Geschichte der gleichmäßigen Konvergenz

Klaus Viertel

Geschichte der gleichmäßigen Konvergenz

Ursprünge und Entwicklungen des Begriffs in der Analysis des 19. Jahrhunderts

Mit einem Geleitwort von Dr. Gert Schubring

Springer Spektrum

Dr. Klaus Viertel
Bielefeld, Deutschland

ISBN 978-3-658-05938-5 ISBN 978-3-658-05939-2 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-658-05939-2

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Spektrum

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.
www.springer-spektrum.de

Geleitwort

Die Methodologie mathematikhistorischer Forschung hat sich erheblich verändert während den letzten Jahrzehnten; ein innovatives Buch zur Geschichte der Mathematik, *História da Matemática* (2012) der brasilianischen Forscherin Tatiana Roque drückt das in ihrem Untertitel aus *Uma visão crítica, desfazer mitos e lendas*: „Eine kritische Darstellung - Mythen und Legenden beseitigen". Es bildet einen traditionellen wirkungsträchtigen Mythos, die Mathematik des 19. Jahrhundert als die Epoche der Strenge zu werten, in Abgrenzung zur Analysis des 18. Jahrhunderts, die als naiv hinsichtlich ihrer Grundlagen abgestempelt wird, – und in ihr Cauchy als den Repräsentanten der neuen Strenge zu verklären.

Tatsächlich hatte Judith Grabiner schon 1974 ein wichtiges Stichwort geliefert mit ihrem Artikel „Is mathematical truth time-dependent?" und damit auf die Veränderbarkeit der Anforderungen an Strenge aufmerksam gemacht. Cauchy blieb aber noch einige Zeit von einer Neubewertung seiner Leistungen ausgenommen; vielmehr wurde versucht, ihn als Gründungsvater einer neuen mathematischen Disziplin, der Non-Standard Analysis, zu reklamieren, und so Kritiken an seiner Strenge zu entgehen.

Klaus Viertel prüft in seiner hier publizierten, methodologisch geleiteten Untersuchung unvoreingenommen mögliche Anteile von Cauchy an der Herausbildung des Begriffs der gleichmäßigen Konvergenz, dem eine paradigmatische Funktion für die Realisierung von Strenge in der Analysis zukommt. In den bisherigen historischen Arbeiten zur Geschichte der gleichmäßigen Konvergenz wurde versucht, den „Entdecker" dieses Begriffs zu finden und zu identifizieren. Es kam so zu einer unverbundenen Reihe von Entdeckern – sowohl eine innere Entwicklung des Begriffs als auch eventuelle konkurrierende Begrifflichkeiten wurden nicht untersucht. Der Autor konnte jedoch zeigen, dass das wesentliche Moment im mathematischen Problemfeld lag und dass mit dessen Veränderungen unterschiedliche begriffliche Mittel zur Lösung der mathematischen Probleme eingesetzt wurden. Auch Weierstraß ist nicht sofort mit einer fertigen Lösung mittels gleichmäßiger Konvergenz aufgetreten, und hat erst allmählich seinen charakteristischen Ansatz etabliert, im direkten Zusammenhang mit der Ausarbeitung seines funktionentheoretischen Forschungs-Programms.

Einen besonderen innovativen Verdienst der Untersuchung bildet die Analyse der Rezeption der verschiedenen begrifflichen Ansätze und speziell der von Weierstraß entwickelten Begrifflichkeit – und zwar nicht nur in Deutschland, sondern auch in Frankreich und in Italien.

Die umfassende Untersuchung der Entwicklung des Begriffsfeldes beruht nicht nur auf gründlichen und genauen Auswertungen von Publikationen, sondern auch auf Recherchen nach noch unbekannten Quellen in Archiven. Einen eindrucksvollen Abschluss bilden die sogenannten Exmatrikel, die Studienabgangszeugnisse vor allem von Autoren von Vorlesungsmitschriften, die uns einen aufschlussreichen Einblick in die Realität des Mathematik-Studiums im 19. Jahrhundert in Preußen geben.

