

---

## Regelungstechnik 2

---

Professor Dr.-Ing. Jan Lunze

# Regelungstechnik 2

Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung

9., überarbeitete und aktualisierte Auflage 2016

Mit 277 Abbildungen, 59 Beispielen, 105 Übungsaufgaben  
sowie einer Einführung in das Programmsystem MATLAB

Professor Dr.-Ing. Jan Lunze  
Bochum, Deutschland

MATLAB ist ein eingetragenes Warenzeichen der Firma The MathWorks, Inc.

ISBN 978-3-662-52675-0            ISBN 978-3-662-52676-7 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-52676-7

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1997, 2002, 2005, 2006, 2008, 2010, 2013, 2014, 2016

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Speicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Vieweg ist Teil von Springer Nature  
Die eingetragene Gesellschaft ist Springer-Verlag GmbH Berlin Heidelberg

# Vorwort

Aufbauend auf den im ersten Band vermittelten Grundlagen linearer Regelungen behandelt der zweite Band die Modellierung und Analyse von Mehrgrößensystemen, den Entwurf von Mehrgrößenreglern sowie die digitale Regelung.

Obwohl für Mehrgrößensysteme zahlreiche Analyse- und Entwurfsverfahren im Zeitbereich und im Frequenzbereich zur Verfügung stehen, haben die theoretischen Grundlagen beider Betrachtungsweisen bisher nur begrenzt Eingang in Lehrbücher für das Ingenieurstudium gefunden. Insbesondere fehlen einführende Darstellungen, in denen die Theorie mit praxisrelevanten Beispielen und Übungsaufgaben verknüpft ist und in denen ein Anschluss an die rechnergestützten Entwurfswerkzeuge wie beispielsweise MATLAB hergestellt wird. Diese Lücke zu schließen, ist ein Anliegen des vorliegenden Buches.

**Inhalt.** Die Stoffauswahl wurde wesentlich durch die Erfahrungen des Autors bei der Behandlung praktischer Mehrgrößenregelungsaufgaben aus den Gebieten der Elektroenergieversorgung, der chemischen Verfahrenstechnik und der Bioverfahrenstechnik bestimmt. Diese Anwendungen legen es nahe, von der Vielzahl der im Laufe der Zeit entwickelten Verfahren diejenigen herauszugreifen, die einerseits von praktisch erfüllbaren Voraussetzungen ausgehend ein gutes theoretisches Fundament haben und andererseits zu überschaubaren Analyse- und Entwurfsergebnissen führen. Viele **Beispiele** verdeutlichen diesen Charakter der beschriebenen Methoden. Der praktische Hintergrund der Beispiele kann hier zwar nur kurz angesprochen werden. Die betrachteten Regelungsaufgaben sowie die zu ihrer Lösung verwendeten Modelle zeigen jedoch, worin die maßgebenden Schwierigkeiten dieser Regelungsaufgaben bestehen und welche praktisch akzeptablen Vereinfachungen möglich sind.

Die digitale Regelung wird im dritten Teil dieses Buches ausgehend von der Frage behandelt, welche Veränderungen sich für den Regelkreis ergeben, wenn anstelle eines kontinuierlich arbeitenden Reglers ein Abtastregler eingesetzt wird. Der Schwerpunkt liegt in der Behandlung derjenigen Probleme, die sich beim Übergang von der kontinuierlichen zur zeitdiskreten Betrachtungsweise ändern bzw. neu entstehen. Die Gliederung des dritten Teils ähnelt deshalb der des ersten Teils, wodurch die Parallelen bei der Behandlung kontinuierlicher und zeitdiskreter Systeme deutlich zum Ausdruck kommen und die neuen Aspekte der Abtastsysteme herausgehoben werden.

Einige der hier angesprochenen Themen werden erstmals in einem Lehrbuch der Regelungstechnik behandelt, u. a. die strukturelle Steuerbarkeit und strukturelle Beobachtbarkeit, das Innere-Modell-Prinzip, Einstellregeln für Mehrgrößensysteme,

die robuste Regelung sowie die Modellbildung gekoppelter Systeme und die dezentrale Regelung. Die zu diesen Themen vorgestellten Methoden entstanden aus Forschungsarbeiten, die zu praktikablen Analyse- und Entwurfsverfahren geführt haben bzw. die Regelungstheorie an wichtigen Punkten ergänzen.

Bei der Vermittlung des Stoffs wird Wert auf eine in allen Einzelheiten durchschaubare Darstellung gelegt. Für Mehrgrößensysteme entsteht dabei jedoch das Problem, dass selbst sehr einfache Beispiele nicht mehr von Hand gerechnet werden können und der Lösungsweg nicht immer in allen Einzelheiten aufgeschrieben werden kann. Hier kommt das bereits im ersten Band eingeführte **Programmsystem MATLAB** zum Einsatz, das umfangreiche numerische Rechnungen übernimmt. Die Behandlung der Beispiele kann sich deshalb auf die Herausarbeitung der numerisch zu lösenden Probleme beschränken und mit den von MATLAB gelieferten Ergebnissen weiterarbeiten.

Zahlreiche **Übungsaufgaben** dienen zur Festigung des Stoffs. Die Lösungen der wichtigsten Aufgaben sind im Anhang angegeben.

Die am Ende jedes Kapitels gegebenen **Literaturhinweise** beziehen sich auf Aufsätze und Bücher, die maßgeblich zur Entwicklung der Regelungstheorie beigetragen haben bzw. in denen einzelne Aspekte des beschriebenen Stoffs vertieft dargestellt sind.

