BestMasters

Mit „BestMasters“ zeichnet Springer die besten Masterarbeiten aus, die an renommierten Hochschulen in Deutschland, Österreich und der Schweiz entstanden sind. Die mit Höchstnote ausgezeichneten Arbeiten wurden durch Gutachter zur Veröffentlichung empfohlen und behandeln aktuelle Themen aus unterschiedlichen Fachgebieten der Naturwissenschaften, Psychologie, Technik und Wirtschaftswissenschaften.

Die Reihe wendet sich an Praktiker und Wissenschaftler gleichermaßen und soll insbesondere auch Nachwuchswissenschaftlern Orientierung geben.

Achim Mees

Zur Robustheit von Konfidenzbereichen und Tests für Erwartungswerte

Mit einem Geleitwort von Prof. Dr. Lutz Mattner

Springer Spektrum

Achim Mees
Trier, Deutschland

BestMasters

ISBN 978-3-658-09033-3

ISBN 978-3-658-09034-0 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-658-09034-0

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2015

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Fachmedien Wiesbaden ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media (www.springer.com)

Geleitwort

Die Konstruktion von Konfidenzbereichen und Tests für den Erwartungswert unabhängiger und identisch verteilter Beobachtungsgrößen ist ein fundamentales, einerseits direkt praxisrelevantes und andererseits für viele kompliziertere Fragestellungen mustergültiges Problem der Mathematischen Statistik. Exakt gültige und zugleich zumindest einigermaßen effiziente Lösungen dieses Problems existieren bisher nur bei Einschränkung auf eine von wenigen gut handhabbaren Verteilungsannahmen. Von der klassischen, auf Student (1908) zurückgehenden Lösung für den Normalverteilungsfall (Stichwort: t -Test) glauben auch heute noch viele Praktiker nur allzu gerne, dass sie unter nicht näher zu prüfenden Regularitätsannahmen zumindest für große Stichprobenumfänge approximativ gültig sei.

In dieser unter meiner Betreuung entstandenen Masterarbeit von Herrn Achim Mees werden zunächst in Abschnitt 2 die in der Tradition von Bahadur und Savage (1956) stehenden allgemeinen Nichtexistenzsätze bei “zu großen” Verteilungsannahmen von Pfanzagl (1998) ausführlich dargestellt. Die unseres Wissens neuen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit finden sich dann in den Abschnitten 3 und 4. Satz 3.4 verbessert ein vorheriges negatives Ergebnis von Lehmann und Loh (1990) in dreifacher Hinsicht: Die Ursache der Nichtrobustheit des t -Tests wird in der Formel (15) klar herausgearbeitet, das Ausmaß der Nichtrobustheit wird präziser angegeben, und die Zusatzannahme der Unimodalität wird als unzureichend für eine Robustheit nachgewiesen. Satz 3.5 überträgt diese Ergebnisse auf die entsprechenden Konfidenzintervalle.

Dagegen wird in der zweiten Hälfte des Abschnitts 3 in den Sätzen 3.12 und 3.13 die Verteilungsannahme der logarithmischen Konkavität als hinreichend für eine approximative Robustheit des t -Tests bei großen Stichprobenumfängen nachgewiesen. Die aus praktischer Sicht noch unbefriedigende Größe der im quantitativen Satz 3.13 auftretenden Konstanten liegt vermutlich nicht in der Sache, sondern zeigt vielmehr einen dringenden Forschungsbedarf im Gebiet der Approximationen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, hier speziell der Normalapproximation von t -Statistiken, auf.

Im abschließenden Abschnitt 4 wird ein bisher anscheinend weitgehend ignoriertes Konfidenzintervall von Guttman (1948) betrachtet, welches außer einer oberen Schranke für die Varianz keine weiteren Verteilungsannahmen benötigt, und dabei meist besser abschneidet als etwa die auf einer zusätzlichen Unimodalitätsannahme beruhenden Intervalle nach Vysochanskii und Petunin (1980).

