

Springer-Lehrbuch

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Karsten Schmidt
Götz Trenkler

Moderne Matrix-Algebra

Mit Anwendungen in der Statistik

Mit 6 Abbildungen



Springer

Prof. Dr. Karsten Schmidt
FH Schmalkalden
Fachbereich Wirtschaft
Blechhammer
D-98574 Schmalkalden

Prof. Dr. Götz Trenkler
Universität Dortmund
Fachbereich Statistik
Vogelpothsweg 87
D-44221 Dortmund

ISBN 978-3-540-64194-0

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme
Schmidt, Karsten: Moderne Matrix-Algebra: mit Anwendungen in der Statistik /
Karsten Schmidt; Götz Trenkler.

(Springer-Lehrbuch)

ISBN 978-3-540-64194-0 ISBN 978-3-662-08806-7 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-08806-7

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1998

Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1998

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: design & production GmbH, Heidelberg

SPIN 10672485

42/2202-5 4 3 2 1 0 – Gedruckt auf säurefreiem Papier

Für
Herbert H. Wilson
Gotthard Trenkler

VORWORT

Dieses Lehrbuch ist aus Veranstaltungen entstanden, die wir mehrfach an den Universitäten Hannover und Dortmund sowie an der Fachhochschule Schmalkalden gehalten haben. Sie richteten sich hauptsächlich an Studierende der Wirtschaftswissenschaften (bzw. Betriebswirtschaft) sowie an Studentinnen und Studenten des Diplomstudiengangs Statistik im Grundstudium. Dieses Buch hat daher als Zielgruppe zunächst Studierende der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften. Aber auch für Praktiker und Studierende aus den Bereichen Statistik, Ökonometrie, Mathematik und Informatik, die an Matrix-Algebra interessiert sind, ist das Buch gut geeignet.

In der Stoffauswahl haben wir uns von zwei Zielen leiten lassen:

- Der vermittelte Stoff soll aktuell und modern sein. Deshalb bedienen wir uns der in letzter Zeit immer populärer gewordenen Hilfsmittel wie g -Inverse und Moore-Penrose-Inverse von Matrizen und ihrer Anwendung zur Lösung linearer Gleichungssysteme.
- Der Leser dieses Buchs soll schnell und unmittelbar an den Umgang mit Matrizen herangeführt werden. Aus diesem Grund verzichten wir bewußt auf die Darstellung der abstrakten Theorie der linearen Algebra.

Wir haben die Erfahrung gemacht, daß zu viele Anwendungsbeispiele die Konzentration auf das Erlernen des notwendigen Handwerkszeugs bei der Mehrzahl der Studierenden eher behindert. Daher gibt es für den Mathematik-Teil des Buchs (Kapitel 1 bis 8) nur ein umfangreiches Anwendungsbeispiel (im Kapitel 0), auf das mehrfach Bezug genommen wird. Im Statistik-Teil (Kapitel 10 bis 13) werden dann viele der im Mathematik-Teil erlernten Zusammenhänge angewendet, etwa um das lineare Regressionsmodell einfach und übersichtlich darzustellen.

Andererseits gibt es sehr viele Rechenaufgaben, sowohl in Form von komplett durchgerechneten Beispielen, als auch in Form von Übungsaufgaben (Kapitel 1 bis 8 und 10), für die am Ende des Buchs (Kapitel 14) Lösungen angegeben werden.

Beweise für die Regeln, die das Gerüst des Buchs bilden, werden nur gelegentlich gegeben, z.B. wenn sie besonders einfach sind. Damit hoffen wir, die Lesbarkeit des Buchs noch zu erhöhen. Gleichwohl wird dem Leser empfohlen, den einen oder anderen Beweis selbst zu versuchen.

Für die umfangreichen Rechenoperationen, die bei größeren Matrizen anfallen, ist die Nutzung geeigneter Software geboten. Aus diesem Grund empfehlen und beschreiben wir im 9. Kapitel das Computer-Algebra-System DERIVE als leistungsfähiges Werkzeug zur Bewältigung komplexer Matrix-Operationen sowohl numerischer als auch symbolischer Art.