**Leser.** Ein großer Teil der für Mehrgrößensysteme entwickelten Ansätze setzt umfangreiche mathematische Kenntnisse voraus. Die Stoffauswahl dieses Buches ist u. a. durch das Ziel bestimmt, die wichtigsten Herangehensweisen und Verfahren so darzustellen, dass von den Lesern lediglich Kenntnisse über die Matrizenrechnung sowie über die Anwendung der Fourier-, Laplace- und  $Z$ -Transformation vorausgesetzt werden müssen, die den Ingenieurstudenten in den ersten Semestern vermittelt werden.

Ich verwende dieses Buch an der Ruhr-Universität Bochum für eine weiterführende Regelungstechnikvorlesung des Masterstudiengangs Elektrotechnik und Informationstechnik. In dieser einsemestrigen Veranstaltung werden die meisten der hier behandelten Themen angesprochen, allerdings nicht immer in der beschriebenen Tiefe. Das Buch dient als Vorlesungsskript, beschreibt Erweiterungen des behandelten Stoffs und dient als Vorlage für die Rechenübungen. Die im Anhang angegebenen **Projektaufgaben** sind von den Hörern meiner Lehrveranstaltung parallel zur Vorlesung mit dem Programmsystem MATLAB zu lösen. Sie vermitteln erste Erfahrungen im Umgang mit Mehrgrößenregelungen und digitalen Regelkreisen.

**Danksagung.** An der mehrjährigen Umarbeitung meiner Vorlesung, aus der dieses Buch entstand, haben meine Mitarbeiter und Studenten großen Anteil. Herr M. Sc. DANIEL VEY hat in den letzten Jahren die zu dieser Vorlesung gehörende Übung geleitet, wertvolle Hinweise zur Verbesserung der Übungsaufgaben gegeben, die neue Projektaufgabe zu Multikoptern formuliert und eine Regelung für derartige Fluggeräte praktisch erprobt. Mit Herrn M. Sc. SEBASTIAN PRÖLL habe ich die Darstellung der Nullstellen von Mehrgrößensysteme ausführlich diskutiert und überarbeitet. Bedanken möchte ich mich auch für vielfältige Anregungen meiner Fachkol-

legen, die dieses Buch in ihren Vorlesungen einsetzen. Bei der Überarbeitung des Buches zeichnete Frau ANDREA MARSCHALL zahlreiche Bilder neu und erstellte die Druckvorlagen.

**Neunte Auflage.** Die neue Auflage enthält viele kleinere Änderungen des Textes und der Übungsaufgaben. Die Dimension des Ausgangsvektors  $y$ , die bisher mit  $r$  bezeichnet wurde, heißt jetzt  $p$ , um Verwechslungen mit anderen Größen wie beispielsweise dem relativen Grad  $r$  auszuschließen. Eine neue Projektaufgabe beschäftigt sich mit der Regelung von Quadroptern. Die Beschreibung des Programmsystems MATLAB wurde der aktuellen Version (Release R2016a) angepasst.

Bochum, im Mai 2016

JAN LUNZE

Auf der Homepage [www.atp.rub.de/Buch/RT2](http://www.atp.rub.de/Buch/RT2) des Lehrstuhls für Automatisierungstechnik und Prozessinformatik der Ruhr-Universität Bochum finden Interessenten weitere Informationen zu den Beispielen, die zur Erzeugung von Bildern verwendeten MATLAB-Programme sowie die Abbildungen dieses Buches für den Gebrauch in Lehrveranstaltungen.

# Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Anwendungsbeispiele . . . . .	XVII
Inhaltsübersicht des ersten Bandes . . . . .	XXI
Hinweise zum Gebrauch des Buches . . . . .	XXIII

## Teil 1: Analyse von Mehrgrößensystemen

<b>1 Einführung in die Mehrgrößenregelung . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Regelungsaufgaben mit mehreren Stell- und Regelgrößen . . . . .	1
1.1.1 Charakteristika von Mehrgrößensystemen . . . . .	1
1.1.2 Beispiele für Mehrgrößenregelungsaufgaben . . . . .	4
1.2 Mehrgrößenregelkreis . . . . .	9
1.2.1 Regelungsaufgabe . . . . .	9
1.2.2 Regelkreisstrukturen . . . . .	10
1.3 Probleme und Lösungsmethoden für Mehrgrößenregelungen . . . . .	12
Literaturhinweise . . . . .	14
<b>2 Beschreibung und Verhalten von Mehrgrößensystemen . . . . .</b>	<b>15</b>
2.1 Beschreibung von Mehrgrößensystemen im Zeitbereich . . . . .	15
2.1.1 Differentialgleichungen . . . . .	15
2.1.2 Zustandsraummodell . . . . .	16
2.1.3 Übergangsfunktionsmatrix und Gewichtsfunktionsmatrix . . . . .	18
2.2 Beschreibung im Frequenzbereich . . . . .	20
2.2.1 E/A-Beschreibung . . . . .	20
2.2.2 Beschreibung des Übertragungsverhaltens mit Hilfe der ROSENBROCK-Systemmatrix . . . . .	23
2.3 Strukturierte Beschreibungsformen . . . . .	24
2.3.1 Reihen-, Parallel- und Rückführschaltungen . . . . .	25
2.3.2 Systeme in P- und V-kanonischer Struktur . . . . .	27
2.3.3 Beliebig verkoppelte Teilsysteme . . . . .	29
2.4 Verhalten von Mehrgrößensystemen . . . . .	36
2.4.1 Zeitverhalten . . . . .	36
2.4.2 Verhalten im Frequenzbereich . . . . .	43

