

Höhere Technische Mechanik

Nach Vorlesungen

Dr.-Ing. István Szabó

o. Professor der Mechanik
an der Technischen Universität Berlin

Vierte verbesserte und erweiterte Auflage

Mit 441 Abbildungen



Springer-Verlag
Berlin/Göttingen/Heidelberg
1964

ISBN 978-3-662-00099-1

ISBN 978-3-662-00098-4 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-00098-4

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten

Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es auch nicht gestattet,
dieses Buch oder Teile daraus auf photomechanischem Wege
(Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

© by Springer-Verlag OHG., Berlin/Göttingen/Heidelberg 1956, 1958,
1960 and 1964.

Softcover reprint of the hardcover 4th edition 1964

Library of Congress Catalog Card Number 64-19361

Dem Andenken meines Vaters
Szabó József
(1869–1943)

Aus den Vorworten zu den früheren Auflagen.

Der Inhalt dieses Buches umfaßt im wesentlichen die zweite Hälfte meiner viersemestrigen Vorlesungen über Technische Mechanik und einen Teil des dazugehörigen Übungsstoffes. Es beginnt mit einem einheitlichen Aufbau der gesamten, also deformierbare und starre Körper umfassenden, Mechanik. Bekanntlich fußt ein solcher Aufbau auf der Statik; dementsprechend wird zunächst das Prinzip der virtuellen Arbeiten als allgemeines Grundgesetz formuliert, und im Anschluß daran werden mit Hilfe des D'Alembertschen Prinzips Statik und Dynamik einheitlich erfaßt. Die Leistungsfähigkeit dieser Prinzipien zeigt sich in der Gewinnung des Ritzschen Verfahrens aus dem Prinzip der virtuellen Verrückungen sowie in der Herleitung der Lagrangeschen Bewegungsgleichungen und des Hamiltonschen Prinzips aus dem D'Alembertschen Prinzip. Insbesondere scheint mir die Darstellung des Hamiltonschen Prinzips einem Buche für Fortgeschrittene angemessen.

Auch hier, wie in der „*Einführung*“¹, versuchte ich, manches von dem notwendigen mathematischen Rüstzeug selbst zu entwickeln; so entstand ein kurzer Einblick in die Variationsrechnung und hieraus ein nochmaliges Durchleuchten des Ritzschen Verfahrens sowie die Herleitung des Rayleighschen Quotienten, womit dem Leser ein wirksames Verfahren zur Eigenwertberechnung dargelegt wird. Grundsätzlich war ich überhaupt bestrebt, überall dort, wo die Probleme keine exakten Lösungen zulassen, den Weg zu zeigen oder anzudeuten, auf dem man zu einer Näherungslösung gelangt; die Kenntnis solcher Methoden weiß jeder in der Praxis tätige Ingenieur zu schätzen.

Art und Umfang der Darstellung entsprechen dem Charakter eines Lehrbuches, haben also den Zweck, die Grundlagen zum eigenen Forschen zu geben, jedoch glaube ich, daß manches des Dargebotenen dem Suchenden und Forschenden den Weg zur Spezialliteratur erspart. Wer das Buch zum Lernen und nicht nur zum Nachschlagen benutzen will (ich hoffe, daß es sich auch dazu eignet), wird genau wie in der „*Einführung*“ viel mitrechnen müssen, da die Ableitungen im allgemeinen recht knapp sind. Zur Vertiefung dienen 96 Übungsaufgaben.

Durch die in acht Jahren notwendig gewordenen drei Auflagen boten sich Gelegenheiten, einerseits die bemerkten Druckfehler und Versehen zu korrigieren, andererseits durch kleinere Änderungen und umfangreichere Einfügungen das Buch (gegenüber der ersten Auflage) zu verbessern. Anläßlich der drei ersten Auflagen habe ich meinem Kollegen,

¹ SZABÓ, I.: *Einführung in die Technische Mechanik*, 6. Aufl. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer 1963.

Herrn Professor Dr. phil. nat. W. HAACK sowie Herrn Priv.-Doz. Dr.-Ing. K.-A. RECKLING*, Herrn Priv.-Doz. Dr.-Ing. R. TROSTEL*, den Herren Dr.-Ing. G. RUMPEL, Dipl.-Math. K. ANDRÉ, Dipl.-Ing. H. SANDER, Dipl.-Ing. H. D. SONDRERSHAUSEN und Dipl.-Ing. W. ZANDER für ihre Ratschläge, Hilfe und Unterstützung sowie dem Springer-Verlag für erfreuliche Zusammenarbeit und gute Ausstattung des Buches zu danken.

