirte entsprechen.

Die Koordination der theoretischen Methoden als Zusammenfassung für eine mathematische Wirtschaftstheorie und eine Formulierung der statischen und dynamischen Theorie des wirtschaftlichen Gleichgewichts ist deshalb eine vordringliche Aufgabe geworden. Es ist selbstverständlich, daß von dem gewählten Standpunkt aus nur die moderne wirtschaftstheoretische Forschung und die mathematische Klassifizierung des Wirtschaftskreislaufes die Betrachtung beherrschen kann. In gewisser Hinsicht ist es die Fortführung meines ersten Buches "Zum Umbau der deutschen Wirtschaft", das 1949 in München erschienen ist.

Die Darstellung wurde mit Absicht so populär wie nur irgend möglich gehalten, dennoch bin ich mir dessen bewußt, daß sie noch immer recht erhebliche Anforderungen an die Allgemeinbildung und die Intelligenz des Lesers stellt. Der Stoff wurde deshalb in erster Linie entsprechend den Bedürfnissen der Volks- und Betriebswirte ausgewählt. Der vorliegende erste Band behandelt die für das Verständnis des zeitlichen Ablaufs der Wirtschaftstheorie grundlegende Mathematik und führt den Leser über die Differentialgleichungen, Integrationsmethoden und

Funktionstheorie zur Einführung in die theoretische Statistik. Ein Ergänzungsteil wird zur Vervollständigung des Systems die mathematische Fehlertheorie und die Kollektivmaßlehre behandeln. Dann werden sich als zweiter Band die Kaufkraftrelationen in Abhängigkeit von der Grenznutzentheorie, die Elastizität der individuellen Nachfrage- und Angebotsfunktion, die Determinanten der Marktkinetik, die partielle Wachstumsprobleme und wirtschaftliche Stabilität, die Strukturelemente wirtschaftlicher Funktionen, die Komponenten der Produktivität und Rentabilität, Exkurs über die mathematischen Probleme in der Verkehrstechnik und Sachversicherung und die neueren Argumente zu Gunsten des Schutzzolls und die Diskussion über den Geltungsbereich, anschließen. Es wird ein gewisser Fortschritt erzielt durch den Nachweis, daß sich die Grenznutzenlehre auch bei objektiven Bewertungen rechtfertigen lasse und den mathematischen Beweis für den funktionalen Charakter des Zinses sowie insbesondere durch die Einführung der Variationsgleichungen nach "Lagrange" in die ökonomische Theorie, was die Behandlung dynamischer Wirtschaftsprobleme gestattet. Dann werden das Geldwesen und die Notenbanken sowie die periodischen Wirtschaftskrisen behandelt.

Das Werk ist ein wichtiger Behelf für jeden, der sich mit der präzisen Folgerichtigkeit und den Begriffsdefinitionen der mathematischen-statistischen Volks- und Betriebswirtschaftslehre vertraut machen will und erleichtert vor allem den Studierenden an den deutschen Hochschulen den Zugang zur modernen mathematischen Wirtschaftstheorie.

Herrn Prof. Dr. Max Beck danke ich für die Durchsicht des Manuskriptes und für die wertvollen Hinweise.

Herrn Prof. Dr. Josef Lense vom mathematischen Institut der Technischen Hochschule München danke ich für das besondere Entgegenkommen, daß ich verschiedene Abschnitte grundlegender mathematischer Einführungen, die im III. Kapitel näher bezeichnet sind, seinem ausgezeichneten Buch "Vorlesungen über höhere Mathematik" entnehmen konnte.

Die Reinschrift des Manuskriptes hat meine Tochter Helga besorgt, wofür ich ihr herzlich danke.

Kurt Löffelbein

Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	5
Einleitung	11
I. Die Organisation der statistischen Erhebungen	18
1. Die erhebenden Organe	18
2. Der Erhebungsgegenstand	21
3. Der Erhebungsvorgang	24
4. Die Fehlerquellen bei den Erhebungen	25
II. Einführung in die mathematischen Rechnungen	28
1. Summierung und Differenzbildung	28
2. Die Berechnung der Vergleichszahlen im Hundertsatz	30
3. Die Gliederung und Gruppierung von Summenzahlen	31
4. Die Berechnung von Durchschnitts- und Mittelwerten	32
5. Die Saisonbereinigung von Wirtschaftszahlen und Indices	33
6. Die Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in der Statistik	34
7. Mächtigkeitzzahlen	36
8. Verhältniszahlen	36
9. Die Zahlenreihen	38
10. Mittelwerte und Durchschnittszahlen	40
11. Der arithmetische und der geometrische Mittelwert	42
12. Das gewogene Mittel	44
III. Analytische Geometrie, Differentialgleichungen, Integrationsmethoden und Funktionentheorie	46
1. Koordinaten und Winkelfunktionen	46
2. Koordinatentransformation und Additionssätze der Winkelfunktionen	48
3. Die graphische Darstellung statistischer Zahlen	50
4. Grenzwert	51
5. Stetige Funktionen	52
6. Die mittleren Funktionen	54
7. Bestimmte Integrale	56
8. Unbestimmte Integrale	57
9. Die statistischen Größenfunktionen	58
10. Die Linie des gleitenden Trends	60

