

J. Ackermann
**Abtast-
regelung**



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 1972

Dr.-Ing. JÜRGEN ACKERMANN

**Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e. V.
Institut für Dynamik der Flugsysteme, Oberpfaffenhofen**

Mit 86 Abbildungen

ISBN 978-3-540-05707-9 ISBN 978-3-662-11024-9 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-11024-9

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdruckes, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten.

Bei Vervielfältigungen für gewerbliche Zwecke ist gemäß § 54 UrhG eine Vergütung an den Verlag zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1972

Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1972.

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1972

Library of Congress Catalog Card Number 73-185192

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Buche berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Vorwort

Als Ende der fünfziger Jahre die erste Generation von Werken über Abtastsysteme erschien, herrschte noch ganz die Darstellung im Frequenzbereich mit Hilfe der z -Transformation vor. Spätere Bücher zu diesem Thema gaben dann auch eine Einführung in die Beschreibung im Zustandsraum. Mit der Weiterentwicklung der darauf basierenden modernen Entwurfsverfahren für lineare Systeme trat die Unterscheidung zwischen Systemen in kontinuierlicher und diskreter Zeit mehr in den Hintergrund. In den neueren Büchern über lineare Systemtheorie wird fast ausschließlich der kontinuierliche Fall behandelt, d. h. es werden lineare Differentialgleichungen untersucht. Diese Darstellung wird dann mit dem Hinweis verbunden, daß alle Ergebnisse ohne nennenswerte Schwierigkeiten auf diskrete Systeme, beschrieben durch Differenzgleichungen, übertragen werden können. Wo steht nun dieses Buch? Ist es in der geschilderten Situation überhaupt sinnvoll, ein Buch über lineare Systeme auf Abtastsysteme zu beschränken? Diese Fragen sollen mit den folgenden drei Punkten beantwortet werden.

1. Bei vielen Problemen ist die Aussage richtig, daß sich der diskrete und der kontinuierliche Fall nicht grundsätzlich unterscheiden. Neben der üblichen Vorgehensweise, den kontinuierlichen Fall als den Standardfall anzusehen, steht also gleichberechtigt die Alternative, diese Fragestellungen im diskreten Fall zu behandeln, verbunden mit dem Hinweis, daß die Ergebnisse ohne Schwierigkeiten auf den kontinuierlichen Fall übertragen werden können. Für das letztere Vorgehen spricht, daß sich manche Punkte im diskreten Fall

begrifflich einfacher einführen lassen, weil es anschaulicher ist, sich Folgen von zeitlich nacheinander anfallenden Werten $f(0)$, $f(T)$, $f(2T)$... vorzustellen als Werte einer Funktion und ihrer Ableitungen, also $f(t)$, $\dot{f}(t)$, $\ddot{f}(t)$. Das gilt z. B. für die Einführung der grundlegenden Begriffe der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit in Abschnitt 4.7 oder für die in Kapitel 7 behandelte Frage der minimalen Realisierung oder für die Polfestlegung in Kapitel 10. In diesem Sinne ist dieses Buch in wesentlichen Teilen der Kapitel 4 bis 7, 9 und 10 auch ein Buch über lineare Mehrgrößensysteme. Es werden darin u. a. einige neuere Ergebnisse über kanonische Formen, Realisierungsalgorithmen, Ein-Ausgangs-Beschreibung von Mehrgrößensystemen, Struktur von Regelungssystemen, Polfestlegung, Reduzierung der Beobachterordnung, Invarianten usw. geschlossen dargestellt, die bisher nur verstreut in der Literatur zu finden sind.

2. Es gibt daneben einige Fragestellungen, wo sich Abtastsysteme und kontinuierliche Systeme grundsätzlich unterscheiden. Immer dann, wenn die in Kapitel 4 eingeführte Dynamik-Matrix \underline{A} eines diskreten Systems singulär ist, gibt es kein kontinuierliches Gegenstück zu einem solchen System. Das gilt z. B. für die endlichen Einschwingvorgänge in den Abschnitten 9.4.2, 10.1.3 und 10.2.3 und für die Unterscheidung zwischen Steuerbarkeit und Erreichbarkeit bzw. zwischen Beobachtbarkeit und Rekonstruierbarkeit in Abschnitt 4.7. Bei den Frequenzbereichsverfahren gibt es zur numerischen Inversion nach Abschnitt 3.11 kein Gegenstück im kontinuierlichen Fall, die diskrete Darstellung wird auch zur numerischen Behandlung kontinuierlicher Probleme benutzt. Weiterhin kann das Übertragungsverhalten von Abtastsystemen mit Totzeit wesentlich einfacher analysiert werden als bei kontinuierlichen Systemen mit Totzeit, da man es nur mit rationalen Übertragungsfunktionen zu tun hat. Schließlich gilt die Entsprechung zwischen kontinuierlichen und diskreten Systemen nur für das rein diskrete System mit einer Folge als Ausgang. Man will jedoch mit einem Abtast-Regelungssystem die Regelgröße auch zwischen den Ab-

tastzeitpunkten beeinflussen. Damit ergeben sich besondere Gesichtspunkte für die Kürzungen von Polen und Nullstellen (Abschnitt 9.3.3), für die Entkopplung (Abschnitt 10.3.2) und für die Problemformulierung bei der quadratisch optimalen Regelung (Abschnitt 10.4).

