

**Die Theorie
elastischer Gewebe und ihre
Anwendung auf die Berechnung
biegsamer Platten**

unter besonderer Berücksichtigung der
trägerlosen Pilzdecken

von

Dr.-Ing. H. Marcus

Direktor der HUTA, Hoch- und Tiefbau-Aktiengesellschaft
Breslau

Zweite, verbesserte Auflage

Erster Band

Mit 123 Textabbildungen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

ISBN 978-3-662-37732-1 ISBN 978-3-662-38549-4 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-38549-4

**Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.**

Copyright Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1924
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1924.
Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1924

Vorwort zur zweiten Auflage.

Die erste Auflage dieses Buches hatte die Aufgabe, aus dem Rüstzeug der Elastizitätstheorie eine brauchbare Grundlage für die wissenschaftliche Untersuchung und die praktische Querschnittsbemessung kreuzweise bewehrter Eisenbetondecken zu schaffen. Die Theorie der elastischen Gewebe, die den Unterbau für eine neue Darstellung der Spannungen und Formänderungen biegsamer Platten bildete, ist inzwischen durch weitere Anwendungsmöglichkeiten bereichert worden, in ihrem Kern aber unverändert geblieben. Ich habe aus diesem Grunde den Inhalt der ersten, in der jetzt vorliegenden zweiten Auflage vollständig übernommen, jedoch die kritischen Erörterungen über die Unzulänglichkeit der deutschen Bestimmungen vom Jahre 1916 und der früheren Annäherungsverfahren für die Berechnung der kreuzweise bewehrten Decke fortgelassen, weil die vom Verfasser auf Grund der strengen Untersuchungen empfohlenen neueren Methoden für eine sorgfältige Querschnittsbemessung der Platten in den Vorschriften von 1925 eingeführt worden sind. Die Entwicklung und die Anwendung dieser Methoden sind in meiner Schrift über die „Vereinfachte Berechnung biegsamer Platten“ zusammengefaßt, welche im Verlag von Julius Springer in erster Auflage im Jahre 1925, in zweiter, wesentlich vermehrter Auflage 1929 erschienen ist. Ihre Grundzüge sind auch in § 9 und § 21 des vorliegenden Buches dargestellt.

Der Ausbau der Plattentheorie hat den Verfasser inzwischen zu weiteren Untersuchungen über die partiellen Differenzgleichungen des elastischen Gewebes, über das Netzwerk der Rautendecken, über die trägerlosen Pilzdecken mit orthogonaler oder kreisförmiger Stützung, über die ebenen Wandungen rechteckiger Behälter mit einer oder mehreren Kammern, über die kreisförmigen, mehrfach gestützten Schwellen und Platten der Fundamentkörper sowie zu einer Reihe anderer Aufgaben geführt. Ein kleiner Ausschnitt aus diesem Arbeitsgebiet ist in meinen Aufsätzen im „Bauingenieur“, 1926 und in der Zeitschrift „Beton und Eisen“, 1926 und 1928 veröffentlicht worden. Eine eingehende zusammenfassende Darstellung der gesamten Untersuchungen mit ihren Nutzenanwendungen für die bauliche Ausbildung von Tragwerken aus Eisenbeton erfordert einen so breiten Raum, daß ich es

vorgezogen habe, diese Aufgabe in einem zweiten Band später zu behandeln.

Die erste Auflage dieses Buches ist in den Fachkreisen mit wohlwollender Aufmerksamkeit aufgenommen und verhältnismäßig rasch vergriffen gewesen. Möge auch die zweite Auflage, welche mit vorbildlicher Sorgfalt von der Verlagsbuchhandlung vorbereitet worden ist, die gleiche Anerkennung finden.

Breslau-Carlowitz, im Dezember 1931.

