

---

# Grundlagen der Roboter-Manipulatoren – Band 1

---

Jörg Mareczek

# Grundlagen der Roboter-Manipulatoren – Band 1

Modellbildung von Kinematik und  
Dynamik

 Springer Vieweg

Jörg Mareczek  
Fakultät für Elektrotechnik und Wirtschaftsingenieurwesen  
Hochschule Landshut  
Landshut, Deutschland

ISBN 978-3-662-52758-0

ISBN 978-3-662-52759-7 (eBook)

<https://doi.org/10.1007/978-3-662-52759-7>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2020

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

*Für Petra, Felix, Lucas und Patrick.*

---

# Vorwort

**Thema Roboter-Manipulatoren** Ein Großteil des vorliegenden, zweibändigen Werks entstand aus meinen Vorlesungen zur Robotik an der Fakultät für Elektrotechnik und Wirtschaftsingenieurwesen der Hochschule Landshut. Innerhalb des riesigen Themengebiets Robotik wird dabei die Entwicklung von Roboter-Armen (synonym zu Roboter-Manipulatoren bzw. kurz: Manipulatoren) behandelt. Diese gelten als typische Vertreter mechatronischer Systeme. Daher gestaltet sich ihre Entwicklung aus einer eng verwobenen und kompromissreichen Zusammenarbeit der drei Fachbereiche Elektrotechnik, Maschinenbau und Informatik. Eine strikte Einsortierung des Grundlagenwissens in obige drei Fachbereiche ist also nicht sinnvoll. Vielmehr setzt das vorliegende Lehrbuch einen Schwerpunkt auf Themen des Fachbereichs Elektrotechnik und ist durch eine fachbereichsübergreifende Darstellung geprägt.

**Ziel des zweibändigen Werks** ist die Vermittlung eines fundierten und breit angelegten Grundlagenwissens zur Entwicklung von Roboter-Manipulatoren: Grundlegende Entwicklungswerkzeuge bestehen dabei in mathematischen Modellen, zum Beispiel von Kinematik („Bewegungsmodell“) und Dynamik oder von Antriebskomponenten wie Motoren und Getrieben. Sie liefern das zur Auslegung von Roboter-Komponenten notwendige Systemverständnis. Aus diesem Grund liegt ein Hauptaugenmerk auf einer mathematisch fundierten Herleitung der Modelle sowie einer Erläuterung der zugehörigen Physik. Dabei wurde darauf geachtet, den mathematischen Formalismus minimal zu halten und Erklärungen in ausreichend kleinen Schritten zu detaillieren.

Viele der so behandelten mathematischen Methoden lassen sich an der Mechanik des Manipulators veranschaulichen. Als willkommener Nebeneffekt können somit Aspekte der Ingenieurmathematik am Experiment anschaulich begriffen werden. Plakativ könnte man sagen:

*„Robotik ist Mathematik zum Anfassen.“*

Neben dem reinen Erkenntnisgewinn und daraus entwickelten Theorien steht in Ingenieursdisziplinen deren Anwendung im Fokus. Daher findet sich im Anschluss an jede Herleitung stets eine Zusammenfassung in anwendungsorientierter Darstellung, zum Beispiel als Struktogramm oder rezeptartige Vorgehensanweisung.

**Die Lehrbücher richten sich an** Studierende aus einem Bachelor- oder Master-Ingenieurstudiengang der Fachbereiche Elektrotechnik, Maschinenbau und Informatik. Dabei werden Grundkenntnisse im Wesentlichen aus den Bereichen Ingenieurmathematik (Stoffumfang ca. zwei Semester Grundlagen-Vorlesung zu je 8 Semester-Wochenstunden) sowie technische Mechanik (Stoffumfang ca. eine Grundlagen-Vorlesung mit 4 Semester-Wochenstunden) vorausgesetzt. Vorwissen im Bereich elektrischer Antriebssysteme erleichtert das Verständnis, ist jedoch nicht unbedingt notwendig.

Darüber hinaus ist das Werk auch für Entwicklungsingenieure mit Berufserfahrung zum selbständigen Lernen gedacht.