2.4.3	Übergangsverhalten und stationäres Verhalten .....	44
2.5	Pole und Nullstellen .....	47
2.5.1	Pole .....	47
2.5.2	Übertragungsnullstellen .....	47
2.5.3	Invariante Nullstellen .....	51
2.6	Stabilität von Mehrgrößensystemen .....	57
2.7	MATLAB-Funktionen für die Analyse von Mehrgrößensystemen ..	58
	Literaturhinweise .....	62
<b>3</b>	<b>Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit .....</b>	<b>63</b>
3.1	Steuerbarkeit .....	63
3.1.1	Problemstellung und Definition der Steuerbarkeit .....	63
3.1.2	Steuerbarkeitskriterium von KALMAN .....	65
3.1.3	Steuerbarkeit der kanonischen Normalform .....	77
3.1.4	Steuerbarkeitskriterium von HAUTUS .....	80
3.1.5	Nicht vollständig steuerbare Systeme .....	82
3.1.6	Erweiterungen .....	89
3.2	Beobachtbarkeit .....	91
3.2.1	Problemstellung und Definition der Beobachtbarkeit .....	91
3.2.2	Beobachtbarkeitskriterium von KALMAN .....	93
3.2.3	Dualität von Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit .....	99
3.2.4	Weitere Beobachtbarkeitskriterien .....	100
3.2.5	Nicht vollständig beobachtbare Systeme .....	101
3.3	KALMAN-Zerlegung des Zustandsraummodells .....	107
3.4	Strukturelle Analyse linearer Systeme .....	116
3.4.1	Struktur dynamischer Systeme .....	116
3.4.2	Strukturelle Steuerbarkeit und strukturelle Beobachtbarkeit ..	119
3.4.3	Strukturell feste Eigenwerte .....	125
3.4.4	Aussagekraft der strukturellen Analyse .....	129
3.5	Realisierbarkeit und Realisierung von Mehrgrößensystemen .....	136
3.6	MATLAB-Funktionen zur Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitsanalyse .....	141
	Literaturhinweise .....	142

## Teil 2: Entwurf von Mehrgrößenreglern

<b>4</b>	<b>Struktur und Eigenschaften von Mehrgrößenregelkreisen .....</b>	<b>145</b>
4.1	Struktur von Mehrgrößenreglern .....	145
4.1.1	Zustands- und Ausgangsrückführungen .....	145
4.1.2	Dynamische Mehrgrößenregler .....	150
4.1.3	Dezentrale Regelung .....	155
4.2	Grundlegende Eigenschaften von Mehrgrößenregelkreisen .....	157
4.2.1	Pole und Nullstellen des Führungsverhaltens .....	157
4.2.2	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit des Regelkreises .....	162



4.3	Stabilität von Mehrgrößenregelkreisen . . . . .	164
4.3.1	Stabilitätsanalyse anhand der Pole des Regelkreises . . . . .	164
4.3.2	HSU-CHEN-Theorem . . . . .	165
4.3.3	Nyquistkriterium für Mehrgrößensysteme . . . . .	167
4.3.4	Stabilität bei kleiner Kreisverstärkung . . . . .	171
4.3.5	Robuste Stabilität . . . . .	173
4.4	Stationäres Verhalten von Regelkreisen . . . . .	181
4.4.1	Führungsgrößengenerator und Störgrößengenerator . . . . .	181
4.4.2	Vorfilterentwurf . . . . .	182
4.4.3	Störgrößenaufschaltung . . . . .	185
4.4.4	PI-Mehrgrößenregler . . . . .	186
4.4.5	Inneres-Modell-Prinzip . . . . .	188
4.4.6	Verallgemeinerte Servoregelung . . . . .	192
4.5	Kriterien für die Wahl der Regelkreisstruktur . . . . .	198
4.5.1	Auswahl von Stell- und Regelgrößen anhand der Pole und Nullstellen der Regelstrecke . . . . .	198
4.5.2	Kopplungsanalyse einer dezentralen Regelung . . . . .	199
4.5.3	Auswahl von Stellgrößen . . . . .	202
4.5.4	Beispiele . . . . .	204
	Literaturhinweise . . . . .	213
<b>5</b>	<b>Einstellregeln für PI-Mehrgrößenregler . . . . .</b>	<b>215</b>
5.1	Zielstellung . . . . .	215
5.2	Gegenkopplungsbedingung für I-Mehrgrößenregler . . . . .	217
5.3	Einstellung von I-Reglern . . . . .	224
5.3.1	Idee der Reglereinstellung . . . . .	224
5.3.2	Festlegung der Reglermatrix . . . . .	225
5.3.3	Festlegung des Tuningfaktors . . . . .	228
5.3.4	Erweiterung auf PI-Regler . . . . .	231
5.3.5	Beispiel . . . . .	233
5.4	Robustheit des eingestellten PI-Reglers . . . . .	239
5.5	MATLAB-Programm zur Reglereinstellung . . . . .	243
	Literaturhinweise . . . . .	245
<b>6</b>	<b>Reglerentwurf zur Polzuweisung . . . . .</b>	<b>247</b>
6.1	Zielstellung . . . . .	247
6.2	Polzuweisung durch Zustandsrückführung . . . . .	249
6.2.1	Polzuweisung für Systeme in Regelungsnormalform . . . . .	249
6.2.2	Erweiterung auf beliebige Modellform . . . . .	251
6.2.3	Diskussion der Lösung . . . . .	254
6.2.4	Darstellung der Reglerparameter in Abhängigkeit von den Eigenwerten . . . . .	258
6.3	Erweiterung auf Regelstrecken mit mehreren Stellgrößen . . . . .	260
6.3.1	Dyadische Regelung . . . . .	261
6.3.2	Vollständige Modale Synthese . . . . .	263

