
Erste Schritte mit Mathematica



Werner Burkhardt

Erste Schritte
mit
Mathematica



Springer-Verlag
Berlin Heidelberg GmbH

Werner Burkhardt
Talstraße 42
68259 Mannheim

ISBN 978-3-540-56650-2

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Burkhardt, Werner:

Erste Schritte mit Mathematica/Werner Burkhardt –

ISBN 978-3-540-56650-2 ISBN 978-3-662-07122-9 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-07122-9

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1993

Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1993

Umschlaggestaltung: Konzept & Design, Ilvesheim

Satz: Mit T_EX erstellte reproduktionsfertige Vorlagen vom Autor

33/3140 – 5 4 3 2 1 0 – Gedruckt auf saurefreiem Papier

Vorwort

Vor der Benutzung von Rechnern - also bis etwa 1950 - war eine mathematische Berechnung eine Mischung aus numerischen und analytischen Manipulationen. Am Beispiel der Mondbahnberechnungen von Delaunay im letzten Jahrhundert wird deutlich, daß diese Vorgehensweise sehr zeitaufwendig sein konnte: er benötigte 10 Jahre für seine Berechnungen und weitere 10 Jahre, um sie zu überprüfen!

Derartig langwierige Bearbeitungen eines Problems können wir uns in einer von Rechnern geprägten Zeit weder vorstellen noch leisten. Durch den Einsatz elektronischer Rechenanlagen konnten viele Probleme numerisch aufbereitet und dann abgearbeitet werden, wobei man die Ergebnisse mit diesen neuen Methoden natürlich viel schneller als mit den alten erhielt. Aufgrund der Erfolge dieser Methoden werden von vielen Wissenschaftlern heute noch die Begriffe numerische Berechnung und wissenschaftliche Berechnung als Synonyme gebraucht. Leider hat aber auch diese Methode einige Nachteile:

- Rundungsfehler beeinflussen die Ergebnisse.
- Probleme, die analytisch eindeutig lösbar sind, werden durch numerische Methoden nur näherungsweise gelöst. Daher ist die Struktur der numerischen Lösung oft nicht so klar zu erkennen.

Wegen dieser Nachteile versuchte man, die Methode mit Papier und Bleistift, die vor dem Einsatz von Rechnern jeder benutzte, auf Rechnern nachzubilden. Die ersten Ansätze sind bei Kahrmanian und Nolen zu finden, die bereits 1953 einen Artikel über das symbolische Differenzieren in Rechenanlagen veröffentlichten. In den sechziger Jahren wurden dann einige Computeralgebrasysteme für Großrechner entwickelt. Ende der siebziger Jah-

re kamen die ersten Computeralgebrasysteme für PCs, denen böse Zungen nachsagten, daß sie zwar Berechnungen erheblich erleichterten, man aber zum Erlernen der Programmiersprache und zur Interpretation der Ergebnisse die gleiche Zeit wie auf dem Papier benötigte. Mit der Steigerung der Leistungsfähigkeit der PCs wurde es jedoch auch möglich, benutzerfreundlichere Computeralgebrasysteme auf den PCs zu implementieren. Eines dieser Systeme ist *Mathematica*, dessen Entwicklung bis etwa in das Jahr 1980 zurückreicht.

Zu diesem Zeitpunkt begann Stephen Wolfram mit der Entwicklung der regelbasierten Programmiersprache SMP als konkrete Umsetzung seiner Arbeiten über zelluläre Automaten. Dieses Programm ist der Vorläufer von *Mathematica*. Die Ergebnisse dieser Arbeit wurden in vielen Wissenschaftsbereichen (Biologie, Physik, Chaosforschung . . .) eingesetzt. Die weiteren Forschungen Wolframs über komplexe Systeme und in der Strömungsphysik führten im Jahre 1986 zur Gründung des Unternehmens Wolfram Research Inc., dessen Ziel die Entwicklung von *Mathematica* war. Im Juni 1988 erschien die *Mathematica*-Version 1.0 für den MACintosh der Firma Apple, der weitere Versionen für andere Rechner folgten. Hier eine Auswahl: Convex, DEC VAX (Ultrix und VMS) und RISC, Hewlett-Packard/Apollo, IBM 386-PCs sowie kompatibel unter MS-DOS und MS Windows, IBM RISC, MIPS, NeXT, Silicon Graphics, Sony und Sun sowie für Großrechner. Diese Auswahl ist sicherlich nicht vollständig, da sich die Anzahl der Rechnerplattformen, für die *Mathematica* erhältlich ist, andauernd vergrößert. Die derzeit aktuelle Versionsnummer ist 2.1, wobei die nächste Version bereits angekündigt ist.

