
Perspektiven der Mathematikdidaktik

Reihe herausgegeben von

Gabriele Kaiser, Hamburg, Deutschland

In der Reihe werden Arbeiten zu aktuellen didaktischen Ansätzen zum Lehren und Lernen von Mathematik publiziert, die diese Felder empirisch untersuchen, qualitativ oder quantitativ orientiert. Die Publikationen sollen daher auch Antworten zu drängenden Fragen der Mathematikdidaktik und zu offenen Problemfeldern wie der Wirksamkeit der Lehrerbildung oder der Implementierung von Innovationen im Mathematikunterricht anbieten. Damit leistet die Reihe einen Beitrag zur empirischen Fundierung der Mathematikdidaktik und zu sich daraus ergebenden Forschungsperspektiven.

Reihe herausgegeben von

Prof. Dr. Gabriele Kaiser

Universität Hamburg

Weitere Bände in der Reihe <http://www.springer.com/series/12189>

Max Leppmeier

Mathematische Begabungsförderung am Gymnasium

Konzepte für Unterricht
und Schulentwicklung

Mit einem Geleitwort von Prof. Dr. Volker Ulm



Springer Spektrum

Max Leppmeier
Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik
Universität Bayreuth
Bayreuth, Deutschland

Dissertation Universität Bayreuth, 2018

ISSN 2522-0799 ISSN 2522-0802 (electronic)
Perspektiven der Mathematikdidaktik
ISBN 978-3-658-26114-6 ISBN 978-3-658-26115-3 (eBook)
<https://doi.org/10.1007/978-3-658-26115-3>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2019

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

meinen Eltern aus Dankbarkeit

meinen Kindern in Zuversicht

meinen Freunden in Treue

meiner Welt aus Respekt

Geleitwort

Im vorliegenden Buch entwickelt Herr Leppmeier ein theorie- und praxisbezogenes Konzept für Begabungsförderung in der Schule – insbesondere im Hinblick auf das Fach Mathematik.

Als eine Grundlage aus der Pädagogik wählt er die Theorie der personorientierten Begabungsförderung. Im Blickfeld steht der Mensch als Ganzes – als selbstbestimmte und eigenverantwortliche Person, die mit Freiheit und Würde ausgestattet ist. Die Entfaltung von Begabung wird als Persönlichkeitsentwicklung und Bildungsprozess gesehen. Hiermit begründet der Verfasser die Aufgabe von Schule, alle Schüler jeweils bei der Entfaltung ihrer Begabungen bzw. der Bildung ihrer Persönlichkeit zu unterstützen.

Im Zentrum des Buches steht die fachdidaktische Entwicklung von Konzepten zu personorientierter Begabungsförderung im Fach Mathematik. Dies konkretisiert und illustriert Herr Leppmeier an Themenkomplexen der Mathematik. So stellt er das Potential dar, das die Thematik der Kugelpackungen für Enrichmentangebote besitzt. Dabei knüpft er an das Buch „Kugelpackungen von Kepler bis heute“ an, das er zu dieser Thematik verfasst hat. Zur dichtesten Kreispackung in der Ebene und zum Satz von Gauß über Kugelgitterpackungen im dreidimensionalen Raum werden jeweils ein elementargeometrischer Beweis und ein Beweis mit Analytischer Geometrie dargestellt. An diesen Beispielen werden das Kategoriale der Kugelpackungen nach Klafki und das genetisch-exemplarisch-sokratische Prinzip im Sinne von Wagenschein herausgearbeitet. Zudem werden Querverbindungen zu dialogischem Lernen mit Kernideen gemäß Gallin und Ruf hergestellt. Der Autor zeigt auf, wie sich die mathematischen Inhalte der Kugelpackungen in begabungsförderndem Unterricht umsetzen lassen.

