

---

# Wirtschaftsmathematik I

---

Jens Kircher · Dieter Hitzler

# Wirtschaftsmathematik I

Grundlagen für Bachelor-Studiengänge

Jens Kircher  
Leonberg, Deutschland

Dieter Hitzler  
Stuttgart, Deutschland

ISBN 978-3-662-46151-8      ISBN 978-3-662-46152-5 (eBook)  
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-46152-5>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Gabler

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2018

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Gabler ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorbemerkung</b>	<b>IX</b>
<b>1. Mathematische Grundfertigkeiten</b>	<b>1</b>
1.1. Zahlenmengen . . . . .	2
1.2. Rechengesetze . . . . .	5
1.3. Potenzen . . . . .	6
1.3.1. Natürliche Exponenten . . . . .	6
1.3.2. Negative Exponenten . . . . .	6
1.3.3. Gebrochene Exponenten . . . . .	7
1.3.4. Beliebige Exponenten und Vorfaktoren . . . . .	9
1.3.5. Null als Exponent . . . . .	10
1.3.6. Die wissenschaftliche Notation . . . . .	11
1.3.7. Rechengesetze mit Potenzen . . . . .	15
1.4. Partielles Wurzelziehen . . . . .	22
1.5. Summenzeichen . . . . .	25
<b>2. Grundlagen des Rechnungswesens</b>	<b>29</b>
2.1. Rechnungswesen . . . . .	30
2.2. Externes und internes Rechnungswesen . . . . .	30
2.3. Begriffsabgrenzungen . . . . .	31
2.3.1. Kassenbestandsrechnung . . . . .	33
2.3.2. Ermittlung Reinvermögen (Aufwand / Ertrag): . . . . .	34
2.3.3. Betriebsergebnisrechnung (Kosten und Erlöse) . . . . .	36
2.4. Grundlagen der Kosten- und Leistungsrechnung . . . . .	39
2.4.1. Kalkulation . . . . .	39
2.4.2. Kontrolle der Wirtschaftlichkeit . . . . .	39
2.4.3. Erfolgsermittlung . . . . .	39
2.4.4. Planung . . . . .	40
2.5. Aufbau der Kostenrechnung . . . . .	40
2.6. Kosten und Erlöse . . . . .	41
2.6.1. Kosten . . . . .	41
2.6.2. Abgrenzung Kosten und Aufwendungen . . . . .	41
2.6.3. Erlöse . . . . .	42
2.6.4. Abgrenzung Leistungen und Erträge . . . . .	43
2.7. Gliederung nach Kostenarten . . . . .	44
2.7.1. Gliederung nach der Verrechnungsart . . . . .	44
2.7.2. Gliederung nach dem Verhalten bei Beschäftigungsänderungen . . . . .	44
2.7.3. Besondere Kostenverläufe . . . . .	46
2.7.4. Gliederung nach Zeitbezug . . . . .	46
2.8. Zins- und Rentenrechnung . . . . .	47
2.8.1. Einfache Verzinsung . . . . .	48

