DIE GRUNDLEHREN DER

MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN

IN EINZELDARSTELLUNGEN MIT BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG DER ANWENDUNGSGEBIETE

GEMEINSAM MIT

W. BLASCHKE
HAMBURG

M. BORN
GÖTTINGEN

C. RUNGE
GÖTTINGEN

HERAUSGEGEBEN VON

R. COURANT
GÖTTINGEN

BAND I

VORLESUNGEN ÜBER DIFFERENTIALGEOMETRIE I

VON

WILHELM BLASCHKE

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1924

VORLESUNGEN ÜBER

DIFFERENTIAL-GEOMETRIE

UND GEOMETRISCHE GRUNDLAGEN VON EINSTEINS RELATIVITÄTSTHEORIE

VON

WILHELM BLASCHKE

PROFESSOR DER MATHEMATIK AN DER UNIVERSITÄT HAMBURG

I

ELEMENTARE DIFFERENTIALGEOMETRIE

ZWEITE VERBESSERTE AUFLAGE

MIT EINEM ANHANG VON

KURT REIDEMEISTER

PROFESSOR DER MATHEMATIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN

MIT 40 TEXTFIGUREN

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1924

ISBN 978-3-662-42667-8 ISBN 978-3-662-42944-0 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-42944-0

ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG
IN FREMDE SPRACHEN, VORBEHALTEN.
Copyright 1924 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1924.
Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1924

MEINEM VEREHRTEN LEHRER

E. STUDY

Vorwort zur zweiten Auflage.

Dieses Lehrbuch soll vier Bändchen umfassen. Das erste bringt eine knappe Einführung in die *„elementare“*, das heißt bewegungsinvariante Differentialgeometrie, das zweite, bereits erschienene, eine Darstellung neuerer Untersuchungen über *affine* Differentialgeometrie. Das dritte wird der konformen und verwandten *Kugelgeometrien* gewidmet sein. Das letzte endlich soll die *mehrdimensionale* Geometrie mit der allgemeinen Maßbestimmung *Riemanns* und damit die geometrischen Grundlagen einerseits für *Einsteins* Gravitationstheorie und andrerseits für die Untersuchungen der Dynamik bringen, die die Quantentheorie benötigt.

Die Differentialgeometrie untersucht die Eigenschaften der krummen Linien und Flächen im unendlich Kleinen. Die verschiedenen Wendungen des Begriffs „Krümmung“ stehen dabei im Vordergrund, so daß man auch von „Krümmungstheorie“ spricht. Im Gegensatz dazu betrachtet man in der algebraischen Geometrie die geometrischen Gebilde von vornherein in ihrer Gesamterstreckung. Indessen verzichtet auch die Differentialgeometrie durchaus nicht auf das Studium der geometrischen Figuren im ganzen und die Fragen der „Differentialgeometrie im großen“, die die mikroskopischen mit den makroskopischen Eigenschaften verknüpfen, gehören zu den reizvollsten, allerdings auch zu den schwierigsten Fragen unsrer Wissenschaft.

Die Krümmungstheorie erscheint, wenn man erst die Fesseln der Dimensionenzahl Drei und der Maßbestimmung *Euklids* zerrissen hat, von hohem Standpunkt aus gesehen, nicht mehr bloß als ein eng begrenztes Teilgebiet der Mathematik, sondern sie umfaßt einen erheblichen Teil der theoretischen Physik. Aus diesem weiten Gebiet soll in diesem Buch, das aus Vorlesungen in Tübingen und Hamburg entstanden ist, ein Ausschnitt geboten werden, der nicht allein im Werdegang der Anwendungen der Analysis auf die Geometrie, sondern auch in Geschmack- und Arbeitsrichtung des Verfassers begründet ist.

Als Leitstern möge uns *F. Kleins* Erlanger Programm dienen. Ferner sollen besonders die Beziehungen zur Variationsrechnung gepflegt werden.

Als ich 1908 nach Bonn kam, hat mich *E. Study* trotz einer schweren Erkrankung seines persönlichen Unterrichts gewürdigt und mir die kritischen Untersuchungen zur Differentialgeometrie vorgetragen, an denen er damals arbeitete. In dankbarem Gedenken an die schönen Bonner Tage sei Herrn *Study* dieses Bändchen gewidmet.

Bei der Herausgabe haben mich zahlreiche Fachgenossen unterstützt, und zwar bei der zweiten Auflage insbesondere die Herren *Artin* und *Berwald*.

Die neue Auflage bringt zunächst eine Reihe von Verbesserungen und Zusätzen. Die Angaben über das Leben von *Monge* und *Gauß* habe ich, da sie von einem Kritiker mit besonderm Lob, von einem andern mit besonderm Tadel bedacht wurden, unverändert stehen gelassen. Die wesentlichste Neuerung bringt der Anhang. In § 86 der alten wie der neuen Auflage habe ich eine Aufgabe gestellt, die mir besonders anziehend erscheint. Gehen auf einer Kugelfläche von einer beliebigen Stelle zwei Wandrer in beliebigen Richtungen gleich schnell und geradewegs fort, so begegnen sie sich stets an einer zweiten Stelle der Kugel. Es fragt sich: Ist die Kugelfläche die einzige, deren Bewohner mit Sicherheit auf ein solches Wiedersehn rechnen können? Ich freue mich im Anhang jetzt die Antwort bringen zu können, die Herr *Reidemeister* nach Überwindung mancher Hindernisse kürzlich gefunden hat.

Mathematisches Seminar, Hamburg im Januar 1924.

Inhaltsverzeichnis.

Für ein erstes Studium genügt die Kenntnis der Kapitel 1, 3 und 4. Die Abschnitte dieser Kapitel, die übergangen werden können, sind durch Sternchen gekennzeichnet.

1. Kapitel.

Kurventheorie.

2. Kapitel.

Extreme bei Kurven.

3. Kapitel.

Anfangsgründe der Flächentheorie.

4. Kapitel.

Geometrie auf einer Fläche.

5. Kapitel.

Fragen der Flächentheorie im großen.

6. Kapitel.

Extreme bei Flächen.

7. Kapitel.

Liniengeometrie.

Anhang.

Über die Kugel.

Anmerkungen und Formeln sind innerhalb eines jeden Kapitels durchnumeriert.