In vergleichbarer Weise setzt sich der Autor mit Hilberts drittem Problem auseinander. Er stellt das Problem – insbesondere auch unter mathematikhistorischen Gesichtspunkten – dar und zeigt, dass und wie die Dehn-Invariante als Schlüssel zur Problemlösung dienen kann (vgl. Satz von Dehn-Hadwiger). Dies wird eng mit der Bedeutung der Thematik für die Schulmathematik verwoben – insbesondere mit Bezug zur Zerlegung von Dreiecksprismen für die Herleitung der Volumenformel für Pyramiden. Das Phänomen der Prismenzerlegung in nicht kongruente Pyramiden wird unter der Perspektive der Dehn-Invariante beleuchtet und damit über reguläre Standard-Schulmathematik hinaus auf substanzielle Weise erschlossen. Der Autor zeigt, welche Bedeutung die eingangs entwickelte pädagogisch-didaktische Theorie in Verbindung mit fachlichen Inhalten der Mathematik für personorientierte Begabungsförderung in der Schule haben kann.

Schließlich wird personorientierte Begabungsförderung über die einzelne Unterrichtsstunde sowie das Fach Mathematik hinaus als generelle Aufgabe von Schulentwicklung gesehen. Nach einer Zusammenschau über einschlägige Dokumente auf Ebene der Europäischen Union, der Bundesrepublik Deutschland und einzelner Bundesländer wird ein Spektrum an Impulsen gegeben, wie eine Schule ein Profil im Bereich der mathematischen Begabungsförderung gewinnen kann. Als Schlüssel wird dabei die Haltung der Lehrkräfte herausgestellt. Sie ist entscheidend für die Qualität unterrichtlicher Lernprozesse, aber auch für gelingende Schulentwicklung als Ganzes. Deshalb wird der Weg zu einer begabungsfördernden Schule auch als Aufgabe der Personalentwicklung von Lehrkräften gesehen.

Insgesamt ist zu hoffen, dass dieses Buch einerseits als Ausgangspunkt für weitere fachdidaktische Forschung dient und es andererseits als Grundlage für entsprechende Unterrichts- und Schulentwicklungsprozesse in der Schulpraxis Nutzen entfaltet.

Volker Ulm

Vorwort

Sehr geehrte Leserin, sehr geehrter Leser,

vor Ihnen liegt ein wissenschaftliches Destillat vielfältiger Erfahrungen aus einem Vierteljahrhundert pädagogischer Tätigkeit. Es ist entstanden als Dissertation mit dem Arbeitstitel *Konzepte zur personorientierten Begabungsförderung im Mathematikunterricht und in der Schulentwicklung, ausgehend von Mathematik*.

Lesen Sie die Monografie bitte so, wie Kinder Waldmeister- oder Himbeersirup trinken: in der richtigen Verdünnung, nicht ohne Essenz und nicht mit zu viel Wasser, und dabei immer mit dem richtigen Geschmack. „Einfach“ personorientiert.

Mit meinem Buch möchte ich Appetit machen auf mathematische Begabungsförderung. Denn mathematische Begabung ist viel zu schade für ein selektives Denken in schulmeisterlicher Manier; sie ist vielmehr ein wertvolles Geschenk, das in jeder Hinsicht Aufmerksamkeit, Förderung und uneingeschränkte Entwicklungsmöglichkeiten verdient.

Dankbarkeit war und ist mir ein steter Wegbegleiter für dieses Buch.

Meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. Volker Ulm danke ich für das Angebot eines faszinierenden Themas, für wertvolle Gespräche und für seine in jeder Hinsicht anregende, absolut zuverlässige und äußerst kompetente Betreuung. Meinem Zweitprüfer Herrn Prof. Dr. Dr. h.c. Albrecht Beutelspacher danke ich für die langjährige und sehr inspirierende Begleitung im Sinne der Mathematik. In meinen Dank möchte ich auch die weiteren Mitglieder der Prüfungskommission, Herrn Prof. Dr. Thomas Kriecherbauer als Vorsitzenden und Herrn Prof. Dr. Alfred Wassermann, miteinschließen.