3. Durch den Einsatz von Prozeßrechnern zur direkten digitalen Regelung können auch kompliziertere Regelalgorithmen verwirklicht werden. Diese sind daher besonders in ihrer diskreten Form von praktischem Interesse. In diesem Zusammenhang tritt auch das Problem auf, Abtastsysteme mit mehreren nicht synchron arbeitenden Abtastern zu analysieren und zu entwerfen, etwa bei Mehrgrößensystemen, in denen die Ein- und Ausgangsgrößen nacheinander durch nur jeweils einen Analog-Digital- bzw. Digital-Analog-Wandler übertragen werden. In solchen Fällen müssen den Haltegliedern zunächst Zustandsgrößen zugeordnet werden, die dann teilweise wieder eliminiert werden, um die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit des mathematischen Modells sicherzustellen. Eine Frage von großer praktischer Bedeutung ist die Wahl der Abtastfrequenz. Sie wird hier unter den Gesichtspunkten Bandbreite, Stabilität, Steuerbarkeitsbereich und Gesamtrechnzeit untersucht.

Nach einem einleitenden Kapitel mit Definitionen und Beispielen zur Abtastregelung werden in den Kapiteln 2 und 3 Abtastregelungssysteme mit Hilfe der z -Transformation analysiert. Die Kapitel 4 bis 6 behandeln die Zustandsbeschreibung und ihre Transformation in kanonische Formen. In den folgenden Kapiteln wird versucht, die Vorteile beider Darstellungsweisen miteinander zu verbinden. Kapitel 7 führt in die Bestimmung des mathematischen Modells im Zeit- und Frequenzbereich aus gemessenen Ein-Ausgangswerten ein. In Kapitel 8 wird die Stabilität von Abtastsystemen mit der Methode von Liapunov, mit algebraischen Bedingungen für Polynom-Nullstellen sowie mit grafischen Verfahren untersucht. Die letzteren Verfahren leiten bereits zum Entwurf von Abtastregelungssystemen über, der in den weiteren Kapiteln behandelt wird.

Kapitel 9 beginnt mit den praktischen Gesichtspunkten des Aufbaus von Abtastreglern und der Wahl der Abtastfrequenz und bringt dann allgemeine Überlegungen zum Entwurf von Regelungssystemen. Während bis hierher die Frequenzbereichsmethoden häufig herangezogen werden, wird in Kapitel 10 der Entwurf von Ein- und Mehrgrößensystemen im Zustandsraum behandelt. Dazu gehört die Synthese mit Zustandsvektor-Rückführung und Beobachtern und die Optimierung für ein quadratisches Kriterium.

Die Darstellung ist weitgehend elementar, es werden keine besonderen mathematischen Kenntnisse vorausgesetzt, doch sollten Grundkenntnisse der Regelungstechnik, Laplace-Transformation und Matrizenrechnung vorhanden sein. In zahlreichen Anmerkungen werden Ergänzungen des Stoffes gebracht, die zum Verständnis des folgenden nicht unbedingt erforderlich sind, z. B. Querverbindungen zu anderen in der Literatur gebräuchlichen Darstellungen, Rechenvereinfachungen, Hinweise auf ungelöste Probleme und Verallgemeinerungen.

Dieses Buch basiert auf den Arbeiten vieler Autoren, auf die mit Zahlen in eckigen Klammern hingewiesen wird. Die erste zweistellige Zahl bezeichnet das Erscheinungsjahr, die zweite Zahl bezeichnet die laufende Nummer im Literaturverzeichnis zu dem betreffenden Jahr. Wo es mir bekannt war, habe ich im Text auf die Originalarbeiten hingewiesen; ich bitte um Verständnis, daß mir das sicherlich nur unvollständig gelungen ist. Definitorische Gleichungen werden in der üblichen Weise ($:=$) gekennzeichnet, alle übrigen Zeichen werden an entsprechender Stelle im Text eingeführt.

