

---

# Perspektiven der Mathematikdidaktik

**Herausgegeben von**

G. Kaiser, Hamburg, Deutschland

R. Borromeo Ferri, W. Blum, Kassel, Deutschland

In der Reihe werden Arbeiten zu aktuellen didaktischen Ansätzen zum Lehren und Lernen von Mathematik publiziert, die diese Felder empirisch untersuchen, qualitativ oder quantitativ orientiert. Die Publikationen sollen daher auch Antworten zu drängenden Fragen der Mathematikdidaktik und zu offenen Problemfeldern wie der Wirksamkeit der Lehrerausbildung oder der Implementierung von Innovationen im Mathematikunterricht anbieten. Damit leistet die Reihe einen Beitrag zur empirischen Fundierung der Mathematikdidaktik und zu sich daraus ergebenden Forschungsperspektiven.

**Herausgegeben von**

Prof. Dr. Gabriele Kaiser  
Universität Hamburg

Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri,  
Prof. Dr. Werner Blum,  
Universität Kassel

---

Astrid Deseniss

# Schulmathematik im Kontext von Migration

Mathematikbezogene Vorstellungen  
und Umgangsweisen mit  
Aufgaben unter sprachlich-  
kultureller Perspektive

Mit einem Geleitwort von Prof. Dr. Gabriele Kaiser

 Springer Spektrum

Astrid Deseniss  
Bargtheide, Deutschland

Dissertation Universität Hamburg, 2014

Perspektiven der Mathematikdidaktik

ISBN 978-3-658-09202-3

ISBN 978-3-658-09203-0 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-658-09203-0

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2015

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Fachmedien Wiesbaden ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media ([www.springer.com](http://www.springer.com))

## Geleitwort

Die Dissertation von Astrid Deseniss zum Thema „Schulmathematik im Kontext von Migration. Mathematikbezogene Vorstellungen und Umgangsweisen mit Mathematikaufgaben unter einer sprachlich-kulturellen Perspektive“ ist in einem hochaktuellen Themenbereich angesiedelt, nämlich den Besonderheiten von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund bei ihrer Auseinandersetzung mit Mathematik. Die Arbeit geht damit über engere Fragestellungen der Fachdidaktik Mathematik hinaus und greift allgemeine Fragestellungen auf, u.a. Diskussionen der interkulturellen Pädagogik sowie der Rolle der Sprache sowie der soziokulturellen Rahmenbedingungen der Schülerinnen und Schüler beim Mathematiktreiben. Die Arbeit ist daher bereits von ihrer Themenstellung her komplex und vielschichtig angelegt und ist geeignet, der Diskussion zur Rolle sprachlicher und soziokultureller Aspekte im Mathematikunterricht entscheidende, neue Impulse zu geben.

Nach einer Beschreibung im Theoriekapitel wie Migration sich auf den Erwerb von Bildung auswirkt, beschreibt Astrid Deseniss die konkretere Perspektive des Lernens unter den Bedingungen von Mehrsprachigkeit. Dabei greift Astrid Deseniss auf den in diesem Zusammenhang zentralen Ansatz von Cummins zurück und seiner Unterscheidung von „Cognitive Academic Language Proficiency“ (CALP) und „Basic Interpersonal Communicative Skills“ (BICS). Astrid Deseniss macht deutlich, dass die immer noch häufig vertretene Vorstellung der Kulturunabhängigkeit der Mathematik nicht angemessen ist. Der Übergang zur Rolle der Sprache beim Mathematiklernen bezieht sich auf Sprache als eine die kulturelle Vielfalt beeinflussende Variable. Astrid Deseniss konzentriert sich dabei auf mathematikbezogene Vorstellungen unter Bezug auf das Habitus-Konzept von Bourdieu, was eine Weiterentwicklung des mathematikdidaktischen Konzepts der Beliefs darstellt und überzeugend als ein so-

ziokulturell determiniertes Konstrukt beschrieben wird. Auf dieser theoretischen Basis entwickelt Astrid Deseniss die drei zentralen Fragestellungen der Untersuchung, nämlich

- die Frage nach den soziokulturellen und sprachlichen Bildungsbedingungen beim Mathematiklernen von Schülerinnen und Schülern mit und kontrastierend ohne Migrationshintergrund;
- die Frage den mathematikbezogenen Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern mit und ohne Migrationshintergrund;
- die Frage nach dem Umgang mit Mathematikaufgaben von Schülerinnen und Schülern mit und ohne Migrationshintergrund.