Ich danke meinen Eltern, denn sie haben mir das Zählen und Rechnen, das Zeichnen und Ordnen und die elementare Sprache der Mathematik von Kindesbeinen an beigebracht, meinen Lehrern, denn sie haben mir den Blick geweitet für die vielen Möglichkeiten mathematischen Denkens und Tuns, und meinen akademischen Lehrern für ein tragfähiges und nachhaltiges Fundament mathematischen Lernens und Lehrens.

Ich danke meinen Schülern, Nachhilfeschülern und Mitschülern, denn sie waren mir nicht nur Weggefährten, sondern in beinahe unerschöpflicher Weise Ideengeber auf dem Weg des Verstehens und Erklärens, des Lehrens und Unterrichtens. Ganz besonders haben mir meine eigenen Kinder gezeigt, dass mathematische Begabung eine Gabe ist, die sich individuell verschieden im Gleichtakt mit der Personwerdung entwickelt.

Meinen Kollegen gilt mein Dank für ihre vielfältigen Anregungen im pädagogischen und didaktischen Diskurs.

Meiner Familie, insbesondere meiner Frau, danke ich für ihre Unterstützung. Nicht zuletzt bin ich persönlich dankbar für die eigene Konstitution (im Sinne von Gardner) und die Chance (im Sinne von Gagné), diese Monografie zu schreiben.

Für die perfekte Durchsicht des Manuskripts möchte ich Frau Hildegard Fronhöfer, Herrn Andreas Kellerer, Frau Hildegard Limmer und Herrn Dr. Eric Müller danken; sie alle haben lexigrafische „Unkräutlein“ gejätet. Herrn Müller danke ich darüber hinaus für wertvolle mathematische Hinweise.

Dem Springer-Verlag, namentlich Frau Berg und Frau Schmickler-Hirzebruch, danke ich für die Aufnahme meiner Dissertation in das Verlagsortiment; Frau Prof. Dr. Gabriele Kaiser gilt mein Dank für die Aufnahme in die Reihe „Perspektiven der Mathematik-Didaktik“. Besonders danke ich Frau Göhrisch-Radmacher für die gelungene Aufmachung des Buches, die profunde Begleitung in verlegerischen Angelegenheiten und die tatkräftige Unterstützung bei den wohl unvermeidlichen Tücken der Textverarbeitung.

Vor allem danke ich Ihnen als Leserin und Leser für Ihr Interesse an meinen Ausführungen und wünsche Ihnen eine gewinnbringende Lektüre.

Max Leppmeier

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Personorientierte Förderung mathematischer Begabungen	5
2.1	Personorientierte Begabungsförderung – aktueller Stand	6
2.1.1	Personen „begaben“.....	7
2.1.1.1	Person und Begabung.....	7
2.1.1.2	Begabung versus Hochbegabung.....	11
2.1.1.3	Personorientierte Schulkultur	13
2.1.1.4	Ein ökologisches Begabungsmodell.....	16
2.1.1.5	Begabungsförderung als Herausforderung für die Lehrenden .	18
2.1.2	Personorientiertes Lehren und Lernen.....	20
2.1.2.1	Der Mehrwert personorientierten Lehrens und Lernens.....	21
2.1.2.2	Lehr- und Lernformen der Begabungsförderung.....	21
2.1.2.3	Individualisierung und Personalisierung als Förderprinzipien .	24
2.1.2.4	Didaktische Prinzipien der Personorientierung	26
2.1.2.5	Methoden begabungsfördernden und personorientierten Lernens	28
2.1.2.6	Portfolio und Coaching.....	30
2.1.3	Personorientierte Schulentwicklung.....	32
2.1.3.1	Werteorientierte Schulentwicklung	32
2.1.3.2	Verantwortung als Leitidee	34
2.1.3.3	Das „Schoolwide Enrichment Model“ (SEM).....	36
2.2	Mathematische Begabung	41
2.2.1	Allgemeine Begabungstheorien.....	41
2.2.1.1	Talentförderung im Sinne von Gagné	42
2.2.1.2	Die Idee der multiplen Intelligenzen nach Gardner.....	46
2.2.1.3	Die Begabungsmodelle nach Renzulli, Mönks, Heller, Perleth.....	48
2.2.2	Ein fachbezogenes Modell für mathematische Begabung.....	54
2.2.3	Mathematische Bildung.....	59
2.2.4	Didaktische Prinzipien eines begabungsfördernden Unterrichts.....	62
2.2.4.1	Der Begriff des Elementaren bei Klafki	63
2.2.4.2	Genetisch-exemplarisch-sokratisches Prinzip nach Wagenschein.....	64
2.2.4.3	Kernidee im dialogischen Lernen nach Gallin und Ruf	67
2.2.5	Die Bedeutung der Freude an der Mathematik.....	72

