Technische Mechanik 1. Stereostatik

Christian Spura

Technische Mechanik 1. Stereostatik

Ein etwas anderes Lehrbuch

Springer Vieweg

Christian Spura
Department 2 - Hamm
Hochschule Hamm-Lippstadt
Hamm, Deutschland

ISBN 978-3-658-14984-0
DOI 10.1007/978-3-658-14985-7

ISBN 978-3-658-14985-7 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2016

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Lektorat: Thomas Zipsner

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Vieweg ist Teil von Springer Nature

Die eingetragene Gesellschaft ist Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

Vorwort

"Es gibt wohl kaum ein Grundlagenfach der Ingenieurwissenschaften, bei dem man durch das Gefühl, die Theorie verstanden zu haben, so ge- und enttäuscht wird wie in der Mechanik, wenn es daran geht, praktische Aufgaben zu lösen."

Eduard C. K. PESTEL, 1988

So oder ähnlich ergeht es leider den meisten Studierenden, die sich mit der Technischen Mechanik auseinandersetzen (müssen). Denn hier treffen die Mathematik und die Physik auf die Technik. Das kann schon zu erheblichen Kopfschmerzen führen. Aber keine Angst, dass ist alles gar nicht so schwer wie es sich zuerst anhört. Wobei das wahrscheinlich jeder Mechanik-Dozent behaupten wird. Leider werden Sie, wie schon tausende Studierende vor Ihnen und noch etliche mehr nach Ihnen, auch diese Erfahrung machen. Aber wo ein Wille ist, ist auch ein Weg. Und wenn Sie sich auf die Mechanik einlassen, könnten Sie vielleicht sogar Spaß daran finden.

Da Studierende immer wieder die gleichen Fehler begehen und Alle mit den gleichen Problemen zu kämpfen haben, finden Sie an vielen Stellen sehr ausführliche Beschreibungen und Erklärungen der mechanischen Sachverhalte. Auch die durchgerechneten Beispiele, die aufgeführten Vorgehensweisen zum Lösen von Aufgaben sowie die Hinweise in der Außenspalte und die animierten Grafiken (QR-Code) sollen Sie beim Erlernen der Mechanik unterstützen. Dabei sind die Vorgehensweisen für Sie als Anleitung gedacht, wenn Sie beim Lösen der Übungsaufgaben ins Stocken geraten und nicht mehr wissen, was Sie machen sollen. Und schließlich finden Sie am Ende des Lehrbuchs ein Repetitorium, in dem alle wichtigen Punkte zu jedem Kapitel noch einmal kompakt zusammengefasst sind. Ideal also für Ihre Klausurvorbereitungen.

Leider ist es aber nicht nur mit dem Lesen dieses Lehrbuchs getan. Vielmehr müssen Sie die Mühe auf sich nehmen, mit Stift und Papier die eine oder andere Herleitung nachzuvollziehen und die Übungsaufgaben Schritt für Schritt durchgehen. Denn die praktische Anwendung der scheinbar so leichten und einfachen Zusammenhänge sowie die Routine zum Bestehen der Klausur können Sie nur durch selbstständiges Lösen von Aufgaben erlernen. Irgendwann werden Ihnen dann (hoffentlich) auch das *Schema F* und die praktischen Zusammenhänge klar werden.

Selbstverständlich gibt es noch viele weitere Bücher zur Technischen Mechanik, die Sie im Literaturverzeichnis finden. Sie sollten immer wieder weitere und unterschiedliche Darstellungen der gleichen Sachverhalte miteinander vergleichen, um dadurch das eigenständige Nachdenken anzuregen und das Verstehen zu erleichtern.

Dem Springer Verlag und insbesondere Herrn Thomas Zipsner möchte ich für die hervorragende Zusammenarbeit, sein Engagement und die gewährten Freiheiten für die doch recht farbenfrohe Ausgestaltung dieses Lehrbuchs herzlichst danken. Des Weiteren möchte ich dem SGT-Jahrgang von 2014/15 für die vielen Anregungen und Diskussionen danken, die den Anstoß zu diesem Lehrbuch gegeben haben.

Aber nun genug der Worte. Ich wünsche Ihnen beim durcharbeiten dieses Lehrbuchs viel Erfolg und genauso viel Spaß.

