Studien zur theoretischen und empirischen Forschung in der Mathematikdidaktik

Reihe herausgegeben von
Gilbert Greefrath, Münster, Deutschland
Hans-Stefan Siller, Würzburg, Deutschland
Stanislaw Schukajlow, Münster, Deutschland

In der Reihe werden theoretische und empirische Arbeiten zu aktuellen didaktischen Ansätzen zum Lehren und Lernen von Mathematik – von der vorschulischen Bildung bis zur Hochschule – publiziert. Dabei kann eine Vernetzung innerhalb der Mathematikdidaktik sowie mit den Bezugsdisziplinen einschließlich der Bildungsforschung durch eine integrative Forschungsmethodik zum Ausdruck gebracht werden. Die Reihe leistet so einen Beitrag zur theoretischen, strukturellen und empirischen Fundierung der Mathematikdidaktik im Zusammenhang mit der Qualifizierung von wissenschaftlichem Nachwuchs.

Weitere Bände in der Reihe http://www.springer.com/series/15969

Sabine Elter

Zum Einfluss von Simulationen auf das funktionale Denken

Am Beispiel von Mathematisierungssituationen im MATHEMATIK-Labor

Mit einem Geleitwort von Prof. Dr. Hans-Georg Weigand

Springer Spektrum

Sabine Elter
Julius-Maximilians-Universität Würzburg
Würzburg, Deutschland

Dissertation, Julius-Maximilians-Universität Würzburg, Fakultät für Mathematik und Informatik, 2018, u.d.T.: Sabine Baum, Funktionales Denken in Mathematisierungssituationen. Zum Einfluss von Simulationen im MATHEMATIK-Labor.

Erstgutachter: Prof. Dr. Hans-Georg Weigand
Zweitgutachterin: Prof. Dr. Katja Lengnink
Tag der Prüfung: 17.12.2018

ISSN 2523-8604 ISSN 2523-8612 (electronic)
Studien zur theoretischen und empirischen Forschung in der Mathematikdidaktik
ISBN 978-3-658-27203-6 ISBN 978-3-658-27204-3 (eBook)
https://doi.org/10.1007/978-3-658-27204-3

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Spektrum

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature
Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

Geleitwort

Diese Arbeit verbindet ein klassisches Ziel des Mathematikunterrichts, die Entwicklung des funktionalen Denkens, mit einem sehr aktuellen und gegenwärtig vieldiskutierten Thema, dem Arbeiten in einem Mathematik-Lehr-Lern-Labor für Schülerinnen und Schüler. Lehr-Lern-Labore sind Lernumgebungen, die in festen Räumen mit dem Ziel entwickelt und eingerichtet wurden, Schülerinnen und Schülern eine experimentelle und selbsttätige Auseinandersetzung mit und eine mathematische Durchdringung von Phänomenen zu ermöglichen. Das Mathematik-Labor an der Universität Würzburg ist ein außerschulischer Lernort mit vorstrukturierten regelmäßig einsetzbaren Lernumgebungen in festen Räumen, in denen Schülerinnen und Schüler unter expliziter Zielsetzung selbstständig, handlungsorientiert und experimentell mathematische Grundlagen und Zusammenhänge an Phänomenen in einem begrenzten Zeitrahmen entdecken, erarbeiten und durchdringen können, ohne dabei dem für den Lernort Schule typischen Leistungsdruck zu unterliegen.

Schülerinnen und Schüler sollen sich mit Mathematik auseinandersetzen und Phänomene mathematisch durchdringen. Es geht also um selbsttätiges mathematisches Arbeiten. Schülerlabore heben sich deshalb von Science Center ab, wie etwa dem Mathematikum in Gießen[1], in denen primär Erlebnisse ermöglicht, eine positive Einstellung zur Mathematik vermittelt, Aufmerksamkeit erregt sowie zum Staunen und Wundern angeregt werden soll. Dabei wird durchaus auch Wissen vermittelt, es werden aber vor allem die Sinne angesprochen und Emotionen geweckt. Das Lernen, das dabei stattfindet, ist weitgehend informell, also nicht im Hinblick auf klar umrissene Inhalts- und/oder Prozessziele vorstrukturiert. Im Mathematik-Labor soll dagegen zielgerichtet gearbeitet werden. Die vorgegebenen Ziele spiegeln sich in den jeweiligen Lernumgebungen wider, die daraufhin konzipiert sind, Schülerinnen und Schülern durch Arbeitsaufträge, Medien, Materialien und Hilfestellungen das selbständige Erreichen dieser Ziele zu ermöglichen.

In Würzburg wurde im Jahr 2004 das „Drei-Phasen-Labor Mathematik: Experimentieren – Modellieren – Simulieren“ gegründet (vgl. www.mathematik-labor.org). Lehramtsstudierende entwickelten im Rahmen von Examensarbeiten Stationen für das Labor, an denen Schülerinnen und Schüler ab der 10. Klasse im Rahmen von ca. drei Stunden arbeiten sollen. Themenbereiche sind etwa „Zackiges am Fahrrad“, „Bagger, Kran & Co“, „Gleichdicks“, „Ellipsen und Parabeln“, „Spiegel“,

[1] www.mathematikum.de

„Regenbogen“ oder „Scheibenwischer“. Aus diesen Anfängen ist mittlerweile ein Mathematik- Labor geworden, das in ein mathematisches, informatisches und naturwissenschaftliches Lehr- Lern-Labor eingebunden ist[2].