6.4	Polzuweisung durch Ausgangsrückführung . . . . .	266
6.4.1	Überlegungen zu den Freiheitsgraden von Ausgangsrückführungen . . . . .	266
6.4.2	Ersetzen einer Zustandsrückführung durch eine äquivalente Ausgangsrückführung . . . . .	269
6.4.3	Näherung einer Zustandsrückführung durch eine Ausgangsrückführung . . . . .	270
6.4.4	Ersetzen einer Zustandsrückführung durch einen dezentralen Regler . . . . .	277
6.5	MATLAB-Programme für den Entwurf zur Polzuweisung . . . . .	286
	Literaturhinweise . . . . .	289
<b>7</b>	<b>Optimale Regelung . . . . .</b>	<b>291</b>
7.1	Grundgedanke der optimalen Regelung . . . . .	291
7.2	Lösung des LQ-Problems . . . . .	299
7.2.1	Umformung des Gütefunktional . . . . .	299
7.2.2	Ableitung einer notwendigen Optimalitätsbedingung . . . . .	301
7.2.3	Optimalreglergesetz . . . . .	303
7.2.4	Lösung der Riccatigleichung . . . . .	305
7.3	Eigenschaften des LQ-Regelkreises . . . . .	307
7.3.1	Stabilität des Regelkreises . . . . .	307
7.3.2	Eigenschaft der Rückführdifferenzmatrix . . . . .	307
7.3.3	Stabilitätsrand . . . . .	309
7.3.4	Abhängigkeit der Eigenwerte des Regelkreises von den Wichtungsmatrizen . . . . .	311
7.3.5	Diskussion der angegebenen Eigenschaften . . . . .	313
7.4	Rechnergestützter Entwurf von LQ-Regelungen . . . . .	313
7.4.1	Entwurfalgorithmus . . . . .	313
7.4.2	Wahl der Wichtungsmatrizen . . . . .	315
7.4.3	Beispiele . . . . .	317
7.5	Erweiterungen . . . . .	322
7.6	Optimale Ausgangsrückführung . . . . .	326
7.7	$H^\infty$ -optimaler Regler . . . . .	331
7.7.1	Erweiterungen der optimalen Regelung . . . . .	331
7.7.2	$H^\infty$ -Optimierungsproblem . . . . .	332
7.7.3	Lösung des $H^\infty$ -Optimierungsproblems . . . . .	336
7.8	Optimalreglerentwurf mit MATLAB . . . . .	339
	Literaturhinweise . . . . .	341
<b>8</b>	<b>Beobachterentwurf . . . . .</b>	<b>343</b>
8.1	Beobachtungsproblem . . . . .	343
8.2	LUENBERGER-Beobachter . . . . .	347
8.2.1	Struktur des Beobachters . . . . .	347
8.2.2	Konvergenz des Beobachters . . . . .	349
8.2.3	Wahl der Rückführmatrix $L$ . . . . .	349

8.2.4	Berechnung des Beobachters aus der Beobachtungsnormalform	350
8.2.5	Störverhalten des Beobachters	351
8.3	Realisierung einer Zustandsrückführung mit Hilfe eines Beobachters	353
8.3.1	Beschreibung des Regelkreises	353
8.3.2	Separationstheorem	355
8.3.3	Entwurfsverfahren	356
8.4	Reduzierter Beobachter	363
8.4.1	Zielsetzung	363
8.4.2	Ableitung der Beobachtergleichungen	363
8.4.3	Regelkreis mit reduziertem Beobachter	366
8.5	Weitere Anwendungsgebiete von Beobachtern	369
8.6	Beziehungen zwischen LUENBERGER-Beobachter und KALMAN-Filter	371
8.7	Beobachterentwurf mit MATLAB	375
	Literaturhinweise	377
<b>9</b>	<b>Reglerentwurf mit dem Direkten Nyquistverfahren</b>	<b>379</b>
9.1	Grundidee des Direkten Nyquistverfahrens	379
9.2	Stabilitätsanalyse unter Verwendung von Abschätzungen	381
9.2.1	Betrachtungen zum Nyquistkriterium	381
9.2.2	Abschätzung der Eigenwerte der Rückführdifferenzmatrix	383
9.2.3	Stabilitätsbedingung für ein dezentral geregeltes System	386
9.2.4	Integrität des Regelkreises	387
9.3	Entwurf mit dem Direkten Nyquistverfahren	389
9.4	Verbesserung der Analyse des Regelkreises	395
9.4.1	Ableitung einer Stabilitätsbedingung aus Robustheitsbetrachtungen	395
9.4.2	Abschätzung des E/A-Verhaltens des Regelkreises	400
9.5	Entkopplung der Regelkreise	408
9.6	Entwurfsdurchführung mit MATLAB	414
	Literaturhinweise	420

### Teil 3: Digitale Regelung

<b>10</b>	<b>Einführung in die digitale Regelung</b>	<b>423</b>
10.1	Digitaler Regelkreis	423
10.2	Abtaster und Halteglied	425
10.2.1	Abtaster	425
10.2.2	Halteglied	432
10.2.3	Wahl der Abtastzeit	434
10.3	Vergleich von kontinuierlichem und zeitdiskretem Regelkreis	436
	Literaturhinweise	438