Dabei wird u.a. deutlich, dass diese spezifischen mathematikbezogenen Vorstellungen der Probanden mit Migrationshintergrund entweder kulturell vermittelt sind, z. B. durch Erfahrungen aus dem Herkunftsland oder von der durch Migrationsumstände beeinflussten sozioökonomischen Situation der Eltern und nur zu einem geringen Teil durch sprachliche Faktoren beeinflusst sind. Astrid Deseniss schließt daraus, dass die Studie Hinweise erbringt, „dass insbesondere die soziokulturellen Rahmenbedingungen die spezifische Ausprägung der mathematikbezogenen Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler mit unterschiedlichem sprachlich-kulturellen Hintergrund beeinflussen“ (S. 173f). Dies ist ein hochinteressantes Ergebnis, das einerseits die Erweiterung des verwendeten mathematik-didaktischen Konstrukts weg von Beliefs hin zu mathematikbezogenen Vorstellungen rechtfertigt und andererseits Hinweise auf die Dominanz der soziokulturellen Rahmenbedingungen über sprachliche Aspekte bei den mathematikbezogenen Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler liefert. Die dritte Fragestellung nach dem Umgang mit Mathematikaufgaben der unterschiedlichen Probanden wird im letzten Kapitel des Ergebnisteils behandelt und erbringt äußerst reichhaltige Ergebnisse. So wird deutlich, dass bei der Auseinandersetzung mit der Fragestellung bei Jugendlichen mit Migrationshintergrund stärker ein Nichtverstehen der in der Aufgabe relevanten Begriffe bzw. verwendete Satzstrukturen des Aufgabentexts auftreten, ebenso wie alternative Les-

arten zentraler Begriffe. Auch der unangemessene Umgang mit dem fehlenden Verständnis des mathematikbezogenen Anforderungsgehalts der Aufgabe und die mathematikfreie Bearbeitung der Aufgabenstellung zeigen sich als Probleme bei Jugendlichen mit Migrationshintergrund, die diese Diskrepanz nicht erkennen. Die Analyse der Phasen des Problemlöseprozesses macht sprachlich bedingte Probleme von Jugendlichen mit Migrationshintergrund deutlich, nämlich der häufige Rückbezug auf die Auseinandersetzung mit dem Verständnis der Aufgabenstellung und das geringe Auftreten der Phase der eigentlichen Problemlösung. Dieses Problem geht einher mit einem Fehlverständnis des Aufgabentextes, das deutlich häufiger bei Jugendlichen mit Migrationshintergrund auftritt als bei solchen ohne und ebenfalls das erfolgreiche Bearbeiten der Aufgaben behindert.

Mit diesen Ergebnissen werden deutliche Konsequenzen für die Gestaltung des Mathematikunterrichts als auch für die Gestaltung von Lehr- und Lernmitteln deutlich, ebenso wie Konsequenzen für die Lehrerfortbildung.

Insgesamt gelingt es Astrid Deseniss, mit dieser Arbeit einen zentralen Baustein zum Verständnis des komplexen Verhältnisses von Jugendlichen mit Migrationshintergrund zu Mathematik und mathematischen Problemlöseaufgaben zu entwickeln, der einen bedeutsamen Beitrag zum Verständnis des Verhältnisses von Mathematik und Mehrsprachigkeit liefert.

Hamburg, November 2014

Gabriele Kaiser

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Frage nach Spezifika in der Auseinandersetzung mit Mathematik von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund. Den Anstoß für die Beschäftigung mit dieser Thematik gaben meine Unterrichtserfahrungen als Lehrerin in Hamburger Schulklassen mit einem großen Anteil von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund. Augenfällig war, dass gängige Unterrichtsmaterialien und ein Unterrichtsarrangement, wie es für eine Schülerschaft aus alteingesessenen deutschsprachigen Familien praktikabel sein mochte, hier nicht passend waren, um die gewünschten Lernerfolge zu erzielen. Für eine Entwicklung von Lernarrangements, die für die spezifischen Bildungsvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund stimmig waren, fehlte jedoch das Wissen über die Zusammenhänge zwischen ihren Lernvoraussetzungen und ihren Lernerfolgen.