Beim Korrekturlesen kamen fachliche und sprachliche Einwände von Jürgen Groß, Celia Schmidt und Sven-Oliver Troschke. Darüber hinaus half Wilhelm Lorenz vor allem mit seinen schier unerschöpflichen EDV-Kenntnissen, wann immer es notwendig war. Ihnen danken wir ganz herzlich für ihre Unterstützung. Verbleibende Mängel gehen auf unsere Kappe.

Schmalkalden und Dortmund,

Februar 1998

Karsten Schmidt

Götz Trenkler

INHALTSVERZEICHNIS

0	Einführung	1
0.1	Begriffe und Schreibweisen	1
0.2	Beispiel: Teilebedarfsermittlung in einem Montagebetrieb	2
1	Matrix-Operationen	9
1.1	Transponierung	9
1.2	Addition	10
1.3	Skalar-Multiplikation	11
1.4	Multiplikation	12
1.5	Übersicht	16
1.6	Partitionierte Matrizen	17
1.7	Übungsaufgaben	21
2	Spezielle Matrizen	23
2.1	Nullmatrizen und Einheitsmatrizen	23
2.2	Quadratische Matrizen	25
2.3	Einheitsmatrizen, Einheitsvektoren und Basismatrizen	26
2.4	Diagonalmatrizen und Dreiecksmatrizen	30
2.5	Symmetrische Matrizen	32
2.6	Idempotente und zentrierende Matrizen	33
2.7	Elementarmatrizen	35
2.8	Matrix-Inverse	37
2.9	Orthogonale Matrizen	46
2.10	Übungsaufgaben	47
3	Maßzahlen von Matrizen	51
3.1	Spur	51
3.2	Rang	54
3.3	Determinante	60
3.4	Übungsaufgaben	67

4	Eigenwerte und Quadratische Formen	73
4.1	Eigenwerte und Eigenvektoren	73
4.2	Quadratische Formen	82
4.3	Übungsaufgaben	88
5	Verallgemeinerte Inversen	91
5.1	Definition und Regeln	91
5.2	Berechnung von g-Inversen	97
5.3	Übungsaufgaben	105
6	Moore-Penrose-Inverse	109
6.1	Definition und Regeln	109
6.2	Berechnung der Moore-Penrose-Inversen	115
6.3	Übungsaufgaben	124
7	Lösung linearer Gleichungssysteme	127
7.1	Lösbarkeit	127
7.2	Allgemeine Lösung	131
7.3	Übungsaufgaben	133
8	Kronecker-Produkt und vec-Operator	135
8.1	Kronecker-Produkt	135
8.2	vec-Operator	138
8.3	Übungsaufgaben	140
9	Einführung in DERIVE	143
9.1	Allgemeine Hinweise	143
9.2	Benutzeroberfläche	144
9.3	Zahlendarstellung	148
9.4	Matrix-Algebra zu Kapitel 1	150
9.5	Matrix-Algebra zu Kapitel 2	154
9.6	Matrix-Algebra zu Kapitel 3	160
9.7	Matrix-Algebra zu Kapitel 4 und Kapitel 5	165

10 Stochastische Matrizen und Vektoren	171
10.1 Erwartungswert	172
10.2 Kovarianz- und Dispersionsmatrizen	172
10.3 Erwartungswert quadratischer Formen	176
10.4 Übungsaufgaben	178
11 Lineare Regression	181
11.1 Beispiel: Wieviel Heizöl paßt in den Tank?	181
11.2 2-Variablen-Regressionsmodell	184
12 Multiples Regressionsmodell	195
12.1 K-Variablen-Regressionsmodell	195
12.2 Schätzung des Parametervektors	197
12.3 Schätzung der Störgrößenvarianz	204
12.4 Prognosen	207
12.5 Bestimmtheitsmaß	208
13 Eigenschaften der Schätzungen	211
13.1 Erwartungswert und Dispersionsmatrix	211
13.2 Effizienz	212
13.3 Mittlerer quadratischer Fehler	214
14 Lösungen der Übungsaufgaben	219
Symbolverzeichnis	243
Sachverzeichnis	245