3	Unterrichtskonzepte zur personorientierten Begabungsförderung	75
3.1	Kugelpackungen im Mathematikunterricht – Enrichment	76
3.1.1	Kugelpackungen „in a Nutshell“	76
3.1.2	Das Kategoriale der Kugelpackungen	84
3.1.3	Elementarisieren nach dem Wagenscheinschen Prinzip	85
3.1.4	Kernideen als Kompass für einen begabungsfördernden Unterricht	102
3.1.5	Eine Kernidee als Element des Coachings	109
3.1.6	Unterrichtskonzepte im Rahmen des Enrichment-Ansatzes	112
3.1.6.1	Pluskurs für die Oberstufe	113
3.1.6.2	Additum für die 11. Jahrgangsstufe	117
3.1.6.3	Projektgebundenes Enrichment	121
3.1.6.4	Evaluation der Begabungsförderung nach Gagné	124
3.1.7	Ein Akademiekonzept als außerschulisches Unterrichtskonzept	129
3.2	Hilberts drittes Problem – Enrichment	131
3.2.1	Historische Genese	131
3.2.2	Mathematischer Überblick	134
3.2.2.1	Zwei grundlegende Fragestellungen	135
3.2.2.2	Die Dehn-Invariante	136
3.2.2.3	Das Verhalten der Dehn-Invariante bei Polyeder- Zerlegungen	144
3.2.2.4	Weitere Eigenschaften der Dehn-Invariante	145
3.2.2.5	Zerlegungsgleichheit und Ergänzungsgleichheit	146
3.2.2.6	Der Satz von Dehn-Hadwiger	151
3.2.2.7	Die Pyramidenformel im schulischen Geometrieunterricht ...	153
3.2.2.8	Das dritte Hilbert´sche Problem im Kontext der Kugelpackungen	160
3.2.3	Ein Unterrichtskonzept im Rahmen des Enrichment-Ansatzes	166
3.2.3.1	Personen begaben	166
3.2.3.2	Didaktische Prinzipien	167
3.2.3.3	Kernideen des Unterrichtskonzepts	170
3.2.4	Ein alternatives Unterrichtskonzept	173
3.2.5	Ebenen der Elementarisierung	175
3.3	Konzepte für die 11. Jahrgangsstufe – zwischen Enrichment und Akzeleration	179
3.3.1	Elementarisierung in zwei Strängen: Einführung in die Analysis	179
3.3.1.1	Personorientierte Begabungsförderung für alle Schüler	179
3.3.1.2	Die Bedeutung von Kernideen für das Unterrichtskonzept	181
3.3.1.3	Kernideen des Unterrichtskonzeptes	182
3.3.2	Gewinn einer sanften Akzeleration – das Unendliche	191
3.3.2.1	Didaktische Überlegungen	191