Christian Spura

Befrage die Natur in allem und schreib alles nieder. Wer immer meint, er könne die unendlichen Lehren der Natur in Erinnerung behalten, gibt sich einer trügerischen Hoffnung hin. Das Gedächtnis ist nicht so gewaltig.

Leonardo DA VINCI

Navigation

Seitenzahlen und Kapitelnummern für die schnelle Orientierung

Thematische **Einleitung** mit Kurzinhalten des Kapitels

Grafiken stehen direkt neben dem zugehörigen Abschnitt und sind im Text hervorgehoben

QR-Codes führen zu animierten Grafiken für ein besseres Verständnis

Warum-Fragen im Text, um Wissen zu überprüfen

Zusammenfassung des nebenstehenden Abschnitts

Wichtige Zusammenhänge für das Lösen von Aufgaben (unbedingt beachten!)

Vorgehensweise

Schritt für Schritt Anleitung zur Lösung von konkreten Aufgaben

42

Kapitel 4 · Allgemeine ebene Kräftegruppen

Als allgemeine Kräftegruppe wird die Gesamtheit aller an einem Starrkörper gleichzeitig angreifender Kräfte bezeichnet, deren Wirkungslinien sich in mehr als einem Punkt schneiden. Mithilfe des Moments kann die allgemeine Kräftegruppe zu einer Dyname zusammengefasst werden. Eine solche Kräftegruppe kann einen Körper geradlinig verschieben (Translation) und drehen (Rotation).

Eine Kräftegruppe, bei der sich die Wirkungslinien in mehr als einem Punkt schneiden, wird als *allgemeine Kräftegruppe* bezeichnet, siehe ▶ Abb. 4.1. Befinden sich auch hier wieder alle Kräfte in einer Ebene, handelt es sich um eine *allgemeine ebene Kräftegruppe*.

Damit wir eine allgemeine Kräftegruppe berechnen können, müssen wir zuerst zwei neue Größen kennenlernen. Dies wäre zum einen das *Moment einer Kraft in Bezug auf einen Punkt* und zum anderen das sogenannte *Kräftepaar*.

Abb. 4.1

Werden die Schnittgrößen an einem sich im Gleichgewicht befindlichen Tragwerk sichtbar gemacht, bleibt der Gleichgewichtszustand erhalten.

Die **Schnittgrößen** lassen sich durch Aufstellen der **GGB** für das geschnittene Teiltragwerk berechnen.

Die Angabe der **Wirkrichtungen** erfolgt durch **H** und **V**.

9.2 Gleichgewichtsmethode

Die Gleichgewichtsmethode basiert, wie der Name schon vermuten lässt, auf der Anwendung der bekannten Gleichgewichtsbedingungen. Wenn wir also ein Tragwerk vorliegen haben, welches sich im Gleichgewicht befindet, so ist das Tragwerk auch nach dem Freischneiden und Sichtbarmachen der Schnittgrößen im Gleichgewicht. Dementsprechend müssen die Schnittgrößen mit den Lager- und Gelenkreaktionen sowie den äußeren Belastungen im Gleichgewicht stehen. Mit dieser Überlegung, die uns durchaus bekannt ist, bilden alle am geschnittenen Teiltragwerk angreifenden Kraftgrößen eine allgemeine Kräftegruppe. Diese Kräftegruppen können wir mithilfe der Gleichgewichtsbedingungen nach Kapitel 4.6 auf S. 51 f. berechnen (Warum 9.3?). Da wir die gestrichelte Linie zur Bestimmung der Wirkrichtungen der Schnittgrößen verwenden, ersetzen wir einfach die Angabe der Koordinatenrichtungen durch die Angaben **H** für horizontal und **V** für vertikal.

Vorgehensweise

- Funktionsgleichung der Streckenlast aufstellen.
- Streckenlast als Fläche betrachten. Die Einzelkraft F_q ist so groß wie der Flächeninhalt der Streckenlast. (Siehe hierzu: Formelsammlung ▶ Tab. 5-1 auf S. 66 f.)
- Die Wirkungslinie von F_q verläuft durch den Flächenschwerpunkt x_S der Streckenlast.