<b>11</b>	<b>Beschreibung und Analyse zeitdiskreter Systeme im Zeitbereich</b>	439
11.1	Beschreibung zeitdiskreter Systeme	439
11.1.1	Modellbildungsaufgabe	439
11.1.2	Beschreibung zeitdiskreter Systeme durch Differenzgleichungen	440
11.1.3	Zustandsraummodell	444
11.1.4	Ableitung des Zustandsraummodells aus der Differenzgleichung	446
11.1.5	Zeitdiskrete Systeme mit Totzeit	449
11.1.6	Ableitung des Zustandsraummodells eines Abtastsystems aus dem Modell des kontinuierlichen Systems	451
11.1.7	Kanonische Normalform	458
11.2	Verhalten zeitdiskreter Systeme	459
11.2.1	Lösung der Zustandsgleichung	459
11.2.2	Bewegungsgleichung in kanonischer Darstellung	460
11.2.3	Übergangsfolge und Gewichtsfolge	463
11.2.4	Darstellung des E/A-Verhaltens durch eine Faltungssumme	470
11.2.5	Übergangsverhalten und stationäres Verhalten	471
11.3	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit zeitdiskreter Systeme	474
11.3.1	Definitionen und Kriterien	474
11.3.2	Steuerbarkeitsanalyse	475
11.3.3	Beobachtbarkeitsanalyse	484
11.3.4	Weitere Ergebnisse zur Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit	487
11.4	Pole und Nullstellen	488
11.5	Stabilität	490
11.5.1	Zustandsstabilität	490
11.5.2	E/A-Stabilität	494
11.6	MATLAB-Funktionen für die Analyse zeitdiskreter Systeme im Zeitbereich	496
	Literaturhinweise	498
<b>12</b>	<b>Beschreibung und Analyse zeitdiskreter Systeme im Frequenzbereich</b>	499
12.1	$\mathcal{Z}$ -Transformation	499
12.1.1	Definition	499
12.1.2	Eigenschaften	504
12.2	$\mathcal{Z}$ -Übertragungsfunktion	507
12.2.1	Definition	507
12.2.2	Berechnung	508
12.2.3	Eigenschaften und grafische Darstellung	511
12.2.4	Pole und Nullstellen	514
12.2.5	Übertragungsfunktion zusammenschalteter Übertragungsglieder	518
12.3	MATLAB-Funktionen für die Analyse zeitdiskreter Systeme im Frequenzbereich	518
	Literaturhinweise	519

<b>13 Digitaler Regelkreis</b> .....	521
13.1 Regelkreisstrukturen .....	521
13.2 Stabilitätsprüfung digitaler Regelkreise .....	523
13.2.1 Stabilitätsprüfung anhand der Pole des geschlossenen Kreises	523
13.2.2 Nyquistkriterium .....	524
13.3 Stationäres Verhalten digitaler Regelkreise .....	528
<b>14 Entwurf von Abtastreglern</b> .....	531
14.1 Entwurfsvorgehen .....	531
14.2 Zeitdiskrete Realisierung kontinuierlicher Regler .....	532
14.2.1 Approximation kontinuierlicher Regler durch Verwendung von Methoden der numerischen Integration .....	532
14.2.2 Approximation des PN-Bildes .....	539
14.2.3 Anwendungsgebiet .....	541
14.3 Reglerentwurf anhand des zeitdiskreten Streckenmodells .....	542
14.3.1 Entwurf einschleifiger Regelungen anhand des PN-Bildes des geschlossenen Kreises .....	542
14.3.2 Entwurf von Mehrgrößenreglern durch Polzuweisung .....	544
14.3.3 Zeitdiskrete optimale Regelung .....	544
14.3.4 Beobachter für zeitdiskrete Systeme .....	545
14.4 Regler mit endlicher Einstellzeit .....	547
14.5 MATLAB-Funktionen für den Entwurf digitaler Regler .....	555
Literaturhinweise .....	556
<b>15 Ausblick auf weiterführende Regelungskonzepte</b> .....	557
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	559

## Anhänge

<b>Anhang 1: Lösung der Übungsaufgaben</b> .....	565
<b>Anhang 2: Matrizenrechnung</b> .....	635
A2.1 Bezeichnungen und einfache Rechenregeln .....	635
A2.2 Eigenwerte und Eigenvektoren .....	637
A2.3 Singulärwertzerlegung .....	641
A2.4 Determinantensätze .....	642
A2.5 Normen von Vektoren und Matrizen .....	643
A2.6 Definitheit .....	644
A2.7 Lösung linearer Gleichungssysteme .....	645
A2.8 Nichtnegative Matrizen und M-Matrizen .....	646
Literaturhinweise .....	651

---

<b>Anhang 3: MATLAB-Programme</b> .....	653
A3.1 Funktionen für den Umgang mit Matrizen und Vektoren .....	653
A3.2 MATLAB-Funktionen für die Systemanalyse .....	654
A3.3 Funktionen für den Reglerentwurf .....	657
A3.4 Zusammenstellung der Programme .....	658
<b>Anhang 4: Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung</b> .....	659
<b>Anhang 5: Projektaufgaben</b> .....	663
<b>Anhang 6: Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen</b> .....	675
<b>Anhang 7: Korrespondenztabelle der Funktionaltransformationen</b> .....	679
<b>Anhang 8: Fachwörter deutsch – englisch</b> .....	681
<b>Sachwortverzeichnis</b> .....	687

# Verzeichnis der Anwendungsbeispiele

## Regelung von Elektroenergieversorgungssystemen

### • Frequenz-Übergabeleistungsregelung (FÜ-Regelung)

Kalmanzerlegung eines Elektroenergieversorgungsnetzes (Aufgabe 3.12) . . . .	115
Netzkennlinienverfahren für die FÜ-Regelung von Elektroenergienetzen (Aufgabe 5.1 mit Lösung) . . . . .	222, 580
Dezentrale FÜ-Regelung (Beispiel 6.4) . . . . .	279
Entwurf einer FÜ-Regelung als Optimalregler (Aufgabe 7.5 mit Lösung) . . . . .	341, 598
Entwurf einer FÜ-Regelung mit dem Direkten Nyquistverfahren (Aufgabe 9.6 mit Lösung) . . . . .	420, 612
Entwurf einer dezentralen FÜ-Regelung (Projektaufgabe A5.6 mit Lösung) . .	667, 629

### • Knotenspannungsregelung

Spannungs-Blindleistungsverhalten eines Elektroenergienetzes (Aufgabe 2.4)	35
Entwurf einer dezentralen Knotenspannungsregelung (Beispiel 9.1) . . . . .	390
Verbesserte Abschätzung für das Verhalten der dezentralen Knotenspannungsregelung (Beispiel 9.2) . . . . .	403
Knotenspannungsregelung eines Elektroenergienetzes mit zwei Teilnetzen (Projektaufgabe A5.5) . . . . .	666