Berlin, 1956, 1958 und 1960.

István Szabó.

Vorwort zur vierten Auflage.

Diese Auflage unterscheidet sich — neben der üblichen Druckfehlerbeseitigung — von der vorangehenden in mancher Hinsicht: In der Elastizitätstheorie wurden die Unterscheidung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen gegenüber dem neu aufgenommenen Prinzip der virtuellen Kräfte schärfer herausgearbeitet und die Theorie des Biegedrillknickens aufgenommen, in der Hydromechanik und Gasdynamik wurden an mehreren Stellen (Potential- und wirbelbehaftete Strömungen, Lagrange'sches Theorem, Helmholtz'sche Wirbelsätze, Ähnlichkeitsbetrachtungen usw.) Erweiterungen und Verbesserungen vorgenommen. Auch die Einführung in die Variationsrechnung wurde etwas erweitert, ebenso wie die Anzahl der Übungsaufgaben (insbesondere in der Variationsrechnung, Hydromechanik und Plastizitätstheorie). Die vermischten Aufgaben des Anhangs der vorigen Auflage wurden zwischen die Übungsaufgaben zu den einzelnen Paragraphen eingeordnet.

Anlässlich dieser Auflage habe ich für ihre Unterstützung Herrn Dr.-Ing. H. SANDER, den Herren Diplomingenieuren F. BAUMGART, W. RAACK, K. STAMM und Herrn cand. ing. W. JONAS zu danken. Auch dem Springer-Verlag gebührt mein Dank für die erfreuliche Zusammenarbeit und die gute Ausstattung des Buches.

Berlin, im Frühjahr 1964.

István Szabó.

* Jetzt ordentliche Professoren der Technischen Universität Berlin.

Inhaltsverzeichnis.

I. Die Prinzipien der Mechanik.

	Seite
§ 1. Das Prinzip der virtuellen Arbeiten als allgemeines Grundgesetz der Statik	2
1. Einleitende Bemerkungen und der Begriff der virtuellen Verrückung	2
2. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen für ein Körpersystem	3
3. Beispiele und Anwendungen	6
a) Die doppelschiefe Ebene	6
b) Klappbrücke	7
c) Zugbrücke	7
d) Das Torricellische Prinzip	8
4. Die Arten des Gleichgewichtes (stabiles und labiles Gleichgewicht)	9
§ 2. Anwendungen des Prinzips der virtuellen Arbeiten auf die Elastizitätstheorie (Energimethoden der Elastizitätslehre)	12
1. Das elastische Fachwerk	12
2. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen für linear elastische Systeme	14
3. Elastische Systeme aus Hookeschem Material	17
4. Das Prinzip der virtuellen Kräfte	19
5. Die Formänderungsarbeit für spezielle Belastungen eines geraden Stabes	21
a) Reiner Zug bzw. Druck	21
b) Reine Biegebeanspruchung	22
c) Durch Querkräfte hervorgerufener Schubspannungszustand	23
d) Durch Torsion hervorgerufener Schubspannungszustand	24
6. Die Sätze von CASTIGLIANO	26
a) Ihre Herleitung	26
b) Beispiele	27
α) Kragbalken mit Momentenbelastung	27
β) Gelenkig gelagerter Balken mit Einzellast	28
c) Eine Bemerkung	28
d) Anwendung des ersten Castiglianoschen Satzes zur Bestimmung von Reaktions- und Schnittlasten bei statisch unbestimmten Systemen	29
7. Das Ritzsche Verfahren	30
Übungen zu § 1 und § 2	37
§ 3. Das Prinzip von D'ALEMBERT	53
1. Einleitende Bemerkungen. Das Problem des Schwingungsmittelpunktes und seine Lösung durch HUYGENS	53
2. JAKOB BERNOULLIS Problem	54
3. Das Prinzip von D'ALEMBERT	55
4. Beispiele	58
a) Drehung eines starren Körpers um eine feste Achse	58
b) Förderkorb	58
c) Abrollen auf der schiefen Ebene	58
d) Bewegung auf der Doppelschiefebene	59