3.3.2.2	Kernideen des Unterrichtskonzepts	192
3.3.2.3	Zusammenschau - mathematische Begabungsförderung für alle	196
3.4	Unterrichtskonzepte für die Unterstufe	198
3.4.1	Der Kongruenzweg im geometrischen Anfangsunterricht	198
3.4.1.1	Die Bedeutung von Elementarisierung und Kernideen	199
3.4.1.2	Kernideen des Unterrichtskonzepts	201
3.4.1.3	Der pädagogische Gewinn des Kongruenzweges	209
3.4.2	Fensterkonzepte im gymnasialen Anfangsunterricht	211
3.4.2.1	Die Bedeutung von Dialog und Elementarisierung	212
3.4.2.2	Freude an der Mathematik und den natürlichen Zahlen	213
3.4.2.3	Der Eulersche Polyedersatz	215
3.4.2.4	Der kürzeste Weg	218
3.4.2.5	Pädagogisches Resümee	220
4	Schulentwicklung	223
4.1	Begabungsgerechte Schule als gesellschaftlicher Auftrag	224
4.1.1	Grundlagen	225
4.1.1.1	Verfassungsmäßige Grundlagen	225
4.1.1.2	Grundlagen der Kultusministerkonferenz	226
4.1.1.3	Darstellung in Handreichungen	228
4.1.1.4	Darstellung in Presseerklärungen	230
4.1.1.5	Humboldts Replik an Hesse	231
4.1.2	Der personorientierte Ansatz für gelingende Schulentwicklung	232
4.2	Begabungsförderung als Impulsgeber für Schulentwicklung	235
4.2.1	Eine die mathematische Begabung fördernde Schule	235
4.2.2	Mathematik im außerunterrichtlichen Schulleben	239
4.2.2.1	Mathematik-Wettbewerbe	239
4.2.2.2	Mathematisches Kolloquium	240
4.2.2.3	Fächerübergreifende Vernissage im Jahr der Mathematik	241
4.2.3	Personalentwicklung von Mathematiklehrkräften	243
4.2.3.1	Impulse aus der personorientierten Begabungsförderung	244
4.2.3.2	Entwicklungsziele nach Hattie	244
4.2.4	Unterrichtsentwicklung	247
4.3	Mathematik im Gespräch	250
5	Zusammenfassung – Resümee	253
	Literaturverzeichnis	257

Kurzfassungen (deutsch, englisch)

Kurzfassung deutsch

Konzepte zur personorientierten Begabungsförderung im Mathematikunterricht und in der Schulentwicklung, ausgehend von Mathematik

Die vorliegende Dissertation gliedert sich in drei Teile.

Im ersten Teil wird die *personorientierte Förderung mathematischer Begabungen* untersucht. Dazu wird zunächst ein allgemeiner Überblick über den aktuellen Stand der *personorientierten Begabungsförderung nach Weigand* gegeben, der die drei Bereiche Personen „begaben“, personorientiertes Lehren und Lernen sowie personorientierte Schulentwicklung umfasst. Es folgt eine Betrachtung der *mathematischen Begabung* unter den Blickwinkeln allgemeiner Begabungstheorien (Gagné, Gardner, Renzulli, Mönks, Heller, Perleth), eines fachbezogenen Modells (Ulm) und einer Auffassung von mathematischer Bildung (Hilton). Didaktische Prinzipien für einen begabungsfördernden Mathematikunterricht werden hergeleitet: das Elementarisieren aus der Theorie der kategorialen Bildung nach Klafki, das genetisch-sokratisch-exemplarische Prinzip nach Wagenschein, die Kernidee im dialogischen Lernen nach Gallin und Ruf. Eingegangen wird auch auf die Bedeutung von Freude an der Mathematik.