**Organisation / Lesekompass** Für den Fachbereich Elektro- und Informationstechnik lässt sich die Entwicklungsarbeit eines Manipulators grob in zwei Tätigkeitsbereiche aufteilen: Modellbildung und Auslegung. Dies motiviert die Strukturierung des vorliegenden Werks in zwei Bände:

Band 1 führt mit einem einleitenden Kap. 1 in die Robotik sowie die hier betrachtete Roboterart der Manipulatoren ein. Des Weiteren wird hier ein Überblick der behandelten Themen gegeben. Dies erleichtert beim Studieren der nachfolgenden Kapitel das Einbetten des jeweiligen Themas in die Gesamtmaterie.

Die folgenden Kap. 2 bis 4 behandeln die Modellbildung der Kinematik, aufgliedert in die Bereiche direkte Kinematik, inverse Kinematik und differenzielle Kinematik. Die zugehörigen Kapitel bauen aufeinander auf; ein Überspringen von Abschnitten ist nicht zu empfehlen. Eine Ausnahme stellen Beweise und weiterführende Betrachtungen dar, die in allen Kapiteln durch einen kleineren Textsatz gekennzeichnet sind.

Kap. 5 beschließt Band 1 und stellt eine Methode zur Modellbildung der Dynamik vor.

Band 2 behandelt in Kap. 6 Grundlagen der Pfad- und Bahnplanung. Kap. 7 widmet sich der systematischen Auslegung von Gelenkantriebssystemen, Kap. 8 geht auf die Grundlagen der Regelung von Manipulatorgelenken ein.

Dabei sind Kap. 6 und 7 jeweils weitgehend unabhängig von den anderen Kapiteln lesbar. Das letzte Kap. 8 baut hingegen auf einigen Resultaten der Dynamik aus Kap. 5 auf.

**Vorlesungsbegleitung** Im Rahmen einer Grundlagenvorlesung zur Robotik (zum Beispiel im Hauptstudium eines Bachelor-Studiengangs der Elektro- und Informationstechnik) behandle ich in 3 Semester-Wochenstunden folgenden Stoffumfang:

- Kap. 1 bis 4 vollständig
- Grundlagen der Dynamik: Aus Kap. 5 Abschn. 5.1.1, 5.5.1-5.5.3 und 5.5.5
- Grundlagen der Pfad- und Bahnplanung: Abschn. 6.1 und 6.3.2

In einer fortgeschrittenen Robotik-Vorlesung (zum Beispiel im Master-Studiengang Elektro- und Informationstechnik) kann in 3 Semester-Wochenstunden der nahezu restliche Stoff gelehrt werden. Die hierfür notwendigen Robotik-Grundlagen können in wenigen Semester-Wochenstunden behandelt werden, so dass die Grundlagenvorlesung nicht vorausgesetzt werden muss.

**Alleinstellungsmerkmale** Robotik stellt eine junge Ingenieursdisziplin dar: Der erste Industrieroboter, *Unimate 1900*, kam erst im Jahr 1961 zum Einsatz. Daher existieren vergleichsweise wenige Standard-Lehrbücher der Robotik. Meistens werden darin Schwerpunkte gesetzt in den Themen *Modellbildung Mechanik*, *Regelung* sowie *maschinelle Bildverarbeitung*. Das vorliegende Buch setzt andere Schwerpunkte:

*Bildverarbeitung* ist mittlerweile zu einer eigenständigen Ingenieursdisziplin herangewachsen, mit einer Vielzahl spezialisierter Lehrbücher. Außerdem ist Bildverarbeitung thematisch nahezu unabhängig von Robotik. Aus diesem Grund wurde hier darauf verzichtet.

*Regelung* stellt ein intensiv beforschtes Themengebiet dar, mit einer klaffenden Lücke zwischen aktuellem Stand von Forschung und Industrie. Um mit der heute existierenden Vielzahl unterschiedlicher Regelungsmethoden zurechtzukommen, ist ein fundiertes Grundlagenwissen im Bereich der roboterspezifischen Regelungstechnik notwendig. Im Unterschied zu den meisten anderen Lehrbüchern der Robotik, werden daher keine komplexeren Regelungsverfahren behandelt. Vielmehr konzentriert sich das Buch im Bereich der Regelungstechnik auf die ausführliche Vermittlung von Grundlagenwissen. Darauf aufbauend wird ein vergleichsweise einfaches, aber in einer Vielzahl industriell eingesetzter Manipulatoren implementiertes Regelungsverfahren behandelt (dezentrale, antriebsseitige PD-Regelung). Komplexere Regelungsverfahren bauen auf einer Standard-Darstellung der Regelstrecke auf. Damit kann auf Fachbücher der Regelungstechnik verwiesen werden.