Dieses Buch ist aus einer Vorlesungsreihe entstanden, die seit 1964 in mehrfach überarbeiteter Form in den Lehrgängen der Carl-Cranz-Gesellschaft in Oberpfaffenhofen gehalten wurde. Der Verfasser möchte an dieser Stelle den Kursteilnehmern für ihre zahlreichen Anregungen danken, die wesentlich zur Stoffzusammenstellung und Art der Darstellung beigetragen haben. An der Konzeption des Buches haben auch die Diskussionen und gemeinsamen Arbeiten mit Fachkollegen des

In- und Auslandes wichtigen Anteil, unter denen ich besonders die Herren Prof. Bucy (Los Angeles), Prof. Jury (Berkeley), Prof. Schneider (Bochum) und Prof. Zypkin (Moskau) dankend erwähnen möchte.

Weiterhin danke ich der Deutschen Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt, die die Voraussetzungen für die Entstehung einer regelungstechnischen Gruppe in Oberpfaffenhofen geschaffen hat. In dieser Gruppe ist der hier behandelte Stoff weiter ausgereift, ich möchte besonders die Anregungen und Korrekturen der Herren Grübel, Hirzinger, Dr. Kortüm, Schulz und Prof. Suschowk hervorheben.

Schließlich gilt mein Dank allen Damen und Herren der DFVLR und des Springer-Verlages, die aus meinem Manuskript, Bildskizzen und nachträglichen Änderungswünschen das vorliegende Buch gemacht haben. Ich möchte dabei besonders Frau Ressemann für die geduldige und sorgfältige Arbeit an der Schreibmaschine danken.

Oberpfaffenhofen,
Juli 1972

Jürgen Ackermann

Inhaltsverzeichnis

1.	<u>Einleitung</u>	1
2.	<u>Einführung in die mathematische Beschreibung von Abtastsystemen</u>	5
2.1	Voraussetzungen	5
2.2	Der Abtaster mit Halteglied	6
2.3	Beschreibung eines einfachen Abtastsystems durch Faltungssumme und z-Transformation	14
2.4	Zusammenschaltung einfacher Abtastsysteme	20
2.5	Zusammenhang zwischen Folge und Lage der Pole der z-Transformierten	23
3.	<u>Die Rechenregeln der z-Transformation und ihre Anwendung auf Abtastsysteme</u>	28
3.1	Schreibweisen und Voraussetzungen	28
3.2	Linearität	29
3.3	Rechtsverschiebung einer Folge	30
3.4	Linksverschiebung einer Folge	33
3.5	Dämpfungssatz	34
3.6	Differenz und Summe einer Folge	35
3.7	Differentiation einer Folge nach einem Parameter	38
3.8	Anfangswert einer Folge	39
3.9	Endwert einer Folge	40
3.10	Inverse z-Transformation	41
3.11	Numerische Inversion	47
3.12	Reelle Faltung, Abtastsysteme mit Totzeit	50
3.13	Komplexe Faltung, Parseval-Gleichung	53
3.14	Andere Darstellungen von Abtastsignalen im Zeit- und Frequenzbereich	56

4.	<u>Beschreibung von linearen Abtastsystemen</u>	
	<u>im Zustandsraum</u>	59
4.1	Einleitung	59
4.2	Beschreibung linearer kontinuierlicher Systeme im Zustandsraum	60
4.3	Übergang vom kontinuierlichen System zum Abtastsystem	65
4.4	Zusammenschaltung einfacher Abtastsysteme	72
	4.4.1 Parallelschaltung	72
	4.4.2 Diskrete Reihenschaltung	73
	4.4.3 Geschlossener Regelkreis	74
4.5	Spezielle Abtastprobleme	77
	4.5.1 Zustand zwischen den Abtastzeitpunkten ..	77
	4.5.2 Nichtsynchrone Abtastung	79
	4.5.3 Nichtmomentane Abtastung	81
4.6	Lösung der Differenzgleichung, Zusammenhang mit Gewichtsfolge und z-Übertragungsfunktion ..	83
4.7	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit	90
	4.7.1 Steuerbarkeit	90
	4.7.2 Beobachtbarkeit	93
	4.7.3 Zusammenhang mit der Ein-Ausgangs- Beschreibung	96
5.	<u>Lineare Transformationen und kanonische Formen</u>	101
5.1	Lineare Transformationen	101
5.2	Diagonal- und Jordan-Form	104
5.3	Steuerungs-Normalformen	123
	5.3.1 Steuerbarkeits-Normalform	123
	5.3.2 Regelungs-Normalform	125
5.4	Beobachtungs-Normalformen	128
	5.4.1 Beobachtbarkeits-Normalform	128
	5.4.2 Beobachter-Normalform	130
5.5	Systemparameter	131
	5.5.1 Zähler- und Nennerkoeffizienten der z-Übertragungsfunktion	132
	5.5.2 Gewichtsfolge und charakteristisches Polynom	132
	5.5.3 Eigenwerte und Residuen	133