Farblich hervorgehobene
Beispiele mit Musterlösung

Beispiel 4.1

An einem eingemauerten Träger ($a = 60 \text{ cm}$) greifen drei Kräfte an:

$$F_1 = 60 \text{ N}, \alpha = 60^\circ$$

$$F_2 = 30 \text{ N}, \beta = 45^\circ$$

$$F_3 = 90 \text{ N}$$

Reduzieren Sie die Kräftegruppe in Bezug auf die Lagerstelle A so weit wie möglich.

Lösung

Es handelt sich hierbei um eine allgemeine ebene Kräftegruppe, da die Wirkungslinien der drei Kräfte mehr als einen Schnittpunkt haben. Um uns die Berechnung zu vereinfachen, zerlegen wir alle Kräfte zuerst in ihre jeweilige x- und y-Richtung. Wir erhalten dann für die zerlegten Kräfte:

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha = 30 \text{ N} \quad F_{2x} = F_2 \cdot \cos \beta = 21,2 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \alpha = 52 \text{ N} \quad F_{2y} = F_2 \cdot \sin \beta = 21,2 \text{ N}$$

Nun verschieben wir alle Kräfte parallel, sodass wir im Punkt A die Resultierende nach Gl. (4.5) berechnen können (Vorzeichen der Kräfte beachten):

$$R_x = \sum F_{ix} = F_{1x} - F_{2x} \quad \rightarrow \quad R_x = 8,8 \text{ N}$$

Formelzeichen haben in den Grafiken und im Text die gleiche Schriftart

Navigation

Kapitelnummern für die schnelle Orientierung

7

In Kürze

- **Lagerbindungen** schränken die Bewegung (Freiheitsgrade) eines Systems ein.
- **Lagerreaktionen** sind die von den Lagern hervorgerufenen Reaktionskräfte und Reaktionsmomente.

Berechnung von Lagerreaktionen

- Überprüfen der statischen und kinematischen Bestimmtheit:
 1. Abzählkriterium
 2. Polplan
- Freikörperbild zeichnen.
- Lager freischnitten und durch die äquivalenten Lagerreaktionen ersetzen.
- Lagerreaktionen eindeutig benennen.
- Gleichgewichtsbedingungen aufstellen und nach den Lagerreaktionen auflösen.

Kinematische Bestimmtheit

- Ein Starrkörper ist kinematisch bestimmt gelagert, wenn dieser mit genau drei einwertigen kinematischen Bindungen unbeweglich (unverschieblich) ist.
- Ein Starrkörper der endliche oder infinitesimale (unendlich kleine) Bewegungen ausführen kann, ist kinematisch unbestimmt gelagert.
- Die Überprüfung erfolgt mittels Polplan.
- Ist ein Widerspruch im Polplan vorhanden, ist der Starrkörper kinematisch bestimmt (unbeweglich) gelagert.
- *Hinreichende Bedingung:* Widerspruch im Polplan.

In Kürze: fasst ein Kapitel bzw. Unterkapitel strukturiert zusammen

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung in die Mechanik	1
1.1	Die Mechanik: Was ist das eigentlich?	2
1.2	Einteilung der Technischen Mechanik	3
1.3	Die Stereostatik - Mono oder Stereo?!	4
1.4	Modellbildung vs. Realität	4
1.5	Axiome der Mechanik	5
1.6	Physikalische Größen und ihre Einheiten	5
1.7	Lösung statischer Probleme.....	6
2	Grundlagen der Stereostatik.....	9
2.1	Der Freiheitsgrad eines Körpers	10
2.2	Der Starrkörper	10
2.3	Eine unsichtbare Macht: die Kraft	10
2.4	Die Axiome der Mechanik (Lehrsätze)	13
2.5	Das Freischneiden	16
2.6	Die Grundaufgaben der Mechanik	22
2.7	Die Themengebiete der Stereostatik.....	22
3	Zentrale ebene Kräftegruppen	25
3.1	Erste Grundaufgabe: Zerlegung.....	26
3.2	Zweite Grundaufgabe: Reduktion	30
3.3	Dritte Grundaufgabe: Gleichgewicht	34
3.4	Aufgaben zu Kapitel 3	39
4	Allgemeine ebene Kräftegruppen.....	41
4.1	Moment einer Kraft in Bezug auf einen Punkt.....	42
4.2	Kräftepaar	45
4.3	Parallelverschiebung von Kräften	46
4.4	Erste Grundaufgabe: Zerlegung.....	47
4.5	Zweite Grundaufgabe: Reduktion	47
4.6	Dritte Grundaufgabe: Gleichgewicht	51
4.7	Alternative Gleichgewichtsbedingungen	52
4.8	Hebelgesetz von ARCHIMEDES	53
4.9	Aufgaben zu Kapitel 4	58
5	Schwerpunkt.....	59
5.1	Herleitung für beliebig geformte Körper	61
5.2	Praktische Anwendung auf zusammengesetzte Körper.....	64
5.3	Flächenschwerpunkt	69
5.4	Statische Momente	74
5.5	Streckenlasten	74
5.6	Experimentelle Schwerpunktermittlung.....	80
5.7	Aufgaben zu Kapitel 5	82