In der Entwicklung von Manipulatoren ist ein andauernder Trend hin zu Energieeffizienz und Leichtbau zu verzeichnen. Da die Masse eines Manipulators maßgeblich durch seine *Antriebssysteme* (bestehend aus Motor-Controller, Motor, Getriebe, Achse mit Lagerung, Sensorik) bestimmt wird, gewinnt deren *systematische Auslegung* besondere Bedeutung. Daher wurde diesem Thema ein eigenes Kapitel gewidmet.

---

**Zusatzmaterial** *Musterlösungen* zu den Aufgaben am Ende jedes Kapitels sowie ein *Errata* finden sich unter [www.springer.com](http://www.springer.com) auf der Seite des vorliegenden Werks.

**Danksagungen** Ich möchte meinen Robotik-Studenten für viele fachliche und stilistische Hinweise danken. Des Weiteren danke ich meinem Kollegen Martin Förg, der sich als Mechanik-Spezialist viel Zeit für angeregte Diskussionen und Probelesen nahm, und damit zum Gelingen des Kapitels *Dynamik* beitrug. Gleiches gilt für meinen Kollegen Alexander Kleimaier (elektrische Antriebstechnik), durch den ich einige persönliche Irrtümer im Bereich permanenterreger Synchronmaschinen und deren Umrichtung im Kapitel *Antriebsauslegung* aufdecken konnte. Mein Dank gilt auch meinen Kollegen Christian Faber (Physik) für wichtige Hinweise zu Kapitel *Differenzielle Kinematik*. Außerdem danke ich meinem Vater und meiner Ehefrau für das Probelesen und viele stilistische Verbesserungshinweise. Nicht zuletzt gilt mein Dank auch den Labor-Ingenieuren, die mir oft im Robotik-Labor den „Rücken freigehalten“ haben.

Ein ganz besonderer Dank gilt natürlich meiner Ehefrau und meinen drei Kindern, die in den vergangenen drei Jahren meiner schriftstellerischen Tätigkeit an so vielen Abenden, Wochenenden und Urlaubstagen auf ihren Ehemann und Vater verzichten mussten.

Vilsbiburg,  
im Mai 2019

*Jörg Mareczek*



---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	1
1.1	Kurze Entwicklungsgeschichte der Robotik	1
1.2	Artenvielfalt der Robotik	8
1.3	Manipulatoren	10
1.4	Lesekompass und interessante Aufgabenstellungen	19
1.4.1	Lesekompass	19
1.4.2	Kinematik	20
1.4.3	Dynamik	27
1.4.4	Pfad- und Bahnplanung	28
1.4.5	Antriebsauslegung	31
1.4.6	Regelung	35
	Aufgaben	36
	Literatur	38
<b>2</b>	<b>Direkte Kinematik</b>	41
2.1	Einführung	42
2.2	Koordinatensysteme und Konventionen	44
2.2.1	Lokale Koordinatensysteme	46
2.2.2	Basis eines Koordinatensystems und Rotationsmatrizen	49
2.2.3	Koordinatentransformation durch Rotation und Translation	52
2.2.4	Homogene Transformation und Transformationsgraph	55
2.3	Rotationen	62
2.3.1	Rotationen im 2D	63
2.3.2	Elementar-Rotationen im 3D	66
2.3.3	Verkettete Rotationen und allgemeine Eigenschaften von Rotationsmatrizen	69
2.3.4	Orientierung durch ZYZ Euler-Winkel	73
2.3.5	Alternative Drehwinkel-Darstellungen	78