Rio de Janeiro

Gert Schubring
Gastprofessor

Vorwort

Der mathematische Begriff der gleichmäßigen Konvergenz wurde für die sich im 19. Jahrhundert durchsetzende Tendenz der Strenge charakteristisch und hat sich seit dieser Zeit zu einer wesentlichen Grundlage für die Forschungen in der modernen Analysis herausgebildet. Diese Forschungen beschränkten sich zu Beginn noch auf die Untersuchungen zum Verhalten von Reihenentwicklungen und wurden später, in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhundert, vor allem durch Carl Weierstraß auf die Funktionentheorie ausgeweitet. Von A. L. Cauchy ist erstmals 1821 in seinem Lehrbuch *Cours d'analyse algébrique* ein einzelnes Theorem aufgestellt worden, das den Beginn der weiteren Entwicklung dieses Begriffs markiert. Die mathematikhistorische Forschung ist jedoch zunehmend darüber unsicher geworden, ob Cauchy in seinem *Summentheorem*, sowie in anderen Sätzen punktweise oder gleichmäßige Konvergenz im modernen Sinne zu Grunde gelegt hat. Neben der Kontroverse, ob sein Theorem falsch ist oder als richtig interpretiert werden kann, sind in der mathematikhistorischen Literatur weitere Mathematiker als mögliche Entdecker dieses Begriffs vorgestellt worden: Zunächst der Engländer George G. Stokes (1847) und fast gleichzeitig mit ihm der deutsche Philipp Ludwig Seidel (1848). Dann aber auch Carl Weierstraß mit einer Arbeit von 1841, die auf eine Schrift seines Lehrers Christoph Gudermann von 1838 zurückzuführen ist, aber erst 1894 publiziert wurde. Schließlich hat der Mathematikhistoriker Ivor Grattan-Guinness (1986) die Hypothese eines weiteren Entdeckers der gleichmäßigen Konvergenz, eines „fourth man“, eingeführt. Hierbei handelt es sich um den weniger bekannten, schwedischen Mathematiker Emanuel G. Björling (1846/47). Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf einer gründlichen begrifflichen Analyse dieser verschiedenen Ansätze zur Begriffsentwicklung. Die Voraussetzung der bisherigen Analysen war dabei stets, dass der Begriff *fertig entwickelt*, d. h. in einer zur modernen Form äquivalenten Fassung eingeführt wurde.

Die Ausgangslage meiner Forschungen war das gleichzeitige Bestehen dieser gegensätzlichen Auffassungen, ohne einen Ansatz zu deren Klärung. Eine Ursache der ungeklärten Forschungssituation ist, dass die Begriffe der Stetigkeit und der Konvergenz selbst noch nicht mit den heutigen Begriffsverständnissen übereinstimmten, sondern sich im Prozess der Entwicklung befanden. In der Literatur ist die Klärung der zeitgenössischen Begriffsbedeutung nicht als primäre Aufgabe angegangen worden.

Neben der Konzentration auf die Begründer ist vernachlässigt worden zu untersuchen, wie der Begriff rezipiert und in welchen Anwendungen allgemein herausgestellt wurde. In der vorliegenden Arbeit bilden Rezeption und Anwendung wesentliche Elemente einer historischen Untersuchung.

Der Ansatz, Fachwissenschaft als ein Kommunikationssystem zu verstehen – ausgehend von den Untersuchungen zu *scientific communities* in Wissenschaftsgeschichte und Wissenschaftssoziologie –, hat zu vielen neuen Ergebnissen geführt. Die Differenzen und Gegensätze in mathematischen Begriffsbedeutungen wurden in Beziehung zu unterschiedlichen Problemauffassungen und -lösungskonzepten in unterschiedlichen *communities* gesetzt.

Bisher ist nicht klar gewesen, ob die von den „Entdeckern“ gegebenen oder implizierten Begriffsbedeutungen deckungsgleich sind und inwieweit die jeweiligen Protagonisten der bisherigen historischen Darstellungen in einem *gemeinsamen* Kommunikationszusammenhang gestanden haben. Es ist also die implizite Unterstellung der gesamten bisherigen Literatur zu hinterfragen, dass die Mathematik im damaligen Europa einen gemeinsamen Kommunikationsraum und damit eine einheitliche *community* gebildet hat.