6	Lagerreaktionen	83
6.1	Tragwerke	85
6.2	Lager und Lagerreaktionen	87
6.3	Statische und kinematische Bestimmtheit	90
6.3.1	Statisches Abzählkriterium	90
6.3.2	Polplan (kinematische Bestimmtheit)	91
6.3.3	Beispiele	95
6.4	Aufgaben zu Kapitel 6	100
7	Gelenkreaktionen	101
7.1	Gelenke und Gelenkreaktionen	103
7.2	Statische und kinematische Bestimmtheit	106
7.2.1	Statisches Abzählkriterium	106
7.2.2	Polplan (kinematische Bestimmtheit)	107
7.2.3	Beispiele	109
7.3	Dreigelenkbogen	113
7.4	Gelenkbalken	114
7.5	Aufgaben zu Kapitel 7	118
8	Fachwerke	119
8.1	Statische und kinematische Bestimmtheit	122
8.1.1	Statisches Abzählkriterium	123
8.1.2	Bildungsgesetze	123
8.1.3	Polplan	126
8.2	Nullstäbe	126
8.3	Knotenpunktverfahren	127
8.4	RITTER'sches Schnittverfahren	132
8.5	Aufgaben zu Kapitel 8	138
9	Schnittgrößen	139
9.1	Schnittgrößen balkenförmiger Tragwerke	141
9.2	Gleichgewichtsmethode	144
9.2.1	Schnittgrößen bei Einzelkräften	144
9.2.2	Schnittgrößen bei Einzelmomenten	147
9.2.3	Schnittgrößen bei Gelenken	150
9.2.4	Schnittgrößen bei Rahmen	156
9.2.5	Schnittgrößen bei Bögen	159
9.2.6	Schnittgrößen bei Streckenlasten	161
9.3	Zusammenhang zwischen Belastung und Schnittgrößen	162
9.3.1	Gerade Balken	163
9.3.2	Maximales Biegemoment	165
9.3.3	Bögen und stetig gekrümmte Balken	167
9.4	Integrationsmethode	169
9.5	Aufgaben zu Kapitel 9	181
9.6	Lösungen der Aufgaben zu Kapitel 9	183

10 Reibung	185
10.1 Reibungszustände	187
10.2 Reibungsgesetze	188
10.3 Haftkegel (Reibkegel)	192
10.4 Seilhaftung und -reibung	198
10.4.1 Herleitung	199
10.4.2 Anwendung	201
10.5 Aufgaben zu Kapitel 10	206
11 Energiemethoden	209
11.1 Energie und Arbeit	211
11.2 Allgemeine Definition der Arbeit	212
11.3 Prinzip der virtuellen Verrückungen	215
11.3.1 Verschiebungsfigur	220
11.3.2 Kräfte und Momente in verschiebbaren Systemen	223
11.3.3 Gleichgewichtslagen von beweglichen Systemen	224
11.3.4 Systemparameter zur Erfüllung von Gleichgewicht	226
11.3.5 Lager- und Gelenkreaktionen sowie Schnittgrößen	227
11.4 Aufgaben zu Kapitel 11	235
Anhang: Mathematische Grundlagen	238
Repetitorium	242
Literaturverzeichnis	261
Formelzeichen	263
Stichwortverzeichnis	265