Die Gelegenheit, vertiefte Einsichten über die Bildungsvoraussetzungen und das schulische Mathematiktreiben von Jugendlichen mit Migrationshintergrund zu gewinnen, erhielt ich als wissenschaftliche Mitarbeiterin in dem von der Deutschen Forschungsgemeinschaft finanzierten Projekt „Mathematiklernen im Kontext sprachlich-kultureller Diversität“<sup>1</sup> an der Universität Hamburg unter Leitung von Prof. Dr. Dr. h. c. Ingrid Gogolin und Prof. Dr. Gabriele Kaiser und Mitarbeit von Prof. Dr. Hans-Joachim Roth. Die vorliegende Arbeit ist aus diesem Forschungsprojekt hervorgegangen.

Die Motivation für diese Arbeit entsprang zum einen dem Interesse an der Weiterentwicklung eines Unterrichts, der den Bildungsvoraussetzungen der Lernenden adäquat ist, und die damit zur Effizienz meiner beruf-

---

<sup>1</sup> Für eine Beschreibung des Projektes siehe Gogolin et al. 2004.



lichen Bemühungen als Lehrerin beitragen kann. Zum anderen trieb mich immer wieder die Freude an einer Verzahnung von Praxis und Theorie mit ihren je eigenen Gegebenheiten und Möglichkeiten. Die Einsichten, die ich im Rahmen meiner forschenden Tätigkeit über das schulische Mathematiktreiben von Schülerinnen und Schülern gewinnen konnte, wären mir unter dem Handlungsdruck der Praxis weitgehend verborgen geblieben. Diese Einsichten nun weiter nutzbar zu machen zu können, für die Weiterentwicklung von Lernmaterial, von Unterricht und für (meine) Schülerinnen und Schüler, hat das Schreiben dieser Arbeit begleitet und bleibt mein Anliegen.

Während der Arbeit an der vorliegenden Dissertation habe ich vielfältige Unterstützung erfahren, für die ich mich an dieser Stelle bedanken möchte.

Mein Dank gilt an erster Stelle Prof. Dr. Gabriele Kaiser, die mir die Teilnahme an dem DFG-Projekt und Durchführung meines Forschungsvorhabens ermöglicht hat. Sie hat mich als Doktormutter in jeder Phase der Promotion mit großer fachlicher Kompetenz, Energie und Herzlichkeit sehr engagiert betreut und auch den berufsbegleitend erfolgten und daher längerfristigen Schreibprozess mit viel Geduld und notwendigen Impulsen unterstützt.

Prof. Dr. Dr. h. c. Ingrid Gogolin, die diese Dissertation auch von Beginn an begleitet hat, danke ich ebenso für ihre intensive Betreuung, insbesondere für ihre fachliche Unterstützung bei meiner Auseinandersetzung mit sprachlich-kulturellen Aspekten, für das gründliche Lesen meiner Texte und die konstruktive Kritik.

Stark profitiert habe ich zu Beginn meiner forschenden Arbeit auch von zwei Arbeitsgruppen: Zum einen der Gruppe des DFG-Projekts, zum anderen dem Forschungskolloquium von Prof. Dr. Gabriele Kaiser. Den Mitgliedern danke ich für die fruchtbaren Diskussionen und Anregungen.

Für die freundliche Bereitschaft, die vorliegende Arbeit zu begutachten, danke ich Prof. Dr. Marianne Nolte.

Auch in privatem Umfeld habe ich große Unterstützung erfahren. Es wurde interessiert nachgefragt, ermutigt, meine Abwesenheit von anderem Geschehen erduldet, korrekturgelesen und sogar fachlich diskutiert. Dafür danke ich meinem Freundes- und Familienkreis und ganz besonders meinen Eltern und meinem Mann.