11. Differentiationsregeln	61
12. Graphische Integrale	63
13. Gewöhnliche Differentialgleichungen	64
14. Gewöhnliche Differentialgleichungen höherer Ordnung	65
15. Potentialfunktion	66
16. System linearer Differentialgleichungen	67
17. Rechnen mit unendlichen Reihen	67
18. Einige besondere Reihen	70
19. Integration von rationalen Funktionen	71
20. Doppelintegrale	72
21. Divergenz	74
22. Vektorfelder	75
23. Die aus der Mengen- und Kollektivmaßlehre übernommenen Begriffsbezeichnungen	77
IV. Die Häufigkeitssätze	80
1. Der Additionssatz	80
2. Der Multiplikationssatz	80
3. Der Binomialsatz	81
4. Der Exponentialsatz	87
5. Das Integral von Laplace	93
6. Die Sätze von Bayes	97
7. Die beiden Annäherungsformeln von Poisson	103
8. Das Kriterium χ^2 von Pearson	115
9. Das Gesetz der großen Mengen	122
V. Rechenregeln bei Mittelwerten	126
1. Das arithmetische Mittel	128
2. Das geometrische Mittel	129
3. Andere Mittelwerte	130
4. Regeln bei der Summierung und Multiplikation von arithmetischen Mittelwerten	133
5. Die Sätze von Tschebyscheff	137
6. Die Dispersionsgesetze bei den verschiedenen Mittelwerten	142
7. Die Dispersionsmaße	146
VI. Kombinatorik über die Verwendung der mathematischen Statistik	149
1. Einfluß der apriorischen Wahrscheinlichkeit der Ursachen	149
2. Die Hauptaufgabe der Erwartungsrechnung	152
3. Empirische Wahrscheinlichkeitsbestimmung	157
4. Vom Zufall abhängige Gewinne und Verluste	159
5. Mathematische Erwartung aus wiederholter Erfahrung	160
6. Beziehung der mathem. Erwartung zum wahrscheinlichsten Erfolg. ...	161

7. Beziehungen zwischen Preis und Einsatz; Gewinnteilungsregel.....	161
8. Die mathem. Erwartung bei Quotienten	163
9. Die mathem. Erwartung bei stetig veränderlicher Größe x	167
10. Die allgem. Bedeutung der Ungleichung von Markoff	168
11. Die mathem. Risiko	171
12. Die mittlere Risiko	177
13. Die mathem. Risiko bei einer großen Zahl von einander unabhängiger gleicher Geschäftsabschlüsse	183
14. Anwendung der Sätze von Tschebyscheff auf das Theoreme von Poisson	185
15. Anwendung der Sätze von Tschebyscheff auf das Theoreme von Bernoulli	187
16. Die moralische Erwartung	188
VII. Die direkten und die inversen Schlüsse	193
1. Die Streuungsmasse höherer Ordnung	193
2. Andere Maßzahlen zur Charakteristik von Streuungen	196
VIII. Analyse des Stichprobenverfahrens	199
1. Die direkte und die inverse Schlußfolgerung	199
2. Die aus Stichproben gewonnenen Momente	208
3. Die kombinierten Momente	209
4. Die Schlüsse	210
IX. Korrelationstheorie	213
1. Korrelation zweier Merkmale	213
Ergänzungen	225
Vorbemerkung	225
X. Mathematische Fehlertheorie	226
1. Ableitung des Fehlergesetzes nach Crofton	228
2. Die Ableitung von Fehlergesetzen aus dem zweiten Satz von Bayes	234
3. Fehlergesetze einer linearen Funktion	238
4. Genauigkeitsmaße	239
5. Verwendung der Messungsunterschiede zur Ermittlung des Genauig- keitsgrades	246
XI. Exkurs über die Kombinationen von Beobachtungen	247
1. Direkte Beobachtungen gleicher Genauigkeit	247
2. Die Methode der kleinsten Quadrate	248
3. Bestimmungen der Genauigkeit der Beobachtungen und ihres arithmetischen Mittels	250

4. Ungleiche Präzisionen der Messungen oder der Gruppen von Messungen - Begriff des Wahrscheinlichkeitsgewichtes	252
5. Kurz gefaßte Anleitung zur praktischen Rechnung	256
6. Die Genauigkeit von Funktionen direkt beobachteter Größen bei ungleicher Genauigkeit	261
7. Vorteilhafteste Kombinationen der Beobachtungen nach dem Prinzip der kleinsten Fehlerrisike - Verallgemeinerung der Methode der kleinsten Quadrate (nach Helmer t) -	263
8. Die Mittelwerte der Unbekannten	268
9. Bestimmung des mittleren Fehlers einer Beobachtung aus den scheinbaren Fehlern	269
10. Vermittelnde Beobachtungen ungleicher Genauigkeit	271
11. Behandlung der Aufgabe bei nichtlinearen Funktionen der Unbekannten	273
12. Die Bedeutung der Ergebnisse - Ableitung empirischer Formeln	275
13. Bedingte Beobachtungen	277
14. Bei ungleicher Genauigkeit der Messung	280
XII. Kompendium der Kollektivmaßlehre	282
1. Begriff eines Kollektivs	282
2. Argument - stetige und unstetige Kollektivgegenstände -	284
3. Verteilungstafeln	285
4. Verteilungsfunktion	287
5. Die Summenfunktion	291
6. Durchschnittswerte	292
7. Das Exponentialgesetz	293
8. Algebraische Darstellung willkürlicher Funktionen.....	295
9. Analytische Näherung an empirische Summenfunktion nach Bruns....	295
10. Die Koeffizienten der Φ - Reihe	299
11. Zahlenbeispiel	303
12. Ein Zahlenbeispiel aus der Altersversicherung	304
13. Funktionstheoretische Ableitungen von Streuungsfunktionen bzw. von Fehlergesetzen	308
14. Die Theoreme von Poisson und von Bernoulli auf Grund der Kollektivmaßlehre	312
15. Tabelle der Integralfunktion $\Phi_{(x)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$	317
Literaturverzeichnis	323
Namensverzeichnis	345
Sachverzeichnis	349
Verzeichnis der verwendeten mathematischen Zeichen und Symbole und ihre Termini	359