---

2.8.2.	Jährliche Verzinsung . . . . .	49
2.8.3.	Unterjährige Verzinsung . . . . .	53
2.8.4.	Raten . . . . .	55
2.8.5.	Renten . . . . .	57
2.8.6.	Unterjährige Raten und Renten . . . . .	59
2.8.7.	Tilgungsrechnung . . . . .	63
2.8.8.	Investitionsrechnung . . . . .	66
2.8.9.	Abschreibungen . . . . .	67
<b>3.</b>	<b>Wirtschaftliche Anwendungen der Analysis</b>	<b>73</b>
3.1.	Der Funktionsbegriff . . . . .	74
3.1.1.	Einführung . . . . .	74
3.1.2.	Darstellung von Funktionen . . . . .	75
3.2.	Funktionsschaubilder . . . . .	79
3.2.1.	Funktionsschaubilder ohne Graphikrechner . . . . .	79
3.2.2.	Funktionsschaubilder erstellen mit elektronischen Hilfsmitteln . . . . .	79
3.2.3.	Funktionsschaubilder elementarer Funktionen . . . . .	82
3.2.4.	Schaubilder zusammengesetzter Funktionen . . . . .	85
3.2.5.	Eigenschaften von Funktionen und ihren Schaubildern . . . . .	86
3.3.	Anwendungen von Funktionen . . . . .	90
3.4.	Kaufmännische Funktionen: „It’s easier to sell cheaper“ . . . . .	94
3.4.1.	Kosten- Erlös- und Gewinnfunktion . . . . .	94
3.4.2.	Angebotsfunktion . . . . .	95
3.4.3.	Nachfragefunktion . . . . .	96
3.4.4.	Marktgleichgewicht . . . . .	97
3.5.	Aufstellen der Funktionsterme . . . . .	98
3.5.1.	ab-initio vs Empirie . . . . .	99
3.5.2.	Einfache Kostenfunktionen . . . . .	101
3.5.3.	Komplexe Kostenfunktionen . . . . .	106
3.5.4.	Einfache Erlös- und Preisfunktionen . . . . .	107
3.5.5.	Komplexe Preisfunktionen . . . . .	111
3.6.	Wachstumsfunktionen . . . . .	113
3.6.1.	Drei Arten des Wachstums . . . . .	113
3.6.2.	Lineares und exponentielles Wachstum . . . . .	113
3.6.3.	Logistisches Wachstum: Was haben Internetanschlüsse und Schmetterlinge gemeinsam? . . . . .	115
3.7.	Aufstellen von kaufmännischen Funktionen . . . . .	116
3.7.1.	Gerade durch 2 vorgegebene Punkte . . . . .	116
3.7.2.	Exponentialkurven durch 2 vorgegebene Punkte . . . . .	121
3.7.3.	Ausgleichskurven selbst erstellt . . . . .	129
3.7.4.	Regressionskurven . . . . .	130
3.8.	Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen . . . . .	136
3.8.1.	Schnittpunkte mit der y-Achse . . . . .	136
3.8.2.	Schnittpunkte mit der x-Achse . . . . .	137
3.8.3.	Nullstellen von Exponentialfunktionen . . . . .	187
3.9.	Schnittpunkte zweier Kurven . . . . .	199

3.10. Verschiebungen und Streckungen von Funktionsschaubildern . . . . .	202
3.10.1. Verschiebung von Kurven . . . . .	202
3.10.2. Streckung und Stauchung von Kurven . . . . .	204
3.11. Umkehrfunktionen . . . . .	206
3.11.1. Umkehrzuordnung . . . . .	206
3.11.2. Umbenennung der Variablen . . . . .	207
3.11.3. Umkehrfunktion . . . . .	207
3.12. Kaufmännische Funktionen II . . . . .	211
3.12.1. Unternehmensziel: maximaler Gewinn . . . . .	211
3.12.2. Gewinn im Polypol und Monopol - einfache Kostenstruktur . . . . .	211
3.12.3. Gewinnmaximierung im Allgemeinen . . . . .	212
3.13. Tangenten an Kurven . . . . .	214
3.13.1. Sehne-Sekante-Tangente . . . . .	214
3.13.2. Steigung von Kurven . . . . .	214
3.13.3. Die Kettenregel . . . . .	220
3.13.4. Ableitungen berechnen mit FreeGeo . . . . .	227
3.13.5. Bedeutung der Ableitung . . . . .	228
3.13.6. Anwendung: Grenzkosten und Durchschnittskosten . . . . .	230
3.14. Höhere Ableitungen . . . . .	237
3.14.1. Mehrfaches Ableiten . . . . .	237
3.14.2. Krümmung von Kurven . . . . .	237
3.14.3. Extrema und Sattelpunkte . . . . .	238
3.14.4. Wendepunkte . . . . .	241
3.14.5. Zusammenfassung: Spezielle Punkte und spezielle Ableitungen . . . . .	242
3.14.6. Extremwerte und beschränkter Definitionsbereich . . . . .	244
<b>Klausurvorbereitung</b>	<b>247</b>
<b>A. Anhänge</b>	<b>251</b>
A.1. Arbeiten mit einer Tabellenkalkulation . . . . .	252
A.2. Mengenschreibweise . . . . .	255
A.2.1. Bezeichnung der Mengen . . . . .	255
A.2.2. Definition einer Menge . . . . .	255
A.2.3. Aussagelogik vs. Verknüpfung von Mengen . . . . .	256
A.3. Herleitung der Ableitungsregeln . . . . .	258
A.3.1. Definition der Ableitung als Differentialkoeffizient . . . . .	258
A.3.2. Potenzregel . . . . .	258
A.3.3. Exponentialfunktion . . . . .	259
A.4. Die logistische Funktion . . . . .	260
A.5. Lösung von $x^3 = -1$ . . . . .	263
A.6. Das griechische Alphabet . . . . .	264
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>265</b>
<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>266</b>