	Seite
§ 4. Das Hamiltonsche Prinzip	59
1. Einleitende Bemerkungen	59
2. Die Lagrangesche Zentralgleichung	59
3. Das Hamiltonsche Prinzip	60
4. Die Prinzipien von MAUPERTUIS, GAUSS und HERTZ	61
§ 5. Schwingungen von Saiten (Seilen), Membranen und Stäben	62
1. Die Bewegungsgleichung einer Saite	62
2. Allgemeine Bewegungsgleichungen eines dehnbaren Fadens	69
3. Die Bewegung einer Membran	71
a) Die rechteckige Membran	73
b) Die kreisförmige Membran	74
4. Stabschwingungen	76
a) Longitudinalschwingungen	76
b) Torsionsschwingungen	78
c) Transversalschwingungen von Stäben	78
d) Erzwungene Transversalschwingungen von Stäben	82
5. Näherungsweise Ermittlung der ersten Eigenkreisfrequenz von Saiten, Membranen und Stäben nach RAYLEIGH	83
a) Schwingende Saite	84
b) Durch Einzelmasse belastete Saite	84
c) Transversal schwingender Stab mit Einzelmasse	85
d) Kreisförmige Membran	86
§ 6. Lagrangesche Bewegungsgleichungen	86
1. Vorbereitende Bemerkungen	86
2. Die Bewegungsgleichungen	87
3. Ein Beispiel: Das Doppelpendel	89
§ 7. Die räumliche (Dreh-)Bewegung eines starren Körpers	90
1. Bewegung eines starren Körpers um einen raumfesten Punkt. Die Eulerschen Gleichungen	91
2. Die kinetische Energie. Das Trägheitsellipsoid	93
3. Die kräftefreie Bewegung. Der Kreisel	94
a) Der Körper dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um eine Hauptträgheitsachse	95
b) Der Kreisel	96
4. Das Moment der Kreiselwirkung. Deviationswiderstand	97
5. Der schwere Kreisel. Die Eulerschen Winkel	99
§ 8. Variationsrechnung mit Anwendungen auf die Mechanik	101
1. Einleitende und historische Bemerkungen	101
2. Die Eulersche Differentialgleichung	103
3. Beispiele	106
a) Die Brachistochrone	106
b) Rotationskörper kleinster Oberfläche	107
c) Die Form eines homogenen schweren Seiles	107
d) Das Prinzip von FERMAT	108
e) Variationsproblem und Laplacesche Potentialgleichung	108
4. Variationsproblem und Differentialgleichung	108
5. Eigenwertbestimmung nach dem Ritzschen Verfahren. Der Rayleigh- sche Quotient	110
a) Die Differentialgleichung zweiter Ordnung	110
b) Die Differentialgleichung vierter Ordnung	115
Übungen zu § 3 bis § 8	117

II. Ausgewählte Probleme der höheren Elastizitätstheorie.

§ 9. Der allgemeine Spannungs- und Deformationszustand der linearen Elastizitätstheorie	142
1. Spannungen und Gleichgewichtsbedingungen	142
2. Die Deformationsgleichungen	145
3. Die Differentialgleichungen für die Verschiebungen und Spannungen	146
§ 10. Der ebene Spannungszustand	148
1. Einleitende Bemerkungen	148
2. Der Mohrsche Spannungskreis	149
3. Die Verträglichkeitsbedingung und die Differentialgleichungen für die Spannungen	152
4. Die Airysche Spannungsfunktion	153
5. Beispiele von Airyschen Spannungsfunktionen	154
6. Ebener Spannungszustand in Polarkoordinaten	157
a) Bohrung in einer Vollscheibe mit Radialdruck	158
b) Reine Biegung eines kreisbogenförmigen Balkens	158
§ 11. Der achsensymmetrische Spannungszustand	159
1. Gleichgewichtsbedingungen und Deformationsgleichungen	159
2. Spezialfälle an Kreiszyklindern und Kreisrohren	160
a) Mittlerer Bereich eines sehr langen Rohres bzw. Zylinders	160
α) Der ebene Deformationszustand	162
β) Der Fall freier Zylinderenden	162
γ) Der Fall belasteter Zylinderenden	163
b) Der ebene Spannungszustand	163
c) Beispiele	164
α) Kreiszyklindrisches Rohr mit innerer und äußerer Belastung	164
β) Rotierender Vollkreiszyklinder	165
3. Die Differentialgleichungen für die Verschiebungen im allgemeinen rotationssymmetrischen Fall ohne Massenkräfte	165
4. Der durch eine Einzelkraft belastete elastische Halbraum	167
5. Die Theorie der Härte von HENRICH HERTZ	169
6. Die Theorie des Stoßes elastischer Körper nach HERTZ	174
§ 12. Theorie der dünnen Platten mit kleiner Durchbiegung. (Kirchhoffsche Plattentheorie)	177
1. Erklärungen	177
2. Spannungen, Schnittlasten, Gleichgewichtsbedingungen	177
3. Die Deformationen. Die Plattengleichung	179
4. Die Randbedingungen und Auflagerlasten	181
a) Eingespannter Rand	181
b) Frei gestützter Rand	182
c) Kräftefreier Rand	183
5. Einfache Anwendungen der Plattengleichung	184
a) Der Plattenstreifen	184
b) Am Rande eingespannte elliptische Platte unter konstanter Last	184
6. Die freigelagerte rechteckige Platte	185
a) Platte mit gleichmäßiger Vollast	186
b) Belastung durch eine Einzelkraft	186
7. Die Kreisplatte	187
8. Spezielle Belastungs- und Lagerungsfälle von Kreisplatten	190
a) Die eingespannte Platte unter gleichmäßiger Last	190
b) Freigestützte Platte unter gleichmäßiger Last	190
c) Platte mit Einzellast im Mittelpunkt	191