6.	<u>Mehrgrößensysteme</u>	134
6.1	Darstellung von Mehrgrößen-Abtastsystemen, zyklische Abtastung der Eingangsgrößen	134
6.2	Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitsstruktur..	140
6.3	Kanonische Formen für Mehrgrößensysteme	149
6.3.1	Jordan-Form	149
6.3.2	Steuerungs- und Beobachtungs-Normal- formen mit Kopplungen zwischen den Teilsystemen in einer Richtung	152
6.3.3	Steuerungs- und Beobachtungs-Normal- formen mit Kopplungen zwischen den Teilsystemen in beiden Richtungen	159
6.4	Minimale Ein-Ausgangs-Beschreibung	169
7.	<u>Bestimmung des mathematischen Modells eines Abtastsystems aus gemessenen Ein-Ausgangswerten</u> ...	175
7.1	Diskreter Frequenzgang	176
7.2	Minimale Realisierung einer Sprung- oder Impulsantwort	178
7.3	Realisierung aus Ein-Ausgangs-Messungen	185
8.	<u>Stabilität von Abtastsystemen</u>	193
8.1	Definitionen und allgemeine Stabilitäts- bedingungen	193
8.2	Die Liapunov-Methode	202
8.2.1	Allgemeine hinreichende Bedingung	202
8.2.2	Notwendige und hinreichende Bedingung für die Stabilität linearer Abtastsysteme .	207
8.3	Bedingungen für Polynom-Nullstellen im Einheitskreis	210
8.3.1	Bilineare Transformation	210
8.3.2	Wilf's quadratische Form	211
8.3.3	Reduktionsverfahren	211
8.3.4	Determinantenverfahren	212
8.3.5	Notwendige Stabilitätsbedingungen	215
8.3.6	Hinreichende Stabilitätsbedingungen ...	217
8.3.7	Kritische Stabilitätsbedingungen für den Entwurf	217
8.4	Grafische Verfahren	220
8.4.1	Wurzelortskurven	220
8.4.2	Nyquist-Ortskurven	223
8.4.3	Logarithmische Frequenzkennlinien	228

<u>9. Entwurf von Abtast-Regelungssystemen</u>	230
9.1 Aufbau von Abtastreglern	230
9.1.1 Abtaster mit Halteglied und kontinuierlichen Gliedern	231
9.1.2 Realisierung der Zustandsgleichungen durch Speicherelemente	232
9.1.3 Digitalrechner als Regler	234
9.1.4 Folgerungen für den Systementwurf	236
9.2 Wahl der Abtastfrequenz	239
9.2.1 Allgemeine Gesichtspunkte	239
9.2.2 Bandbreite und Abtastfrequenz	241
9.2.3 Stabilität und Abtastfrequenz	244
9.2.4 Steuerbarkeitsbereich und Abtastfrequenz	252
9.3 Allgemeine Entwurfsüberlegungen	262
9.3.1 Aufgabe des Regelungssystems	262
9.3.2 Struktur von Regelungssystemen	268
9.3.3 Kürzungen von Polen und Nullstellen	276
9.3.4 Wahl der Eigenwerte des Regelungssystems	282
9.4 Entwurf für bekannte Eingangssignale	288
9.4.1 Positions-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfehler	288
9.4.2 "Deadbeat"-Führungsverhalten	290
9.4.3 Entwurf für bekannte Eingangssignale mit einer rationalen Laplace-Transformierten	300
<u>10. Synthese von Mehrgrößen-Regelungssystemen im Zustandsraum</u>	305
10.1 Polfestlegung durch Zustandsvektor-Rückführung	306
10.1.1 Polfestlegung über die Regelungs-Normalform	307
10.1.2 Polfestlegung ohne kanonische Form	310
10.1.3 Minimale Einschwingzeit	316
10.2 Zustandsschätzung durch Beobachter	321
10.2.1 Der Beobachter der Ordnung n	321
10.2.2 Der Beobachter reduzierter Ordnung	329
10.2.3 Beobachter mit minimaler Einschwingzeit	334
10.2.4 Berücksichtigung von Störgrößen	338
10.2.5 Wahl der Beobachterpole	343

10.3	Das Regelungssystem mit Rückführung der Zustands-Schätzwerte	344
10.3.1	Separation von Zustands-Schätzung und Zustandsvektor-Rückführung	344
10.3.2	Führungsverhalten	348
10.3.3	Invarianten	356
10.3.4	Störverhalten	361
10.3.5	Polfestlegung mit minimaler Reglerordnung	366
10.4	Quadratische optimale Regelung	368
11.	<u>Tabelle der Laplace- und z-Transformation</u>	375
12.	<u>Literaturverzeichnis</u>	378
13.	<u>Sachverzeichnis</u>	388