2.4	Modellbildung der Kinematik . . . . .	82
2.4.1	Definitionen zur Manipulator-Kinematik . . . . .	83
2.4.2	DH-Konvention . . . . .	89
	Aufgaben . . . . .	109
	Literatur . . . . .	116
<b>3</b>	<b>Inverse Kinematik</b> . . . . .	117
3.1	Einführung . . . . .	118
3.2	Basiskinematik 1: Dreh-Neigeelenk . . . . .	128
3.3	Basiskinematik 2: Zwei parallele Drehgelenkachsen/planarer 2-DoF Ellenbogen-Manipulator . . . . .	131
3.4	Basiskinematik 3: Pseudo-Kugelgelenk . . . . .	135
3.5	Basiskinematik 4: Anthropomorpher 6-DoF Manipulator . . . . .	137
	Aufgaben . . . . .	143
	Literatur . . . . .	145
<b>4</b>	<b>Differenzielle Kinematik</b> . . . . .	147
4.1	Einführung . . . . .	148
4.2	Geschwindigkeitskinematik . . . . .	150
4.2.1	Geschwindigkeit eines allgemeinen Körpers im Raum . . . . .	150
4.2.2	Geschwindigkeiten bei einer DH-konformen kinematischen Kette . . . . .	154
4.2.3	Geometrische Jacobi-Matrix . . . . .	156
4.2.4	Analytische Jacobi-Matrix . . . . .	160
4.2.5	Inverse Geschwindigkeitskinematik und Manipulator-Bestimmtheit . . . . .	165
4.2.6	Singularitäten . . . . .	177
4.2.7	Ausblick auf Beschleunigungskinematik . . . . .	190
4.3	Statik . . . . .	192
4.3.1	Herleitung mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit . . . . .	194
4.3.2	Inverse Statik . . . . .	200
	Aufgaben . . . . .	206
	Literatur . . . . .	208
<b>5</b>	<b>Dynamik</b> . . . . .	209
5.1	Grundlagen . . . . .	210
5.1.1	Freiheitsgrade, Zwangsbindungen und generalisierte Koordinaten . . . . .	211
5.1.2	Lagrangesche Bewegungsgleichungen für Systeme aus Punktmassen . . . . .	216
5.2	Kinetische Energie . . . . .	224
5.2.1	Massenträgheitsmomente und kinetische Energie eines Starrkörpers . . . . .	224
5.2.2	Kinetische Energie des Manipulators . . . . .	235

---

5.3	Potentielle Energie . . . . .	242
5.4	Nichtkonservative Kräfte und Momente . . . . .	244
5.4.1	Gelenkantriebe . . . . .	244
5.4.2	Gelenkreibung . . . . .	245
5.4.3	Externe Kräfte und Momente am Endeffektor . . . . .	247
5.5	Bewegungsgleichung . . . . .	248
5.5.1	Massenmatrix . . . . .	252
5.5.2	Kreiselkräftematrix bzw. Kreiselkräftevektor . . . . .	253
5.5.3	Gelenkreibung und -antriebe . . . . .	254
5.5.4	Algorithmus zum Aufstellen der Bewegungsgleichung . . . . .	254
5.5.5	Realisierung der Bewegungsgleichung in einer Simulationsumgebung . . . . .	263
5.6	Anhang: Differenzierungsregeln für Matrizen und Vektoren . . . . .	265
	Aufgaben . . . . .	267
	Literatur . . . . .	273
	<b>Stichwortverzeichnis . . . . .</b>	<b>275</b>

---

## Über den Autor

**Prof. Dr.-Ing. Jörg Mareczek** studierte an der TU-München Elektro- und Informationstechnik mit Schwerpunkten Regelungstechnik und Robotik. Für seine anschließende Forschung im Bereich nichtlinearer Regelung am Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik erhielt er 2002 den Doktor-Ingenieursgrad. Es folgten 12 Jahre Industrietätigkeit in der Forschung, Entwicklung und Serienreifemachung mobiler Entschärfungsroboter, Manipulatoren und Master-Slave-Systeme. Während dieser Zeit konnte er als Leiter unterschiedlicher Fachbereiche sowie durch diverse Aufgaben im Projektmanagement auch interdisziplinäre Erfahrungen aufbauen.

2014 folgte Dr. Mareczek dem Ruf der Hochschule Landshut und übernahm dort das Lehrgebiet Robotik im Fachbereich Elektrotechnik und Wirtschaftsingenieurwesen. Seine Lehrtätigkeit umfasst neben der Robotik auch Ingenieurmathematik und Projektmanagement. Seine Forschungsinteressen liegen im Bereich von Master-Slave-Systemen, Regelung von Leichtbau-Manipulatoren, Pfad- und Bahnplanung unter dem Einfluss von Singularitäten, Dynamik sowie künstlicher Intelligenz.