H. Marcus.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Grundlagen der Berechnung biegsamer Platten . . .	1
§ 1. Die Grundgleichungen der Theorie elastischer Platten	1
§ 2. Die elastische Platte und die elastische Haut	9
§ 3. Die elastische Haut und das elastische Gewebe	13
A. Das Gewebe mit rechteckigen Maschen	15
Gleichgewichtsgleichungen des Gewebes S. 15. — Beziehungen zwischen der elastischen Platte und dem elastischen Gewebe S. 17. — Die allgemeine Differenzgleichung der elastischen Platte S. 19. — Die Verteilung der Belastung auf die Knotenpunkte des Gewebes S. 21.	
B. Das Radialgewebe	22
C. Das Gewebe mit dreieckigen Maschen	27
§ 4. Die Anstrengung der Platten	31
II. Die Randbedingungen der ringsum frei aufliegenden Platte	37
§ 5. Die Randbedingungen der elastischen Fläche	37
§ 6. Der Spannungsverlauf am Rande	39
Darstellung der Randwiderstände mit Hilfe des orthogonalen Gewebes bei rechteckigen und bei schiefwinkligen Platten S. 41 und 42. — Darstellung der Randwiderstände mit Hilfe des hexagonalen Gewebes S. 43.	
III. Die Berechnung der ringsum frei aufliegenden rechteckigen Platte	47
§ 7. Die gleichmäßig belastete quadratische Platte	50
§ 8. Die mit einer Einzelkraft in der Mitte belastete quadratische Platte	61
§ 9. Die Berechnung gleichmäßig belasteter, ringsum frei aufliegender rechteckiger Platten mit verschiedenen Längenverhältnissen . .	74
Untersuchung einer Platte mit dem Seitenverhältnis 2:3 S. 74. — Untersuchung von Platten mit dem Seitenverhältnis 2:1, 3:1, 4:1 S. 77. — Die vereinfachte Berechnung der Spannungsmomente S. 82.	
§ 10. Der Einfluß der Querschnittsveränderlichkeit	93
Gleichung der elastischen Fläche S. 93. — Untersuchung einer ringsum frei aufliegenden, gleichmäßig belasteten quadratischen Platte mit veränderlicher Steifigkeit S. 96.	
§ 11. Der Einfluß einer ungleichen Bewehrung der Platte in verschiedenen Schnittrichtungen	99
Elastizitätsgleichungen der ungleichmäßig bewehrten Platte S. 100. — Untersuchung einer frei aufliegenden Platte mit dem Längenverhältnis $a : b = 1 : 2$ und dem Steifigkeitsverhältnis $J_x : J_y = 4 : 1$ S. 106.	
§ 12. Der Einfluß einer ungleichmäßigen Erwärmung	109

	Seite
IV. Die ringsum frei aufliegende kreisförmige Platte	116
§ 13. Die Randbedingungen bei beliebiger Lastanordnung	116
§ 14. Die Randbedingungen bei achsensymmetrischer Lastverteilung.	118
§ 15. Die allgemeine Darstellung der Spannungen und Formänderungen bei achsensymmetrischer Belastung.	119
Die gleichmäßig belastete kreisförmige Platte mit frei aufliegenden oder fest eingeklemmten Rändern S. 121. — Die ringförmige Platte S. 123.	
V. Die ringsum frei aufliegende dreieckige Platte	135
§ 16. Untersuchung der gleichseitigen, gleichmäßig belasteten dreieckigen Platte	135
VI. Die allgemeinen Grundlagen für die Untersuchung statisch unbestimmter Platten	142
§ 17. Die Untersuchung von Platten, die nur an den Rändern gestützt sind	142
Die analytische Ermittlung der Zusatzlösungen S. 143. — Die Ermittlung der Zusatzlösungen mit Hilfe der Gewebe S. 146.	
§ 18. Die Untersuchung von Platten, die auch innerhalb der Ränder auf einzelnen Stützpunkten aufgelagert sind	148
VII. Die ringsum eingeklemmte Platte	151
§ 19. Die gleichmäßig belastete quadratische Platte	151
§ 20. Die mit einer Einzellast in der Mitte belastete quadratische Platte	155
§ 21. Die rechteckigen Platten mit achsensymmetrischer Belastung	162
Die Entwicklung der Randgleichungen S. 162. — Untersuchung einer gleichmäßig belasteten Platte mit dem Längenverhältnis $b : a = 2 : 1$ S. 166. — Näherungsformeln für die eingeklemmten Platten S. 170.	
VIII. Die Platten mit spannungsfreien Randflächen	172
§ 22. Die nur an den Eckpunkten aufliegende, gleichmäßig belastete quadratische Platte	173
§ 23. Die auf den Eckpunkten aufliegende und durch eine Einzelkraft in der Mitte belastete quadratische Platte	184
§ 24. Die nur auf zwei gegenüberliegenden Rändern aufliegende Platte	189
Die Randbedingungen und die Darstellung der Randspannungen S. 189. — Die Berechnung der gleichmäßig belasteten Platte S. 194.	
IX. Die Platten mit nachgiebiger Randstützung	197
§ 25. Der Einfluß einer Durchbiegung der Randunterlagen bei ringsum frei aufliegenden Platten	197
X. Die Berechnung durchlaufender Platten	201
§ 26. Die Stetigkeitsbedingungen	202
§ 27. Die Gleichungen zwischen den Randmomenten	204
§ 28. Die Entwicklung der Elastizitätsgleichungen	209
Die durchlaufende Platte mit einer einzigen Felderreihe S. 209. — Die durchlaufende Platte mit mehreren Felderreißen S. 211.	
§ 29. Die Berechnung einer Platte mit drei quadratischen Feldern	218
Der Einfluß einer gleichmäßigen Belastung aller Felder S. 218. — Der Einfluß einer wechselweisen Belastung einzelner Felder S. 224.	