Das vorliegende Buch enthält eine Einführung in *Mathematica*, die die Grundkenntnisse zum Umgang mit *Mathematica* vermittelt. Dieses Wissen wird anhand häufig auftretender Fragestellungen aus der Schulmathematik sowie der Hochschulmathematik an Beispielen vermittelt, wobei am Ende eines jeden Kapitels der Stoff mit Kontrollaufgaben gefestigt werden soll. Bei der Auswahl der Beispiele wird auf die folgenden Punkte Wert gelegt:

- Anwendungsbezug
- Aufzeigen der Fähigkeiten und ggf. Grenzen von *Mathematica*

Aufgrund dieser Auswahl eignet sich das Buch besonders für folgende Zielgruppen und Einsatzgebiete:

- für Anwender von Computeralgebrasystemen zum Selbststudium

-
- für Kurse in *Mathematica* an Schulen und Hochschulen
 - für den mathematisch naturwissenschaftlichen Unterricht in Sekundarstufe II

Werden im Text spezielle Tips für die Anwendung von *Mathematica* erwähnt, dann steht in der Randspalte symbolisch ein „Pfötchen“.

An dieser Stelle möchte ich mich bei Herrn J. Lammarsch für die Anregungen und die Ermutigung zu diesem Buch bedanken. Weiterer Dank richtet sich an Frau Luzia Dietsche von DANTE e.V., die ich häufig mit Fragen zu \LaTeX löcherte und die mir immer weiterhalf. Zuletzt möchte ich mich bei meiner Familie bedanken, die mit sehr viel Verständnis meine Arbeit an diesem Buch ertragen hat.

Werner Burkhardt, Frühjahr 1993

Inhaltsverzeichnis

Einführung in die Benutzung	7
1.1 Start von <i>Mathematica</i>	7
1.2 Rechnen mit Zahlen	9
1.3 Rechnen mit reellen Zahlen und Funktionen	12
1.4 Rechnen mit komplexen Zahlen und Funktionen	16
1.5 Aufgaben	18
Termumformungen	19
2.1 Rechnen mit Symbolen	19
2.2 Rechnen mit ganzrationalen Termen	22
2.3 Rechnen mit Brüchen	25
2.4 Aufgaben	29
Listen, Tabellen und Funktionen	31
3.1 Listen	31
3.2 Tabellen	34
3.3 Funktionen	35
3.4 Aufgaben	37
Lösen von Gleichungen	39
4.1 Lösen ganzrationaler Gleichungen	39
4.2 Wurzel- und Betragsgleichungen	43
4.3 Trigonometrische Gleichungen	46
4.4 Aufgaben	49
Lineare Algebra und Gleichungssysteme	51
5.1 Beschreibung von Matrizen und Vektoren	51
5.2 Matrixumformungen	53
5.3 Rechnen mit Vektoren	56

5.4	Lösen von Gleichungssystemen	58
5.5	Aufgaben	61
Grafiken		63
6.1	2D-Grafiken	63
6.2	3D-Grafiken	71
6.3	Aufgaben	78
Analysis		79
7.1	Ableitungen	79
7.2	Integrale	82
7.3	Grenzwerte, Reihen und Produkte	84
7.4	Differentialgleichungen	87
7.5	Aufgaben	91
Einfache Programme		93
8.1	Regelbasiertes Programmieren	93
8.2	Befehle verändern	95
8.3	Prozedurale Programme	96
Installation auf PCs		101
A.1	Installation unter MS-DOS	102
A.2	Installation unter MS-Windows	104
Befehlsübersicht		107
Lösungen		117
C.1	Lösungen Kapitel 1	117
C.2	Lösungen Kapitel 2	118
C.3	Lösungen Kapitel 3	118
C.4	Lösungen Kapitel 4	118
C.5	Lösungen Kapitel 5	119
C.6	Lösungen Kapitel 6	119
C.7	Lösungen Kapitel 7	119
Index		121
Literaturverzeichnis		125