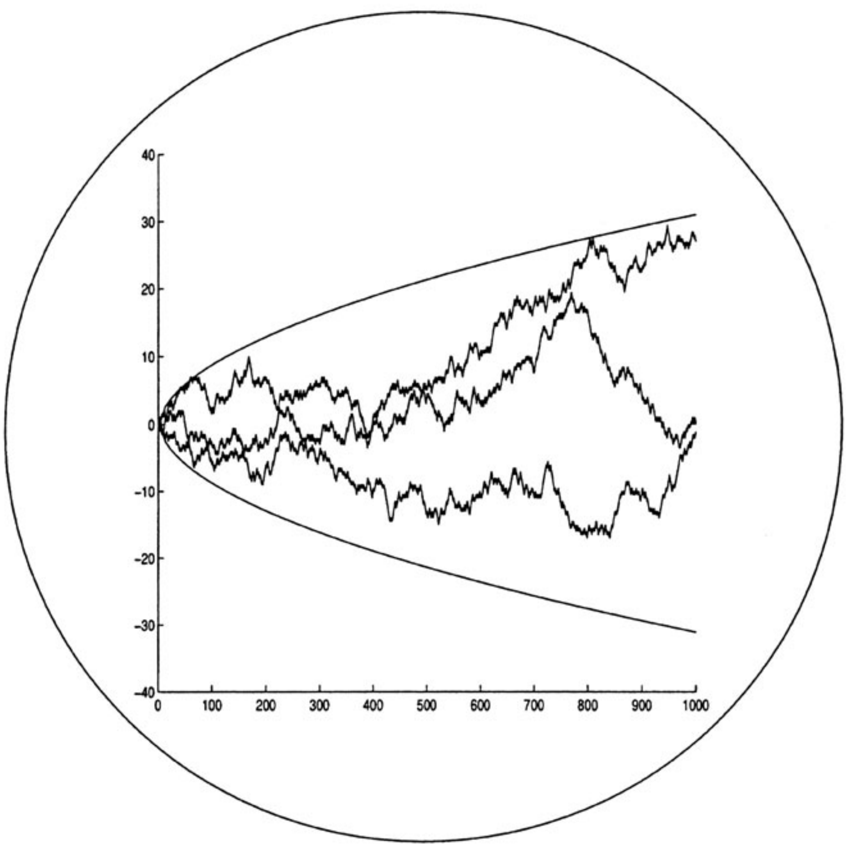
Christian Hesse

Angewandte Wahrscheinlichkeitstheorie



Aus dem Programm
Mathematik/Stochastik

Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung
von K. Bosch

Elementare Einführung in die angewandte Statistik
von K. Bosch

Stochastik für Einsteiger
von N. Henze

Stochastik
von G. Hübner

Statistische Datenanalyse
von W.-M. Kähler

Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik
von U. Krengel

Statistische Datenanalyse
von W. Stahel

Christian Hesse

Angewandte Wahrscheinlichkeitstheorie

Eine fundierte Einführung mit über 500 realitätsnahen Beispielen und Aufgaben

vieweg

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Prof. Dr. Christian Hesse
Universität Stuttgart
Fakultät Mathematik und Physik
Institut für Stochastik und Anwendungen
Pfaffenwaldring 57
70569 Stuttgart

E-Mail: hesse@mathematik.uni-stuttgart.de

1. Auflage Januar 2003

Der Vieweg Verlag ist ein Unternehmen der Fachverlagsgruppe BertelsmannSpringer.
www.vieweg.de

Umschlaggestaltung: Ulrike Weigel, www.CorporateDesignGroup.de

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

ISBN 978-3-528-03183-1 ISBN 978-3-663-01244-3 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-663-01244-3

Vorwort

Der Zufall ist das größte Geschenk,
das uns das Leben gemacht hat.
B.Pasternak

Die Wahrscheinlichkeitstheorie ist ein Teilgebiet der Mathematik, das sich mit dem Studium zufallsgesteuerter Vorgänge befasst. Sie bietet eine formale Sprache an, mit der man über zufallsabhängige Phänomene sinnvoll sprechen kann, und sie stellt methodische Werkzeuge zur Analyse dieser Phänomene bereit. Zusammen mit der Mathematischen Statistik, die aus Beobachtungsdaten Informationen über unbekannte Wahrscheinlichkeiten und Grundgesamtheiten zu gewinnen sucht, bildet sie die Stochastik, die Mathematik des Zufalls. Das Wort Stochastik leitet sich vom altgriechischen *στοχαστικοσ* ab und bedeutet so viel wie «im Erraten geschickt».
Die Wahrscheinlichkeitstheorie ist ein noch relativ junges Wissensgebiet. Als erstes Lehrbuch kann Jakob Bernoullis *Ars Conjectandi* angesehen werden, das 1713 postum erschienen ist, vor weniger als 300 Jahren. Dies ist umso erstaunlicher, als der Zufall ein Alltagsphänomen ist – allgegenwärtig seit den Anfängen der Menschheit. Und wir können nicht anders als mit ihm zu leben und zu versuchen, uns in einer Welt, die reichhaltig an Zufallserscheinungen ist, nach besten Kräften zu behaupten. Die Wahrscheinlichkeitstheorie erlaubt es natürlich nicht, durch Rechnung den Zufall auszuschließen, doch sie hilft immerhin dabei, die Gesetzmäßigkeiten des Zufallsgeschehens zu verstehen.
Als Teilgebiet der Mathematik besitzt die Wahrscheinlichkeitstheorie alle Besonderheiten gelungener mathematischer Konzeptionen, von ausgefeilten Theoriegebäuden über strenge Argumentationslinien bis hin zu faszinierenden gelösten und offenen Problemen. Dies ist aber lediglich eine ihrer Erscheinungsformen. Eine zweite ist die einer interdisziplinären Wissenschaft,

die vielfältige Anstöße von außerhalb der Mathematik erhält, und deren Modelle und Methoden in so gut wie jedem Wissenschaftsbereich Anwendungen finden, von der Physik bis zur Literaturwissenschaft.