### • Dampferzeugerregelung

Verhalten eines Dampferzeugers (Beispiel 2.2) . . . . .	40
Kalmanzerlegung eines Dampferzeugers (Aufgabe 3.13) . . . . .	115
Minimale Realisierung eines Dampferzeugers (Aufgabe 3.20 mit Lösung) . . . .	141, 578
Optimalreglerentwurf für einen Dampferzeuger (Aufgabe 7.4 mit Lösung) . . .	340, 594
Regelung eines Dampferzeugers (Projektaufgabe A5.2) . . . . .	665

## Prozessregelung

Regelungsaufgabe für einen Wärmeübertrager (Beispiel 1.1) . . . . .	4
Regelung einer Destillationskolonne (Beispiel 1.2) . . . . .	5

<b>• Regelung einer Anlage zur Herstellung von Ammoniumnitrat-Harnstoff-Lösung</b>	
Einstellung der PI-Regelung für die AHL-Anlage (Beispiel 5.1) .....	233
Zeitdiskrete Realisierung des PI-Reglers (Aufgabe 14.2) .....	539
Analyse und Regelung der AHL-Anlage (Projektaufgabe A5.3) .....	665
<b>• Analyse und Regelung von Rührkesselreaktoren</b>	
Beschreibung eines Rührkesselreaktors in V-kanonischer Struktur (Beispiel 2.1) .....	28
Steuerbarkeit gekoppelter Rührkesselreaktoren (Beispiel 3.1) .....	68
Steuerbarkeit gekoppelter Rührkesselreaktoren mit zeitdiskreter Eingangsgröße (Beispiel 11.5) .....	477
Beobachtbarkeit gekoppelter Rührkesselreaktoren (Beispiel 3.7) .....	96
Beobachtbarkeit der Füllstände eines Behältersystems (Aufgabe 3.10) .....	106
Reduzierter Beobachter für zwei gekoppelte Rührkesselreaktoren (Aufgabe 8.4) .....	369
Konzentrationsregelung gekoppelter Rührkesselreaktoren durch Zustandsrückführung (Beispiel 6.1) .....	256
Stabilitätsanalyse der Konzentrationsregelung (Beispiel 4.1) .....	169
Konzentrationsregelung gekoppelter Rührkesselreaktoren durch Ausgangsrückführung (Beispiel 6.3) .....	274
Zustandsraummodell eines Mischprozesses (Aufgabe 2.1) .....	17
Regelung eines Mischprozesses (Projektaufgabe A5.8) .....	669
<b>• Regelung eines Biogasreaktors</b>	
Regelungsaufgaben für einen Biogasreaktor (Beispiel 1.4) .....	8
Kopplungseigenschaften eines Biogasreaktors (Beispiel 4.6) .....	209
Existenz von PI-Reglern für einen Biogasreaktor (Beispiel 5.2) .....	242
Zeitdiskrete Messung der Betriebsgrößen (Aufgabe 10.1) .....	435
<b>• Regelung einer Klärschlammverbrennungsanlage</b>	
Auswahl der Stellgrößen für die Regelung einer Klärschlammverbrennungsanlage (Beispiel 4.5) .....	205
Einstellung der PI-Regelung für die Klärschlammverbrennungsanlage (Aufgabe 5.2) .....	239
Zeitdiskretes Modell der Klärschlammverbrennungsanlage (Aufgabe 11.6) ...	458
Analyse und Regelung einer Klärschlammverbrennungsanlage (Projektaufgabe A5.4) .....	666



## Regelung von Fahrzeugen und Flugkörpern

Beobachtbarkeit der Satellitenbewegung (Aufgabe 3.8 mit Lösung) .....	105, 571
Flugüberwachung als zeitdiskreter Vorgang (Aufgabe 10.1) .....	435
Strukturelle Analyse eines Quadropters (Aufgabe 3.17) .....	135
Regelung eines Quadropters (Projektaufgabe A5.10) .....	672
<b>• Abstandsregelung in Fahrzeugkolonnen</b>	
Regelungsaufgabe (Beispiel 1.5) .....	8
Abstandsregelung in einer Fahrzeugkolonne (Beispiel 4.4) .....	194
Struktur der Abstandsregelung (Aufgabe 4.6) .....	197
Abstandsregelung mit unterschiedlichen Regelungsstrukturen (Projektaufgabe A5.9) .....	670
<b>• Flugregelung</b>	
Autopilot für ein Flugzeug (Beispiel 1.3) .....	6
Optimalregler für die Rollbewegung eines Flugzeugs (Beispiel 7.2) .....	317
Entwurf eines Reglers mit endlicher Einstellzeit für die Rollbewegung eines Flugzeugs (Aufgabe 14.4) .....	554
<b>• Regelung einer Magnetschwebbahn</b>	
Stabilitätsprüfung der geregelten Magnetschwebbahn (Beispiel 4.2) .....	170
Stabilisierung der Magnetschwebbahn durch Zustandsrückführung (Aufgabe 6.5 mit Lösung) .....	288, 590
Beobachter für die Magnetschwebbahn (Aufgabe 8.6 mit Lösung) .....	376, 601
<b>Regelung mechanischer Systeme</b>	
Strukturelle Steuerbarkeit eines elektrischen Rotationsantriebs (Aufgabe 3.16 mit Lösung) .....	134, 575
<b>• Analyse und Regelung einer Verladebrücke</b>	
Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit einer Verladebrücke (Aufgabe 3.9 mit Lösung) .....	106, 572
Steuerbarkeit einer Verladebrücke mit zeitdiskreter Eingangsgröße (Beispiel 11.7) .....	483
Regelung einer Verladebrücke mit Zustandsrückführung (Aufgabe 6.2 mit Lösung) .....	258, 586
Regelung einer Verladebrücke mit Ausgangsrückführung (Aufgabe 6.3 mit Lösung) .....	269, 589
Positionsregelung für eine Verladebrücke (Projektaufgabe A5.1) .....	664