Bargteheide, November 2014

Astrid Deseniss

# Inhaltsverzeichnis

<b>Geleitwort .....</b>	<b>V</b>
<b>Vorwort.....</b>	<b>IX</b>
<b>Inhaltsverzeichnis .....</b>	<b>XIII</b>
<b>Tabellenverzeichnis .....</b>	<b>XVII</b>
<b>Abbildungsverzeichnis.....</b>	<b>XIX</b>
<b>1 Einleitung.....</b>	<b>1</b>
1.1    Problemstellung und Ziel der Untersuchung .....	1
1.2    Aufbau der Untersuchung .....	4
<b>2 Theoretischer Bezugsrahmen .....</b>	<b>11</b>
2.1    Bildungsbedingungen von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund.....	11
2.1.1    Migrationsgeschichten und Migrationstypen .....	12
2.1.2    Sozioökonomische Rahmenbedingungen .....	16
2.1.3    Bildungsaspiration und Bildungserfolg .....	19
2.1.4    Erklärungsansätze für die Bildungsbenachteiligung .....	24
2.2    Lernen im Kontext von Mehrsprachigkeit.....	30
2.2.1    Mehrsprachigkeit in Familien mit Migrationshintergrund .	31
2.2.2    Spracherwerb und Sprachgebrauch von mehrsprachig aufwachsenden Kindern .....	32
2.2.3    Mündliche Sprachfähigkeiten und schulsprachliche Leistungen und Anforderungen .....	35
2.3    Mathematiklernen unter soziokultureller und sprachlicher Perspektive .....	39

---

2.3.1	Zur Verwendung des Kulturbegriffs.....	40
2.3.2	Die Rolle der Kultur beim Mathematiklernen .....	43
2.3.3	Die Rolle der Sprache beim Mathematiklernen .....	50
2.3.4	Mehrsprachigkeit und Mathematiklernen.....	58
2.4	Mathematikbezogene Vorstellungen .....	68
2.4.1	Beliefs und verwandte Konzepte.....	69
2.4.2	Erweiterung des Beliefkonzeptes.....	70
2.4.3	Strukturierung und Aspekte mathematikbezogener Vorstellungen .....	75
2.4.4	Empirischer Zugang zu Vorstellungen .....	78
2.5	Umgang mit problemhaltigen Mathematikaufgaben .....	79
2.5.1	Typen von Mathematikaufgaben.....	80
2.5.2	Bearbeitung von Problemaufgaben .....	84
2.5.3	Bearbeitung von Mathematikaufgaben mit Sachkontext .	91
2.5.4	Schwierigkeiten und Fehler bei der Aufgaben- bearbeitung .....	98
2.6	Stand der Forschung und Fragestellung der Untersuchung	102
<b>3</b>	<b>Methodologie und Methoden.....</b>	<b>109</b>
3.1	Methodologische Überlegungen .....	109
3.2	Stichprobenbeschreibung und Erhebungsdesign.....	120
3.2.1	Stichprobenbeschreibung .....	120
3.2.2	Erhebungsmethoden und Erhebungsinstrumente .....	125
3.3	Auswertungsmethoden .....	148
3.3.1	Prinzipien und Verfahren bei der Auswertung.....	148
3.3.2	Konkretisierung des Auswertungsvorgehens für Untersuchungsteile .....	157
3.4	Generalisierungsziel und Gütekriterien .....	159