Das vorliegende Lehrbuch gibt eine Einführung in die Denkweisen, Methoden und Resultate der Wahrscheinlichkeitstheorie mit besonderem Blick auf ihre Anwendungen. Es ist entstanden auf der Grundlage von einschlägigen Vorlesungen, die ich wiederholt an der Universität Stuttgart und an der University of California, Berkeley, gehalten habe. Dabei war ich bestrebt, sowohl den innermathematischen wie auch den interdisziplinären Aspekten der Wahrscheinlichkeitstheorie gerecht zu werden. Der Aufbau der Theorie macht deshalb von einer präzisen maßtheoretischen Sprech- und Darstellungsweise Gebrauch. Um das Buch dennoch weitgehend in sich abgeschlossen zu halten, wird dafür eine geringe, für den weiteren Verlauf minimal nötige Menge von maß- und integrationstheoretischen Resultaten bereitgestellt. Bei den Beweisführungen und Herleitungen war ich um mathematische Strenge bemüht, doch es wurde hinsichtlich der dargestellten Resultate nicht ihre Formulierung in größtmöglicher Allgemeinheit angestrebt, insbesondere dann nicht, wenn diese Formulierung eine langwierige, zumindest teilweise unintuitive oder stark mit mathematischen Feinheiten überfrachtete Beweisführung erfordert hätte. Im Gegenteil, die geführten Beweise sollten möglichst kurz und elementar sein und die ihnen zugrunde liegenden Ideen zu Tage treten lassen, denn «ein guter Beweis ist ein Beweis, der uns weiser macht».

Den interdisziplinären Aspekten der Wahrscheinlichkeitstheorie sollte mit einem breiten Spektrum von Anwendungen aus vielen Gebieten wie etwa Physik, Informatik, Operations Research, Medizin sowie den Ingenieur- und Wirtschaftswissenschaften Ausdruck verliehen werden. Der Überzeugung folgend, dass die Vermittlung mathematischen Wissens auch zur Problemlösungskompetenz führen sollte, ist ein wichtiger Teil der zu vermittelnden Inhalte in Form von Übungsaufgaben dargestellt. Beispiele und Aufgaben sind deshalb nicht nur theorieerläuternd, sondern oft auch theorieerweiternd. Auf ihre Auswahl wurde viel Zeit verwendet, mit der Absicht, der eleganten Theorie der Wahrscheinlichkeit Anwendungen von vergleichbarer Qualität an die Seite zu stellen.

Das Buch wendet sich an Studierende der Mathematik (Diplom und Lehramt) an Universitäten und Fachhochschulen ab dem 3. Semester sowie an Physiker, Informatiker, Ingenieure und Wirtschaftswissenschaftler, deren Interesse auch die mathematischen Grundlagen der von ihnen benutzten stochastischen Methoden einschließt. Es ist als begleitender Text für eine einsemestrige, 4- oder 5-stündige Vorlesung mit Übungen konzipiert, für die es vielfältige Auswahlmöglichkeiten bietet. Zum Verständnis werden Grundkenntnisse der Analysis und der linearen Algebra benötigt, erworben etwa in Anfängervorlesungen des 1. Studienjahres. Sind diese Kenntnisse vorhanden, so ist das Lehrbuch auch zum Selbststudium geeignet. Maß- und integrationstheoretische Vorkenntnisse werden nicht benötigt.

Es hat lange gedauert, das Buch zu schreiben. An dieser Stelle danke ich allen, die daran mitgewirkt und zu seiner Fertigstellung beigetragen haben. Mathilde Huber, Alexander Meister, Ina Rosenberg, Stefanie Siegert, Stefanos Vavouras haben Teile des Buchsatzes in LaTeX erstellt. Meine Mitarbeiter Alexander Meister und Thorsten Wittmann haben mich beim Korrekturenlesen unterstützt und dabei Mängel beseitigt und Fehler ausgemerzt. Herr Meister hat darüber hinaus die Simulationen durchgeführt und die Diagramme angefertigt. Von seiner Sorgfalt und seinem unermüdlichen Einsatz hat das Buch sehr profitiert.

Ein wichtiger Teil des Buches entstand während eines Forschungsaufenthaltes an der George-Washington-University, der von Hosam Mahmoud ermöglicht wurde. Der überwiegende Teil wurde an der Universität Stuttgart geschrieben, deren Fachbereich Mathematik ich immer als positives Umfeld für meine Arbeit erfahren habe.

Dem Vieweg-Verlag, insbesondere Frau Schmickler-Hirzebruch, danke ich für die erfreuliche Zusammenarbeit und die Aufnahme des Buches in das Verlagsprogramm.

Mein größter Dank gilt meiner Familie, Andrea Römmele und Hanna Hesse, für die Unterstützung und überhaupt. Ihnen ist das Buch gewidmet.

Stuttgart, im November 2002 Christian Hesse für Andrea und für Hanna

Inhaltsverzeichnis