Die Analysen der jeweiligen Beiträge zu dem Begriffskontext haben ergeben, dass es tatsächlich eine lang andauerende und vielseitige Begriffsentwicklung der gleichmäßigen Konvergenz gab. Er hat sich dabei weder unmittelbar in der heutigen Form herausgebildet, noch konnte sich eine der verschiedenen Begriffsausprägungen sofort in allen fachlichen *communities* durchsetzen. Vielmehr hat der Begriff Veränderungen und Umformungen erfahren: Es wird gezeigt, dass der Begriff nicht direkt als bevorzugtes Konzept herangezogen wurde, um die zeitgenössischen mathematischen Fragestellungen zu lösen, sondern dass es zunächst noch verschiedene Begriffsbildungen gegeben hat.

Der wesentliche historische und zugleich auch methodische Ansatz ist daher, die jeweilige Begriffsbedeutung im begrifflichen Horizont der jeweiligen mathematischen *community* herauszuarbeiten und zu analysieren.

Dafür hat sich als besonders fruchtbar die Erforschung der Entwicklung der Ansätze von Weierstraß erwiesen. Neue Erkenntnisse zur Entwicklung der gleichmäßigen Konvergenz konnten insbesondere durch Ermittlung und Auswertung aller auffindbaren und überlieferten Mitschriften seiner Vorlesungen gewonnen werden, die Studenten im Anschluß an die gehörten Vorlesungen ausarbeiteten und die auch über die Grenzen von Deutschland hinaus in anderen mathematischen *communities* rezipiert wurden. Für die Ermittlung solcher Vorlesungsmitschriften wurden umfangreiche Archivrecherchen durchgeführt.

Dieses Buch ist als mathematikgeschichtliche Dissertation an der Fakultät für Mathematik der Universität Bielefeld entstanden.

Erläuternde Anmerkungen innerhalb der Zitate sind durch eckige Klammern gekennzeichnet. Das Lehrbuch *Cours d'analyse algébrique* von A. L. Cauchy lag in drei unterschiedlichen Übersetzungen vor, von denen zwei in Deutsch (1828 u. 1885) und die dritte in Englisch (2009) verfasst wurde. An dieser Stelle sei noch auf eine weitere, spanische Übersetzung (1994) verwiesen, die für dieses Buch allerdings nicht herangezogen wurde.

Kurz nach der Verteidigung meiner Dissertation erschien das Buch *Cauchy, Abel, Seidel, Stokes et la convergence uniforme* (2013) von Gilbert Arsac, der eine genaue Begriffsanalyse der Beiträge von Abel, Seidel und Stokes vom Standpunkt der modernen Mathematik vorlegt. Bei einigen der Begriffsanalysen konnte in Fußnoten noch auf seine Ergebnisse eingegangen werden.

Die Mehrzahl der Zitate aus dem *Cours* stammt aus der Übersetzung von Carl Itzigsohn, die wegen ihrer hohen Authenzität herangezogen wurde und dem Leser den Zugang zu diesen Quellen erleichtern sollte. Als bis dato aktuellste Übersetzung dieses wichtigen Grundlagenwerkes wurde außerdem die kommentierte englische Ausgabe von Bradley und Sandifer herangezogen. Mittels ihrer Kommentierung werden methodologische Probleme diskutiert, wie sie im ersten Kapitel für Interpretationen historischer Texte reflektiert werden. Alle weiteren Passagen sind dem französischen Originaltext entnommen.

Mein besonderer Dank gilt Gert Schubring für seine hervorragende Betreuung. Ich danke außerdem dem Mittag-Leffler Institut für ihre Mühen, mir die Schwarz-Mitschrift von 1861 zugänglich zu machen, den Archives de l'Académie des Sciences de Paris, die mir die Analyse des bedeutenden Briot-Bouquet Manuskript ermöglichten, das hier zum ersten Mal über-

haupt mathematikhistorisch untersucht wurde, und Herrn Jesper Lützen für eine Vielzahl von Hinweisen zu meiner Dissertation, die für die Fertigstellung dieses Buches sehr hilfreich waren.