	Seite
9. Plattenschwingungen	191
a) Die freigestützte Rechteckplatte	191
b) Die eingespannte Kreisplatte	192
c) Bestimmung der ersten Eigenkreisfrequenz nach der Energiemethode	193
§ 13. Einblick in die Schalentheorie	195
1. Erklärungen	195
2. Membrantheorie rotationssymmetrischer Schalen mit ebensolchen Lasten	196
3. Beispiele für Membranspannungszustände	198
a) Die Kugelschale	198
α) Belastung durch Eigengewicht	198
β) Konstanter Innendruck	198
γ) Hydrostatischer Druck	199
b) Kegelschale	199
4. Biegebeanspruchung rotationssymmetrischer Schalen	199
Übungen zu § 9 bis § 13	202
§ 14. Torsion von Stäben	270
1. Einleitende Bemerkungen	270
2. Die Theorie von DE SAINT-VÉNANT	271
3. Beispiele	276
a) Der elliptische Stab	276
b) Der schmale rechteckige Stab	278
c) Der rechteckige Stab	280
4. Das Membrangleichnis (Seifenhautmethode) und das hydrodynamische Gleichnis	287
5. Torsion bei behinderter Querschnittsverwölbung	290
a) Wölbkrafttorsion eines I-Trägers	291
b) Der rechteckige Stab	294
Übungen zu § 14	300
§ 15. Instabilitätsprobleme	310
1. Einleitende Bemerkungen	310
2. Die Durchbiegung (Elastika) des geknickten Stabes	311
a) Lösung durch Iteration	311
b) Lösung mit Hilfe der Störungsrechnung	313
3. Knickung im elastischen Bereich (Eulersche Theorie) und im nicht-elastischen Bereich	315
4. Das Kippen eines auf Biegung beanspruchten Trägers mit schmalem Rechteckquerschnitt	317
5. Knickung kreisförmiger Ringe und Rohre unter Außendruck	320
a) Die Differentialgleichung der Biegelinie	320
b) Knickung unter gleichmäßigem Außendruck	321
α) Knicken eines Ringes von kreisförmigem Querschnitt	323
β) Beulen einer Kreiszylinderschale unter Außendruck	323
6. Beulung von Platten	323
7. Die Theorie der Beulung von Schalen	328
8. Biegedrillknickung von axial gedrückten Stäben	330
Übungen zu § 15	337
III. Einblick in die Plastizitätstheorie.	
§ 16. Allgemeine Betrachtungen	361
1. Einführende Bemerkungen über Ziele und Entwicklung der Plastizitätstheorie	361
2. Physikalische Voraussetzungen	364
3. Der Spannungs- und Deformationszustand	365
a) Der Spannungszustand	365
b) Der Deformationszustand	367