# Vorbemerkungen

*Es liegt eine große Würde im Einfachen.*

A. Young, australischer Musiker

Dieses Manuskript entstand nach mehrfachem Halten der Vorlesung Wirtschaftsmathematik an der Hochschule Macromedia sowie verwandter Vorlesungen an der Hochschule Heilbronn.

Der vorliegende erste Band kann sowohl für einen Brückenkurs Mathematik als auch für die Einführungsvorlesung Wirtschaftsmathematik genutzt werden; ein bald erscheinender zweiter Band behandelt die Fortführung der Analysis (Integralrechnung), Statistik (analytisch und rechnergestützt), Wahrscheinlichkeitsrechnung und numerische Mathematik.

## Didaktisches Konzept

- Mit der Abkehr vom Grafischen Taschenrechner (GTR) als Hilfsmittel in der Schule wird auch seine Bedeutung an der Hochschule stark abnehmen. An seine Stelle treten in diesem Buch ausführliche Hinweise, wie mathematische Probleme, insbesondere im Bereich der Modellbildung, mit einer Tabellenkalkulation gelöst werden.
- Der zu erlernende Stoff aus dem Teilgebiet Analysis ist nach Funktionseigenschaften und nicht nach Funktionsklassen geordnet.
- Auf einige formale Aspekte wurde komplett verzichtet. Dies verschlankt den Text enorm und sorgt für schnelleren Fortschritt in der Rechenfertigkeit.<sup>1</sup> Für den interessierten Leser finden sich die formalen Behandlungen im Anhang.

---

<sup>1</sup>Zuerst zu rechnen und sich dann erst um den Formalismus zu kümmern, das ist wie Nachtisch genießen, bevor man den Blumenkohl gegessen hat. Aber wollen wir das nicht alle manchmal? Eine Erkenntnis, die wir übrigens dem (großartigen) Kollegen B. Crowell zu verdanken haben.

- Manche Passagen umfassen mehr Text als vergleichbare andere Bücher zur Wirtschaftsmathematik. Es war uns ein Anliegen, den Lernenden und Lehrenden ein Buch an die Hand zu geben, das selbständiges Erarbeiten des Stoffs durch ausführliche Erklärungen unterstützt.

## Aufbau des Buchs

### Merksatz

Die wichtigsten Lern- und Merksätze sowie Definitionen sind in magenta umrahmten Boxen zusammengefasst.

### Merksatz

Die wichtigsten Lern- und Merksätze sowie Definitionen sind in magenta umrahmten Boxen zusammengefasst

### Exkurs

Graue Boxen vermitteln Zusatzwissen. Das kann innermathematisches Wissen bei erstmaliger Behandlung eines Funktionstyps (insbesondere im Kapitel über Nullstellen) sein, oder es können auch Anwendungen von mathematischen Methoden sein.

Blau unterlegte Seiten zeigen gelöste Musteraufgaben, in der Regel mit nicht zu hohem Schwierigkeitsgrad.

### Aufgaben

Am Ende jedes Abschnitts befinden sich einige Übungsaufgaben mit steigendem Schwierigkeitsgrad.

Die Autoren freuen sich auf jede Art von Feedback, auch über Aufgabenvorschläge oder Hinweise auf Verbesserungsmöglichkeiten.