### • Stabilisierung eines invertierten Pendels

Kalmanzerlegung des Zustandsraummodells des invertierten Pendels (Beispiel 3.9) .....	109
Stabilisierung des invertierten Pendels durch Zustandsrückführung (Aufgabe 6.4) .....	287
LQ-Problem für das invertierte Pendel (Beispiel 7.1) .....	296
Stabilisierung des invertierten Pendels durch einen Optimalregler (Beispiel 7.3)	319
Beobachter für das invertierte Pendel (Beispiel 8.1) .....	358
Reduzierter Beobachter (Beispiel 8.2) .....	367

### Regelung eines Gleichstrommotors

Beobachtbarkeit eines Gleichstrommotors (Aufgabe 3.14 mit Lösung) .....	125, 573
Störverhalten eines digital geregelten Gleichstrommotors (Beispiel 10.2) .....	430
Zeitdiskrete Realisierung einer Drehzahlregelung (Beispiel 14.1) .....	537
Regler mit endlicher Einstellzeit für einen Gleichstrommotor (Beispiel 14.3) .	551

### Weitere Anwendungen

Raumtemperaturregelung mit fester Einstellzeit (Aufgabe 14.3) .....	554
Regelung einer Züchtungsanlage für GaAs-Einkristalle (Aufgabe 9.5 mit Lösung) .....	418, 608
Analyse und Regelung der Einkristallzüchtungsanlage (Projektaufgabe A5.7) .	669
Zeitdiskrete Zustandsraumbeschreibung einer Rinderzucht (Aufgabe 11.1 mit Lösung) .....	448, 617
Preisdynamik in der Landwirtschaft (Aufgabe 11.15 mit Lösung) .....	495, 624
Zeitdiskrete Zustandsraumbeschreibung der Lagerhaltung (Aufgabe 11.2) ....	448
Zustandsraummodell eines Filters (Beispiel 11.4) .....	466
Zustandsraummodell der Fußball-Bundesliga (Aufgabe 11.3) .....	449
Beobachtbarkeit eines Oszillators (Aufgabe 11.12 mit Lösung) .....	487, 622
Stabilitätsanalyse eines Bankkontos (Aufgabe 11.14) .....	495

# Inhaltsübersicht des ersten Bandes

## **Zielstellung der Regelungstechnik**

## **Beispiele für technische und nichttechnische Regelungsaufgaben**

## **Strukturelle Beschreibung dynamischer Systeme**

Blockschaltbild, Signalflussgraph

## **Systembeschreibung im Zeitbereich**

Beschreibung durch Differentialgleichungen, Zustandsraummodell

## **Verhalten linearer Systeme**

Lösung der Zustandsgleichung

Kennfunktionen des dynamischen Übertragungsverhaltens

Modellvereinfachung, Kennwertermittlung

## **Beschreibung linearer Systeme im Frequenzbereich**

Frequenzgang, Übertragungsfunktion

Eigenschaften wichtiger Übertragungsglieder im Frequenzbereich

## **Regelkreis**

Modell des Standardregelkreises

## **Stabilität rückgekoppelter Systeme**

Nyquistkriterium; robuste Stabilität

## **Entwurf einschleifiger Regelkreise**

Übersicht über die Entwurfsverfahren

Einstellregeln für PID-Regler

## **Reglerentwurf anhand des PN-Bildes des geschlossenen Kreises**

Konstruktionsvorschriften für Wurzelortskurven

Reglerentwurf mittels Wurzelortskurve

## **Reglerentwurf anhand der Frequenzkennlinie der offenen Kette**

Frequenzkennlinie und Regelgüte

Reglerentwurf auf Führungs- und auf Störverhalten

## **Weitere Entwurfsverfahren**

## **Erweiterung der Regelungsstruktur**

11. Auflage 2017

mit 425 Abbildungen, 76 Beispielen und 179 Übungsaufgaben

# Hinweise zum Gebrauch des Buches

**Formelzeichen.** Die Wahl der Formelzeichen hält sich an folgende Konventionen: Kleine kursive Buchstaben bezeichnen Skalare, z. B.  $x, a, t$ . Vektoren sind durch kleine halbfette Buchstaben, z. B.  $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{a}$ , und Matrizen durch halbfette Großbuchstaben, z. B.  $\boldsymbol{X}, \boldsymbol{A}$ , dargestellt. Entsprechend dieser Festlegung werden die Elemente der Matrizen und Vektoren durch kursive Kleinbuchstaben (mit Indizes) symbolisiert, beispielsweise mit  $x_1, x_2, x_i$  für Elemente des Vektors  $\boldsymbol{x}$  und  $a_{12}, a_{ij}$  für Elemente der Matrix  $\boldsymbol{A}$ . Werden Größen, die im allgemeinen Fall als Vektor oder Matrix geschrieben werden, in einem einfachen Beispiel durch Skalare ersetzt, so wird dies durch den Übergang zu kleinen kursiven Buchstaben verdeutlicht, beispielsweise durch Verwendung von  $x, a$  anstelle von  $\boldsymbol{x}$  bzw.  $\boldsymbol{A}$ . Dann gelten die vorher mit Vektoren und Matrizen geschriebenen Gleichungen mit den skalaren Größen gleichen Namens.

Vektoren sind stets als Spaltenvektoren definiert. Die Transposition von Vektoren und Matrizen wird durch ein hochgestelltes „T“ gekennzeichnet ( $\boldsymbol{c}^T$ ).

Mengen sind durch kalligrafische Buchstaben dargestellt, z. B.  $\mathcal{Q}, \mathcal{P}$ .