Im zweiten Teil werden *Unterrichtskonzepte zur personorientierten Begabungsförderung* erarbeitet und analysiert. Aus dem Thema *Kugelpackungen* werden verschiedene Konzepte im Rahmen des Enrichment-Ansatzes (Pluskurs, Additum, Projektgebundenes Enrichment) abgeleitet, mit Hilfe von Kernideen dargestellt und untersucht. Die Thematik des *dritten Hilbert'schen Problems* wird in ihrer historischen Genese (Briefwechsel Gauß-Gerling) betrachtet, für ein Unterrichtskonzept elementarisiert, und es wird ein Beweis für die Nichtkongruenz der drei Zerlegungspyramiden eines Prismas mit einem gleichseitigen Dreieck als Grundfläche gegeben. Unter dem Fokus einer *Begabungsförderung für alle Schüler* werden *Unterrichtskonzepte für die 11. Jahrgangsstufe* zur Einführung in die Infinitesimalrechnung und zur Betrachtung des Unendlichen nach Cantor sowie *Unterrichtskonzepte für die Unterstufe* zur Einführung in die Geometrie und als Fensterkonzepte (Freude an den natürlichen Zahlen, Eulerscher Polyedersatz, kürzester Weg) in der 5. Jahrgangsstufe erörtert.

Im dritten Teil über *Schulentwicklung* wird zunächst die *begabungsgerechte Schule als gesellschaftlicher Auftrag* untersucht. *Mathematische Begabungsförderung* wird als *Impulsgeber für Schulentwicklung* betrachtet: Es werden Kriterien für eine die mathematische Begabung fördernde Schule erarbeitet und die Bedeutung der Mathematik im außerunterrichtlichen Schulleben (Mathematik-Wettbewerbe, mathematisches Kolloquium, mathematische Ausstellung)

analysiert. In die Impulse für Personalentwicklung von Mathematiklehrkräften und Unterrichtsentwicklung fließen auch die Ergebnisse der Hattie-Studie mit ein. Schließlich wird die Darstellung der *Mathematik im gesellschaftlichen Diskurs* als Indikator für gelingende Begabungsförderung und Schulentwicklung formuliert.

Kurzfassung englisch

Concepts for person-oriented promotion of giftedness in mathematics education and for school improvement, based on mathematics

The dissertation consists of three chapters.

In the first chapter, we outline the concept of *person-oriented promotion of mathematical giftedness*. For this purpose, we give a general overview of the status quo of *person-oriented promotion of giftedness according to Weigand*, which contains the three fields of “making” persons “gifted”, of person-oriented teaching and learning, and of person-oriented school improvement. We proceed with an examination of *mathematical giftedness* in the perspective of general theories of giftedness (Gagné, Gardner, Renzulli, Mönks, Heller, Perleth), of a subject-specific model (Ulm) and of an individual perception of mathematical education (Hilton). We then deduce some didactical principles for a giftedness stimulating education of mathematics: The elementarizing according to Klafki’s theory of categorial education, the genetic-socratic-exemplaric principle according to Wagenschein, and the core idea in dialogic learning according to Gallin and Ruf. We also point out the importance of delight for mathematics.

In the second chapter we deduce and analyze *instructional concepts for person-oriented promotion of giftedness*. From the topic of *sphere packings*, we derive and examine different concepts within the schoolwide-enrichment-model (SEM, Renzulli, Reiss) and we illustrate them using core ideas. We present the subject matter of *Hilbert’s third problem* in the context of its historical development (correspondence between Gauß and Gerling), we elementarize it for an instructional concept and give a proof for noncongruence of the three dissection pyramids of a prism whose base is an equilateral triangle. Focusing on the *promotion of giftedness of all students*, we discuss educational concepts for an introduction to calculus, for the deliberation on infinity (Cantor) and for an introduction to geometry as well as gateway concepts for beginners (delight on natural numbers, Euler’s formula, shortest path).

In the third chapter about *school improvement* we first examine the idea of a *giftedness appropriated school as a social challenge*. We then discuss the *promotion of mathematical giftedness as a trigger for school improvement* by deriving formal criteria for a mathematical giftedness promoting school and analyze the importance of mathematics in extracurricular activities (competitions, colloquia, exhibitions). We include Hattie’s results into the triggers for *personal advancement and improvement of instruction*. Finally, we declare *mathematics in conversation* as an indicator for successful advancement of giftedness and school improvement.