---

<b>4 Ergebnisse</b> .....	<b>165</b>
4.1 Soziokulturelle und sprachliche Rahmenbedingungen .....	165
4.1.1 Soziokulturelle Rahmenbedingungen .....	167
4.1.2 Sprachliche Rahmenbedingungen .....	173
4.1.3 Profile der Probandinnen und Probanden bezüglich soziokultureller und sprachlicher Aspekte .....	193
4.2 Mathematikbezogene Vorstellungen .....	207
4.2.1 Inhaltliches Spektrum der mathematikbezogenen Vorstellungen und Verteilung bezüglich der untersuchten Gruppen .....	209
4.2.2 Mathematikbezogene Vorstellungen und Migrationshintergrund .....	249
4.3 Umgang mit Mathematikaufgaben .....	255
4.3.1 Problemlöseprozess .....	256
4.3.2 Auseinandersetzung mit der Aufgabenstellung.....	289
4.3.3 Umgang mit Mathematikaufgaben und Migrations- hintergrund .....	325
<b>5 Zusammenfassung und Ausblick</b> .....	<b>333</b>
5.1 Zusammenfassung zentraler Ergebnisse .....	333
5.1.1 Ziele und Vorgehensweise der Untersuchung .....	333
5.1.2 Ergebnisse: Mathematikbezogene Vorstellungen im Kontext von Migration .....	334
5.1.3 Ergebnisse: Umgang mit Mathematikaufgaben im Kontext von Migration .....	338
5.2 Ausblick.....	341
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	<b>353</b>
<b>Anhang</b> .....	<b>379</b>

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1:	Stichprobenstruktur .....	123
Tabelle 2:	Charakterisierung der Aufgaben.....	133
Tabelle 3:	Migrationsbiografische Hintergründe der Probandinnen und Probanden .....	167
Tabelle 4:	Bildungs- und Ausbildungsabschlüsse der Eltern.....	170
Tabelle 5:	Berufliche Beschäftigungen der Eltern .....	171
Tabelle 6:	Sprachverwendung in den Familien .....	175
Tabelle 7:	Sonstige Sprachverwendung.....	176
Tabelle 8:	Fachsprachliche Redemittel .....	181
Tabelle 9:	Verbaler Wortschatz .....	183
Tabelle 10:	Syntaktische Komplexität .....	186
Tabelle 11:	Verwendung von Konjunktionen .....	188
Tabelle 12:	Verwendung komplexer Verbformen .....	190
Tabelle 13:	Syntaktische und morphosyntaktische Fehler .....	191
Tabelle 14:	Vorstellungen über das Wesen der Mathematik .....	211
Tabelle 15:	Vorstellungen über Bedeutung und Nutzen der Mathematik.....	218
Tabelle 16:	Vorstellungen über Ursachen und Bedingungen mathematischer Kompetenz und Leistung .....	228
Tabelle 17:	Vorstellungen über das Verhältnis von Mathematik und Sprache .....	234
Tabelle 18:	Vorstellungen über guten Mathematikunterricht.....	240
Tabelle 19:	Selbstbild als Mathematiktreibende(r) .....	246
Tabelle 20:	Anteil der Phasen „Vorbereitung“, „Verständnisblockade“ und „Plandurchführung“ am Problemlöseprozess .....	259
Tabelle 21:	Häufigkeiten von Äußerungen mit möglichem Einfluss auf den Lösungserfolg.....	284

Tabelle 22:	Häufigkeiten von Fehlern und lösungsfördernden Äußerungen - aufgeschlüsselt nach Hauptkategorien .....	286
Tabelle 23:	Häufigkeiten und Verteilung der Fehler bei der Auseinandersetzung mit der Aufgabenstellung .....	287
Tabelle 24:	Bewertung der schriftlich dargestellten Lösungen .....	289
Tabelle 25:	Nicht oder nicht sicher verstandene Elemente der Aufgabenstellung .....	305

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Verstehens- und Lösungsprozess der Aufgabe „Zwei Züge“. Aus Winter (1985), S. 9. ....	146
Abbildung 2: Horizontale und vertikale Analysen .....	149
Abbildung 3: Eingang von Datenarten in Auswertungsteile .....	156
Abbildung 4: Ausprägungen und Einflüsse mathematikbezogener Vorstellungen .....	251
Abbildung 5: Abfolge der Problemlösephasen bei M+ .....	263
Abbildung 6: Abfolge der Problemlösephasen bei R+kurz .....	264
Abbildung 7: Phasen des Problemlöseprozesses „Symmetrische Wörter“ .....	266
Abbildung 8: Phasen des Problemlöseprozesses „Der große Kopf“ ..	267
Abbildung 9: Verhältnis der Heuristiken Analyse der Aufgabenstellung/ Lösungsvorschlag/ andere Vorgehensweisen in den Problemlöseprozessen .....	281