
essentials

essentials liefern aktuelles Wissen in konzentrierter Form. Die Essenz dessen, worauf es als „State-of-the-Art“ in der gegenwärtigen Fachdiskussion oder in der Praxis ankommt. *essentials* informieren schnell, unkompliziert und verständlich

- als Einführung in ein aktuelles Thema aus Ihrem Fachgebiet
- als Einstieg in ein für Sie noch unbekanntes Themenfeld
- als Einblick, um zum Thema mitreden zu können

Die Bücher in elektronischer und gedruckter Form bringen das Expertenwissen von Springer-Fachautoren kompakt zur Darstellung. Sie sind besonders für die Nutzung als eBook auf Tablet-PCs, eBook-Readern und Smartphones geeignet. *essentials*: Wissensbausteine aus den Wirtschafts, Sozial- und Geisteswissenschaften, aus Technik und Naturwissenschaften sowie aus Medizin, Psychologie und Gesundheitsberufen. Von renommierten Autoren aller Springer-Verlagsmarken.

Weitere Bände in der Reihe <http://www.springer.com/series/13088>

Guido Walz

Eigenwerte und Eigenvektoren von Matrizen

Klartext für Nichtmathematiker

 Springer Spektrum

Guido Walz
FB Informatik
Wilhelm Büchner Hochschule
Darmstadt, Hessen, Deutschland

ISSN 2197-6708
essentials

ISSN 2197-6716 (electronic)

ISBN 978-3-658-25660-9

ISBN 978-3-658-25661-6 (eBook)

<https://doi.org/10.1007/978-3-658-25661-6>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2019

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

Was Sie in diesem *essential* finden können

- Grundlagen der Vektor- und Matrizenrechnung
- Methoden zur Bestimmung von Eigenwerten und Eigenvektoren
- Fundamentale Aussagen über die Vielfachheiten von Eigenvektoren
- Verfahren zur Diagonalisierung symmetrischer Matrizen

Einleitung

Eigenwerte und Eigenvektoren sind ein wichtiges Teilthema der Linearen Algebra, genauer gesagt der Matrizenrechnung. Die Bedeutung dieses Gebiets kann man beispielsweise an der Tatsache erkennen, dass man auch im angloamerikanischen Raum den Wortteil „Eigen“ unübersetzt verwendet, man spricht dort also von eigenvalues und eigenvectors.

Um Ihnen einen allerersten Eindruck von der Materie zu geben: Wenn ein Vektor bei Multiplikation mit einer vorgegebenen Matrix nur gestreckt oder gestaucht, nicht aber in seiner Lage verändert wird, dann handelt es sich um einen Eigenvektor dieser Matrix; den Streckungsfaktor nennt man dann den zugehörigen Eigenwert.

Nein, einer Prüfung auf mathematische Pedanterie Exaktheit würde dieser Satz nicht standhalten, aber es geht ja auch nur um einen ersten Eindruck; die Exaktheit kommt ein paar Seiten weiter hinten.

In diesem Büchlein erfahren Sie also, wie man diese Eigenwerte und Eigenvektoren berechnen und was man so alles mit ihnen anstellen kann; beispielsweise kann man mit ihrer Hilfe symmetrische Matrizen diagonalisieren. Wenn Sie sich momentan – verständlicherweise – hierunter noch nichts vorstellen können, dann freuen Sie sich schon mal auf das dritte Kapitel.

Da sich der Text laut Untertitel ausdrücklich (auch) an Nichtmathematiker (und ebenso natürlich Nichtmathematikerinnen) wendet, habe ich im ersten Kapitel nochmal die wichtigsten Grundlagen der Matrizenrechnung zusammengefasst, die für das Verständnis der nachfolgenden Hauptinhalte des Buches benötigt werden. Aus Platzgründen wirklich nur das Allernotwendigste, versprochen.

Danken möchte ich an dieser Stelle meiner Kollegin Sabine Dorner, die mich auf einige ärgerliche Schreibfehler in der ersten Version dieses Skripts aufmerksam gemacht hat.

Und nun geht's endlich los. Ich wünsche Ihnen viel Spaß (das meine ich ernst!) beim Lesen der folgenden Seiten.

Inhaltsverzeichnis

1	Vektoren und Matrizen	1
1.1	Vektoren	1
1.2	Matrizen	4
1.3	Determinanten	8
2	Eigenwerte und Eigenvektoren	15
2.1	Definition und erste Beispiele	15
2.2	Berechnung der Eigenwerte	18
2.3	Bestimmung der Eigenvektoren	23
2.4	Mehrfache Eigenwerte	26
3	Symmetrische Matrizen	31
3.1	Eigenwerte und Eigenvektoren symmetrischer Matrizen	31
3.2	Diagonalisierung	36
	Literatur	47