Die Faszination des Naturphänomens Regenbogen war für Sabine Elter der Ausgangspunkt, um eine entsprechende Station im Würzburger Mathematiklabor selbst zu entwickeln, bei der Schülerinnen und Schüler anhand von Realmodellen und Computersimulationen mathematische Modelle kennen lernen, die dieses Phänomen erklären und es mit dem schulischen Mathematikunterricht verzahnen. Sabine Elter hat in ihrer Arbeit neben der Station Regenbogen noch die Stationen Scheibenwischer und Seifenhäute im Hinblick auf die Entwicklung funktionalen Denkens untersucht. Sie hat die Stationen nach theoretischen Grundsätzen entwickelt bzw. weiterentwickelt, hat Schülerinnen und Schüler bei ihrer Arbeit im Mathematik-Labor beobachtet und analysiert, und sie hat schließlich die Arbeitsweisen von Schülern in ein Kategorienschema eingeordnet.

Sabine Elter greift dabei die Arbeiten von H.-J. Vollrath zu diesem Thema auf und erläutert die verschiedenen Aspekte des funktionalen Denkens anhand unterschiedlicher Darstellungen im Rahmen von Computersimulationen. Sie geht dabei insbesondere auf die Arbeitsweisen der Schülerinnen und Schüler ein, die beim Durchlaufen der Stationen im Mathematik-Labor auftreten, wie etwa das Interpretieren von Darstellungen, Darstellungswechsel oder Mathematisieren mit Funktionen. Die Aspekte des funktionalen Denkens setzt Sabine Elter dann in Beziehung zu „Übersetzungsprozessen“ bei Mathematisierungen (vom realen zum mathematischen Modell und umgekehrt). Das Ergebnis ist ein zweidimensionales Beschreibungsmodell zum funktionalen Denken in Mathematisierungssituationen.

Mit dieser Arbeit zeigt Sabine Elter nicht nur wie im Mathematik-Labor das funktionale Denken entwickelt wird oder werden kann, sie gibt auch Hinweise zur Gestaltung von Arbeitsweisen von Schülerinnen und Schülern in Lehr-Lern-Laboren überhaupt, und sie gibt Teillösungen zu aktuellen Forschungsfragen im Rahmen des Arbeitens in Lehr-Lern-Laboren. Die Ergebnisse dieser Arbeit weisen im Hinblick auf den Umgang mit Veränderungen, insbesondere bzgl. des Arbeitens mit Schiebereglern in Computerprogrammen, sowie den von Sabine Elter dargestellten oder entdeckten zahlreichen Strategien des Simulierens weit über das Arbeiten im Mathematik-Labor hinaus und haben ihre Bedeutung beim Arbeiten mit digitalen Mathematikwerkzeugen insgesamt.

Würzburg, 10.04.2019
Prof. Dr. Hans-Georg Weigand
Universität Würzburg

[2] vgl. www.mind.uni-wuerzburg.de/lehr_lern_labor

Danksagung

Zuerst gilt mein herzlicher Dank Prof. Dr. Hans-Georg Weigand für die Aufnahme in sein Lehrstuhlteam an der Universität Würzburg und die Möglichkeit, mich im Rahmen des MATHEMATIK-Labors zu verwirklichen. Durch das große Vertrauen, das er mir entgegengebracht hat, war es mir möglich, eigene Ideen von phänomen- und handlungsorientierten Lernumgebungen umzusetzen, was den Grundstein für diese Arbeit gelegt hat. Sein inhaltliches und im besonderen Maße motivierendes Feedback hat während der Entstehung dieser Arbeit immer zur richtigen Zeit für einen entscheidenden Anstoß gesorgt. Insbesondere auch für das Angebot, an virtuellen Lehrmaterialien aus der „Ferne“ mitzuarbeiten, möchte ich mich sehr bedanken. Ohne diese Möglichkeit wäre diese Arbeit wahrscheinlich nicht fertig geworden.

Zudem danke ich Prof. Dr. Katja Lengnink für die Bereitschaft, meine Arbeit zu lesen und zu begutachten.

Des Weiteren möchte ich den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern, die mit mir von 2011 bis 2013 am Lehrstuhl für Mathematikdidaktik in Würzburg gearbeitet und/oder geforscht haben, für ihre freundliche Aufnahme ins Team, die konstruktiven Anregungen zu dieser Arbeit und die schöne Zeit in Würzburg danken.

Auch den Doktorandinnen und Doktoranden anderer Fachdidaktiken, die im Rahmen des MIND-Centers für Weiterbildung und Austausch im Bereich der Forschungsmethoden gesorgt haben, gilt mein Dank.

Erwähnt seien an dieser Stelle auch alle Lehrerinnen und Lehrer, Studierende sowie Schülerinnen und Schüler, die mit ihrem Feedback zur Entwicklung des MATHEMATIK-Labors beigetragen haben. Ebenso gilt mein Dank den studentischen Hilfskräften, insbesondere für die Hilfe bei der technischen und organisatorischen Umsetzung des Laborbetriebs. Ein herzliches Dankeschön auch an die Schülerinnen und Schüler, die sich für die Erhebung der Daten zur Verfügung gestellt haben.

Meinem Ehemann Alexander danke ich für seinen Optimismus und den familiären Rückhalt, meinen Kindern für all die glücklichen Momente.

Schließlich gilt mein ganz besonderer Dank meiner Mutter, deren Unterstützung in allen Bereichen so unendlich wertvoll ist.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis