

DIE GRUNDLEHREN DER
MATHEMATISCHEN
WISSENSCHAFTEN

IN EINZELDARSTELLUNGEN MIT BESONDERER
BERÜCKSICHTIGUNG DER ANWENDUNGSGEBIETE

HERAUSGEGEBEN VON

R. GRAMMEL · E. HOPF · H. HOPF · F. RELICH
F. K. SCHMIDT · B. L. VAN DER WAERDEN

BAND XXXIV
ALGEBRA II

VON
B. L. VAN DER WAERDEN

DRITTE AUFLAGE
DER MODERNEN ALGEBRA



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1955

ALGEBRA

VON

DR. B. L. VAN DER WAERDEN

PROFESSOR DER MATHEMATIK AN DER UNIVERSITÄT ZÜRICH

UNTER BENUTZUNG VON VORLESUNGEN

VON

E. ARTIN UND E. NOETHER

DRITTE AUFLAGE

DER MODERNEN ALGEBRA

ZWEITER TEIL



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1955

ALLE RECHTE,
INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG IN FREMDE SPRACHEN,
VORBEHALTEN

OHNE AUSDRÜCKLICHE GENEHMIGUNG DES VERLAGES
IST ES AUCH NICHT GESTATTET, DIESES BUCH ODER TEILE DARAUS
AUF PHOTOMECHANISCHEM WEGE (PHOTOKOPIE, MIKROKOPIE) ZU VERVIELFÄLTIGEN

© SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERG 1936, 1950 AND 1955
URSPRÜNGLICH ERSCHIENEN BEI SPRINGER-VERLAG OHG. BERLIN, GOTTINGEN, HEIDELBERG 1955
SOFTCOVER REPRINT OF THE HARDCOVER 3RD EDITION 1955

ISBN 978-3-662-22184-6
DOI 10.1007/978-3-662-22183-9

ISBN 978-3-662-22183-9 (eBook)

Vorwort zur dritten Auflage.

Der 2. Band meiner Algebra ist schon lange vergriffen. Zu einer eingehenden Neubearbeitung besonders der Algebrentheorie, die an sich erwünscht wäre, fehlt mir im Augenblick die Zeit. So habe ich mich zu einer fast ungeänderten Neuauflage entschlossen. Die Paragraphennummern sind dem 1. Bande angepaßt und Druckfehler sind berichtigt. Eine kleine sachliche Berichtigung verdanke ich Herrn DEURING, eine andere einem anonymen Benutzer der Züricher Seminarbibliothek, der seine Kritik am Rande vermerkt hat.

Zürich, im Juni 1955.

B. L. VAN DER WAERDEN.

Inhaltsverzeichnis.

Elftes Kapitel.

Eliminationstheorie.

	Seite
§ 83. Das Resultantensystem für mehrere Polynome in einer Veränderlichen	1
§ 84. Allgemeine Eliminationstheorie	3
§ 85. Der HILBERTSche Nullstellensatz	6
§ 86. Kriterium für die Lösbarkeit eines homogenen Gleichungssystems	7
§ 87. Über Trägheitsformen	9
§ 88. Die Resultante von n Formen in n Variablen	13
§ 89. Die u -Resultante und der Satz von BEZOUT	16

Zwölftes Kapitel.

Allgemeine Idealtheorie der kommutativen Ringe.

§ 90. Basissatz und Teilerkettensatz	18
§ 91. Produkte und Quotienten von Idealen	22
§ 92. Primideale und Primär Ideale	26
§ 93. Der allgemeine Zerlegungssatz	30
§ 94. Die Eindeutigkeitsätze	34
§ 95. Theorie der teilerfremden Ideale	38
§ 96. Einartige Ideale	43

Dreizehntes Kapitel.

Theorie der Polynomideale.

§ 97. Algebraische Mannigfaltigkeiten	46
§ 98. Algebraische Funktionen	50
§ 99. Die Nullstellen eines Primideales	52
§ 100. Die Dimensionszahl	56
§ 101. Die Primär Ideale	59
§ 102. Der NOETHERSche Satz	61
§ 103. Zurückführung der mehrdimensionalen Ideale auf nulldimensionale	66
§ 104. Ungemischte Ideale	70

Vierzehntes Kapitel.

Ganze algebraische Größen.

§ 105. Endliche \mathfrak{R} -Moduln	74
§ 106. Ganze Größen in bezug auf einen Ring	76
§ 107. Die ganzen Größen eines Körpers	79
§ 108. Axiomatische Begründung der klassischen Idealtheorie	84
§ 109. Umkehrung und Ergänzung der Ergebnisse	88
§ 110. Gebrochene Ideale	91
§ 111. Idealtheorie beliebiger ganz-abgeschlossener Integritätsbereiche	93
Zusammenfassung der Idealtheorie	98

Fünfzehntes Kapitel.

Lineare Algebra.

	Seite
§ 112. Moduln. Linearformer Vektoren. Matrices.	98
§ 113. Moduln in bezug auf einen Schiefkörper. Lineare Gleichungen . . .	105
§ 114. Moduln in euklidischen Ringen. Elementarteiler	108
§ 115. Der Hauptsatz über abelsche Gruppen	112
§ 116. Darstellungen und Darstellungsmoduln	117
§ 117. Normalformen für eine Matrix in einem kommutativen Körper. . .	121
§ 118. Elementarteiler und charakteristische Funktion	125
§ 119. Quadratische und Hermitesche Formen	128

Sechzehntes Kapitel.

Theorie der hyperkomplexen Größen.

§ 120. Systeme hyperkomplexer Größen	135
§ 121. Hyperkomplexe Systeme als Gruppen mit Operatoren. Verallgemeinerung	139
§ 122. Nilpotente Ideale	142
§ 123. Die volle Reduzibilität der Ringe ohne Radikal	145
§ 124. Zweiseitige Zerlegungen und Zentrumszerlegung	150
§ 125. Der Endomorphismenring eines vollständig reduziblen Moduls . . .	153
§ 126. Struktur der vollständig reduziblen Ringe mit Einselement	157
§ 127. Das Verhalten der halbeinfachen hyperkomplexen Systeme bei Erweiterung des Grundkörpers	161

Siebzehntes Kapitel.

Darstellungstheorie der Gruppen und hyperkomplexen Systeme.

§ 128. Problemstellung	167
§ 129. Darstellung hyperkomplexer Systeme	168
§ 130. Die Darstellungen des Zentrums	173
§ 131. Spuren und Charaktere	176
§ 132. Darstellung abelscher Gruppen	178
§ 133. Darstellungen endlicher Gruppen	182
§ 134. Gruppencharaktere	186
§ 135. Die Darstellungen der symmetrischen Gruppen	193
§ 136. Halbgruppen von linearen Transformationen und ihr Verhalten bei Erweiterung des Grundkörpers	196
§ 137. Anwendungen der Darstellungstheorie auf die Theorie der Schiefkörper	200
§ 138. Die Brauerschen Algebrenklassen. Charakterisierung der Zerfallungskörper	206
§ 139. Verschränkte Produkte; Faktorensysteme	210
Sachverzeichnis	221

Leitfaden.

Übersicht über die Kapitel der beiden Bände und ihre logische Abhängigkeit.