Wir hoffen hiermit einen fruchtbaren Beitrag zu einem die Mathematische Statistik sicher noch länger beschäftigenden fundamentalen Problem vorzulegen.

Lutz Mattner

Institutionsprofil

Die Universität Trier ist eine vorwiegend geistes- und sozialwissenschaftlich geprägte, forschungsaktive und international vernetzte Hochschule mit einem Schwerpunkt in der Geschichte und Gegenwart Europas. Sie ist eine junge, dynamische Campus-Universität, die im Aufbruch ihrer Wiedergründung und aus dem Bewusstsein ihrer über fünfhundertjährigen Tradition lebt. Den Studierenden will die Universität Trier nicht nur Kenntnisse und Fähigkeiten vermitteln, sondern auch Anregungen zu Bildung und eigenständigem Nachdenken geben. Sie versteht sich nicht nur als Ort der Vorbereitung auf die berufliche Tätigkeit, sondern auch als Ort der Partizipation und kritischen Reflexion. Die Universität Trier sichert ihre Autonomie als positives Element in der Zusammenarbeit mit staatlichen, wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Partnern.

Das Fach Mathematik an der Universität Trier zeichnet sich durch theoretisch fundierte und anwendungsorientierte Studienfächer und Forschungsbereiche aus. Neben der Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie mit Anwendungen in der Finanzmathematik sind dies Numerik und Optimierung bei partiellen Differentialgleichungen, Operations Research und nichtlineare Optimierung sowie angewandte Analysis und Funktionalanalysis.

Die Forschung der Arbeitsgruppe Mattner befasst sich in erster Linie mit klassischer Mathematischer Statistik einerseits und Approximationen und Ungleichungen der Wahrscheinlichkeitstheorie andererseits, unter starker Betonung grundlegender und auch für die universitäre Lehre relevanter Fragestellungen, und in zweiter Linie mit ausgewählten Anwendungen der Statistik.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit behandelt Fragen zur Robustheit von Konfidenzbereichen und Tests. Dabei liegt der Fokus auf Konfidenzbereichen und Tests für den Erwartungswert unabhängiger identisch verteilter Beobachtungsgrößen. Neben der Zusammenfassung und Ausarbeitung bereits bestehender Ergebnisse werden auch zwei unseres Wissens neue Resultate präsentiert. Zum einen wird die Nichtrobustheit des t -Tests und ähnlicher Tests für absolut stetige unimodale Verteilungen auf einem beschränkten Intervall und zum anderen die Robustheit des t -Tests für log-konkave Verteilungen auf der reellen Achse gezeigt. Außerdem werden vier robuste Konfidenzintervalle für Erwartungswerte miteinander verglichen.

An dieser Stelle möchte ich allen Mitarbeitern des Faches Mathematik der Universität Trier für die schöne und lehrreiche Zeit danken. Meiner Familie spreche ich meinen Dank für jegliche Unterstützung und die Ermöglichung des Studiums aus.

Ein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Lutz Mattner für die Betreuung dieser Masterarbeit, insbesondere für die zahlreichen konstruktiven Gespräche und die umfangreiche Unterstützung, die bis zu dieser Veröffentlichung andauerte.

Schließlich möchte ich Springer Spektrum für die unkomplizierte Zusammenarbeit danken.

Achim Mees

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Über die Nichtexistenz von Konfidenzbereichen und (lokal) gleichmäßig konsistenten Schätzern nach [Pfa98]	3
2.1	Übersicht	3
2.2	Definitionen und vorbereitende Ergebnisse	3
2.3	Hauptergebnisse	6
2.4	Beispiele	8
2.5	Globale Grenzen	11
3	Nichtrobustheit des t-Tests und ähnlicher Tests für unimodale Verteilungen, Robustheit des t-Tests für log-konkave Verteilungen	15
4	Einige Konfidenzintervalle für den Erwartungswert	29
	Literaturverzeichnis	35