	Seite
4. Fließbedingungen und Verfestigungsgesetze. Bruchhypothesen . . .	369
5. Die Spannungs-Deformations-Beziehungen	372
a) Elastisches Material	372
b) Die Gesetze von NEWTON, KELVIN und MAXWELL	372
c) Das Gesetz von HENCKY	373
d) Das differentielle Spannungs-Deformations-Gesetz nach DE ST.- VÉNANT, LÉVY-V. MISES und PRANDTL-REUSS	374
e) Finites oder differentielles Gesetz ?	375
6. Die Deformationsenergie	376
7. Die Lösungen von Problemen der Plastizitätstheorie	377
§ 17. Anwendungen	378
1. Theorie der plastischen Balkenbiegung	378
2. Beispiele und Ergänzungen zur Balkentheorie	381
a) Durchführung der Lösung für idealplastisches Material und recht- eckigen Querschnitt	381
b) Beispiele	382
α) Gleichmäßig belasteter frei aufliegender Balken	382
β) Durch Einzellast belasteter Kragträger	383
c) Die Berechnung der Durchbiegung	384
d) Die Schubspannungen	385
3. Plastische Torsion	385
4. Das achsensymmetrische Problem	392
5. Knickung von Stäben nach Überschreiten der Proportionalitätsgrenze	399
a) Die Knicktheorie nach ENGESSER-V. KÁRMÁN	400
b) Die Knicktheorie nach SHANLEY	402
6. Das Problem des ebenen plastischen Fließens und die Theorie der Gleitlinien	403
7. Der Walzvorgang als Beispiel für ein technologisches Formgebungs- verfahren	408
Übungen zu § 16 und § 17	410

IV. Theorie der Flüssigkeiten und Gase.

§ 18. Ideale Flüssigkeiten	427
1. Die Eulerschen Grundgleichungen	428
2. Die Kontinuitäts- und Zustandsgleichung	429
3. Erhaltung der Masse, Impuls- und Energiesatz	431
§ 19. Dynamik inkompressibler idealer Flüssigkeiten	432
1. Die allgemeinen Gleichungen und grundsätzliche Bemerkungen	432
2. Die Helmholtzschen Wirbelsätze	435
3. Potentialströmungen	436
4. Ebene stationäre Potentialströmung	439
5. Beispiele ebener Potentialströmungen	442
a) Parallelströmung	442
b) Quelllinienströmung	442
c) Wirbellinienströmung	443
d) Quell- und Senkenströmung, Doppelquelle (Dipol)	443
6. Strömung um einen Kreis	445
a) Ausweichströmung	445
b) Parallelströmung mit Zirkulation	446
7. Methode der konformen Abbildung	447
8. Beispiele zur Methode der konformen Abbildung	449
a) Abbildung des Kreises in ein Kreiszweieck	449
b) Die Strömung um eine Platte	450
9. Die Bedingung von KUTTA, JOUKOWSKI-Profile	451
10. Ebene Oberflächenwellen	452

	Seite
§ 20. Bewegung zäher Flüssigkeiten	454
1. Die Bewegungsgleichungen von NAVIER-STOKES	454
2. Die Stokessche Widerstandsformel für die Kugel	458
3. Flüssigkeiten geringer Zähigkeit. Die Grenzschicht von PRANDTL	460
a) Grundsätzliche Bemerkungen	460
b) Strömung um eine dünne Platte	461
c) Ablösung der laminaren Grenzschicht und Wirbelbildung	463
d) Bemerkungen zur Tragflügeltheorie	465
§ 21. Einblick in die Dynamik idealer Gase	467
1. Die Grundgleichungen der Gasdynamik	467
2. Die thermodynamischen Grundgesetze	468
3. Ausbreitung kleiner Störungen. Die Schallgeschwindigkeit	470
4. Die Machsche Zahl	472
5. Verdichtungsstoß oder Stoßwelle	473
6. Stationäre und wirbelfreie Strömung	475
7. Stationäre Stromfadentheorie	477
§ 22. Potentialtheoretische Behandlung gasdynamischer Probleme	479
1. Die Differentialgleichung des Geschwindigkeitspotentials einer wirbel- freien und stationären Strömung	479
2. Ebene und parallele Anströmung eines schlanken Profils	481
3. Strömung um schlanke Rotationskörper	484
4. Rotationskörper kleinsten Widerstandes	487
§ 23. Gasströmungen mit Unstetigkeitsflächen (Verdichtungs- stöße)	492
1. Die allgemeinen Stoßgleichungen	492
2. Der eindimensionale stationäre Verdichtungsstoß	497
3. Der eindimensionale instationäre Verdichtungsstoß	497
4. Weitere Bemerkungen zur Theorie des Verdichtungsstoßes	498
Übungen zu § 18 bis § 23	500
Namen- und Sachverzeichnis	526