	Seite
§ 30. Die Berechnung einer Platte mit neun quadratischen Feldern	227
Der Einfluß einer gleichmäßigen Belastung aller Felder	
S. 229. — Der Einfluß einer wechselweisen Belastung einzelner	
Felder S. 238.	
XI. Die Berechnung trägerloser Decken	241
§ 31. Die Decke mit neun quadratischen Feldern	242
Der Einfluß einer gleichmäßigen Belastung aller Felder	
S. 243. — Der Einfluß einer wechselweisen Belastung einzelner	
Felder S. 252.	
§ 32. Die in einer Richtung unendlich ausgedehnte Decke	257
Untersuchung einer dreireihigen Platte mit der Stützen-	
teilung $l_x : l_y = 1 : 1$ S. 260. — Untersuchung einer dreireihigen	
Platte mit der Stützentheilung $l_x : l_y = 3 : 2$ S. 274.	
§ 33. Die in beiden Richtungen unendlich ausgedehnte Decke	285
Der Einfluß einer gleichmäßigen Belastung aller Felder	
S. 285. — Der Einfluß einer wechselweisen Belastung einzelner	
Felder S. 305. — Der Biegungswiderstand der Stützen S. 311.	
§ 34. Die Näherungsmethoden zur Berechnung der trägerlosen Decken	323
Die Grundgleichungen des stellvertretenden Rahmens	
S. 325. — Der siebenfeldrige Rahmen S. 330. — Die Näherungs-	
formeln für die überschlägige Querschnittsbemessung der	
trägerlosen Decken S. 343.	
XII. Die mathematischen Aufgaben der Gewebetheorie	349
§ 35. Die Umwandlung der partiellen Differenzgleichungen	350
§ 36. Die rechnerische Auflösung der totalen Differenzgleichungen	356
§ 37. Die zeichnerische Auflösung der Differenzgleichungen	363

Tafelverzeichnis.

1. Die Biegemomente der frei aufliegenden, gleichmäßig belasteten quadratischen Platte	56
2. Die Scherkräfte und Drillungsmomente der frei aufliegenden, gleichmäßig belasteten quadratischen Platte	58
3. Die frei aufliegende, gleichmäßig belastete Platte mit dem Längenverhältnis $b : a = 2 : 3$	76
4. Die frei aufliegende, gleichmäßig belastete Platte mit dem Längenverhältnis $b : a = 2 : 1$	77
5. Die frei aufliegende, gleichmäßig belastete Platte mit dem Längenverhältnis $b : a = 3 : 1$	78
6. Die frei aufliegende, gleichmäßig belastete Platte mit dem Längenverhältnis $b : a = 4 : 1$	79
7. Die größten Durchbiegungen und Spannungsmomente gleichmäßig belasteter Platten bei verschiedenen Längenverhältnissen	82
8. Zusammenstellung der genauen und angenäherten Werte der Biegemomente ringsum frei aufliegender Platten	90
9. Drillungsmomente, Eckkräfte und Randbelastung ringsum frei aufliegender Platten	93
10. Vergleich der Spannungsmomente quadratischer Platten bei gleichbleibender und bei veränderter Steifigkeit	99
11. Die ringsum eingeklemmte, gleichmäßig belastete quadratische Platte	154
12. Die ringsum eingeklemmte, durch eine Einzelkraft in der Mitte belastete quadratische Platte	162
13. Die auf den vier Eckpunkten aufliegende, gleichmäßig belastete quadratische Platte	182
14. Die auf den vier Eckpunkten aufliegende, durch eine Einzelkraft in der Mitte belastete quadratische Platte	189
15. Die gleichmäßig belastete, auf zwei gegenüberliegenden Rändern frei aufliegende Platte mit dem Längenverhältnis $b : a = 2 : 1$	196
16. Die gleichmäßig belastete, durchlaufende Platte mit drei quadratischen Feldern	223
17. Zahlenwerte für die Untersuchung durchlaufender Platten	235
18. Die durchlaufende Platte mit neun quadratischen Feldern	236
19. Die Grundwerte der trägerlosen Decke mit neun quadratischen Feldern	244
20. Die Durchbiegungen und Spannungsmomente der gleichmäßig belasteten, trägerlosen Decke mit neun quadratischen Feldern	249
21. Die Durchbiegungen und Spannungsmomente der trägerlosen Decke mit neun quadratischen Feldern bei wechselweiser Belastung	256
22. Die Grundwerte der dreireihigen trägerlosen Decke mit der Stützenteilung $1 : 1$	268
23. Die Durchbiegungen und Spannungsmomente der dreireihigen trägerlosen Decke mit der Stützenteilung $1 : 1$	270
24. Die Durchbiegungen und Spannungsmomente der dreireihigen trägerlosen Decke mit der Stützenteilung $3 : 2$	283
25. Die Durchbiegungen und Hauptspannungsmomente des Mittelfeldes einer gleichmäßig belasteten trägerlosen Decke mit unendlich vielen quadratischen Feldern	292
26. Die Hauptspannungsmomente des Mittelfeldes einer gleichmäßig belasteten, unendlich ausgedehnten trägerlosen Decke mit der Stützenteilung $3 : 4$	304
27. Die Näherungsformeln für die Biegemomente der trägerlosen Decke	348