Funktionen der Zeit und deren Fourier-, Laplace- und  $\mathcal{Z}$ -Transformierte haben denselben Namen, unterscheiden sich aber in der Größe. Den Funktionen  $f(t)$  bzw.  $f(k)$  im Zeitbereich sind die Funktionen  $F(j\omega), F(s)$  bzw.  $F(z)$  im Frequenzbereich zugeordnet.

Bei den Indizes wird zwischen Abkürzungen und Laufindizes unterschieden. Bei  $k_s$  ist der Index „s“ die Abkürzung für „statisch“ und deshalb steil gesetzt, während bei  $x_p$  das  $p$  einen Parameter darstellt, der beliebige Werte annehmen kann und deshalb kursiv gesetzt ist.

Die verwendeten Bezeichnungen orientieren sich an den international üblichen und weichen deshalb auch in wichtigen Fällen von der DIN 19299 ab. Beispielsweise werden für die Regelgröße und die Stellgröße die Buchstaben  $y$  und  $u$  verwendet.  $x$  bzw.  $\boldsymbol{x}$  ist das international gebräuchliche Formelzeichen für eine Zustandsvariable bzw. den Zustandsvektor.

Eine Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen enthält Anhang 6.

Wenn bei einer Gleichung hervorgehoben werden soll, dass es sich um eine Forderung handelt, die durch eine geeignete Wahl von bestimmten Parametern erfüllt werden soll, wird über das Gleichheitszeichen ein Ausrufezeichen gesetzt ( $\stackrel{!}{=}$ ).

Bei Verweisen auf Textstellen des ersten Bandes (9. Auflage 2012) ist den Kapitel-, Aufgaben-, Beispiel- und Gleichungsnummern eine römische Eins vorangestellt, z. B. Abschn. I-3.2, Gl. (I-4.98).

Bei den Beispielen wird mit Zahlengleichungen gearbeitet, in die die physikalischen Größen in einer zuvor festgelegten Maßeinheit einzusetzen sind. Bei den Ergebnissen werden die Maßeinheiten wieder an die Größen geschrieben. Dabei wird zur Vereinfachung der Darstellung in den Gleichungen nicht zwischen den physikalischen Größen und ihren auf eine vorgegebene Maßeinheit bezogenen Größen unterschieden (vgl. Abschn. I-4.4.4).

**Übungsaufgaben.** Die angegebenen Übungsaufgaben sind ihrem Schwierigkeitsgrad entsprechend folgendermaßen gegliedert:

- Aufgaben ohne Markierung dienen der Wiederholung und Festigung des unmittelbar zuvor vermittelten Stoffs. Sie können in direkter Analogie zu den behandelten Beispielen gelöst werden.
- Aufgaben, die mit einem Stern markiert sind, befassen sich mit der Anwendung des Lehrstoffes auf ein praxisnahes Beispiel. Für ihre Lösung werden vielfach außer dem unmittelbar zuvor erläuterten Stoff auch Ergebnisse und Methoden vorhergehender Kapitel genutzt. Die Leser sollen bei der Bearbeitung dieser Aufgaben zunächst den prinzipiellen Lösungsweg festlegen und erst danach die Lösungsschritte nacheinander ausführen. Die Lösungen dieser Aufgaben sind im Anhang 1 angegeben.
- Aufgaben, die mit zwei Sternen markiert sind, sollen zum weiteren Durchdenken des Stoffs bzw. zu Erweiterungen der angegebenen Methoden anregen.

Aufgaben, die umfangreiche numerische Rechnungen enthalten und deshalb zweckmäßigerweise unter Verwendung von MATLAB gelöst werden sollten, sind durch das Symbol  gekennzeichnet.

**MATLAB.**<sup>1</sup> Eine kurze Einführung in das Programmpaket MATLAB<sup>®</sup> findet man im Anhang I-2 des ersten Bandes. Die wichtigsten Funktionen der *Control System Toolbox* für die in diesem Band behandelten Methoden werden am Ende der entsprechenden Kapitel erläutert und sind im Anhang 3 zusammengestellt. Dabei wird nur auf die unbedingt notwendigen Befehle und deren einfachste Form eingegangen, denn im Vordergrund stehen die Demonstration des prinzipiellen Funktionsumfangs heutiger rechnergestützter Analyse- und Entwurfssysteme und die Nutzung dieser Werkzeuge für die Lösung von Regelungsaufgaben. Von diesen Erläuterungen ausgehend können die Leser mit Hilfe des MATLAB-Handbuchs den wesentlich größeren Funktionsumfang des Programmsystems leicht erschließen. Programmzeilen sind im Text in Schreibmaschinenschrift angegeben.

Die Behandlung von MATLAB zur Demonstration der rechnergestützten Arbeitsweise des Ingenieurs bringt die Schwierigkeit mit sich, dass das Buch mit jeder neuen MATLAB-Version veraltet, weil wichtige Befehle von Version zu Version

---

<sup>1</sup> MATLAB ist eingetragenes Warenzeichen der Fa. The MathWorks, Inc.

umgestellt werden. Es sei deshalb darauf hingewiesen, dass derartige Umstellungen zwar die fehlerfreie Nutzung des Programmsystems erschweren, nicht jedoch die methodischen Grundlagen der Regelungstechnik verändern, die im Mittelpunkt dieses Buches stehen.

Die MATLAB-Programme, mit denen die in diesem Buch gezeigten Abbildungen hergestellt wurden und die deshalb als Muster für die Lösung ähnlicher Analyse- und Entwurfsprobleme dienen können, stehen über die Homepage des Lehrstuhls für Automatisierungstechnik und Prozessinformatik der Ruhr-Universität Bochum

`www.atp.rub.de/Buch/RT2`

jedem Interessenten zur Verfügung.