Klaus Viertel

Inhaltsverzeichnis

Geleitwort V

Vorwort VII

Abbildungsverzeichnis XV

1 Reflexionen zur Methodologie 1
1.1 Einleitung 1
1.2 Methodologien der Wissenschaftsgeschichte im Allgemeinen 2
1.2.1 Eine Darstellung der Paradigmen-Theorie von Thomas Kuhn 2
1.2.2 Kuhns Kritik an der Tradition des Lehrbuchs 4
1.2.3 Motive wissenschaftlichen Forschens im Rahmen der Merton-These 5
1.2.4 Wissenschaftlicher Fortschritt durch scientific revolutions (Kuhn) 8
1.2.5 Gibt es scientific revolutions in der Mathematik? 9
1.3 Methodologien der Mathematikgeschichte 12
1.3.1 Die history- und heritage-Methoden nach Grattan-Guinness 13
1.3.2 Das Konzept einer objektiven Hermeneutik 15

2 A. L. Cauchys Summentheorem 19
2.1 Umberto Bottazzini: Mathematische Strenge als *historical concept* 19
2.2 Beweise als Mittel zum Verständnis der Meta-Mathematik 20
2.3 Zur Person A. L. Cauchy 20
2.4 Der berühmte Satz über die Summation stetiger Glieder 21
2.4.1 Die Vorarbeit zu konvergenten Reihen 21
2.4.2 „Satz und Beweis“ 22
2.4.3 Die binomische Erweiterung 23
2.4.4 Mehrfachen Grenzwertprozessen bei Cauchy 24
2.5 Probleme der Modernisierung 25
2.5.1 Hat Cauchy absolute Konvergenz eingeführt? 25
2.5.2 Gibt es den Limes superior in Cauchys Konvergenzkriterien? 26
2.6 Cauchy und die Etablierung der Strenge in der Mathematik 28
2.7 Über einige Voraussetzungen und Konventionen bei Cauchy 28
2.8 Cauchys neues Summentheorem 30
2.8.1 Der Beweis 31
2.8.2 Auf dem Weg zur gleichmäßigen Konvergenz 32
2.8.3 Der Einfluss durch Briot und Bouquet 33
2.8.4 Ein Resümee des Manuskripts von 1853 34
2.8.5 Rezeptionen nach dem Theorem von 1853 36

3 Reaktionen von Cauchys Zeitgenossen 39
3.1 Abels Kritik an Cauchys Summentheorem 39
3.2 Die Abel'schen Lehrsätze im Beweis des binomischen Theorems 40
3.2.1 Der Beweis von Lehrsatz IV resp. V 40
3.2.2 Die Forderung nach Gleichmäßigkeit zur Rettung von Abels Beweisen 42
3.3 Das Problem der Vertauschbarkeit bei Abel und Cauchy 43

3.4 Resümee ... 44
3.5 Die Rolle der absoluten Konvergenz ... 45
3.5.1 Der Beginn: Die Cauchy-Produktformel bei Cauchy und Abel ... 45
3.5.2 Dirichlet und Riemann ... 46
3.5.3 Dem Niedergang entgegen: Der Beitrag von Du Bois-Reymond ... 47
3.6 Dirichlets Beitrag als Reaktion auf Cauchy ... 48

4 Die historiographische Diskussion über Cauchys Summentheorem ... 51
4.1 Bewertung in der Mathematischen Enzyklopädie ... 51
4.2 Der Stand der traditionellen Mathematikhistoriographie nach Pringsheim ... 53
4.2.1 The History of the Calculus (1949) ... 53
4.2.2 Elements d'histoire des mathématiques (1960) ... 54
4.3 Moderne Mathematikhistoriograhie ... 55
4.3.1 Die Nichtstandardanalysis nach Abraham Robinson ... 55
4.3.2 War Cauchys Mathematik isoliert von der Mathematik seiner Zeit? ... 65
4.3.3 Der Beweis von 1853 im Licht von Spalt und Laugwitz ... 70
4.3.4 Der Satz von der stetigen Konvergenz – Spalts Revision der bisherigen Cauchy-Interpretationen ... 73
4.3.5 Klassische Auswertungen von I. Grattan-Guinness und U. Bottazzini ... 78
4.3.6 Ist das Konzept der Gleichmäßigkeit allgegenwärtig? ... 80
4.3.7 Eine schwierige Rekonstruktion des Beweises von 1853 ... 80
4.3.8 La Notion essentielle de convergence uniforme – Dugacs Fazit über den Konvergenzbegriff im ersten Summentheorem ... 81

5 Das Phänomen der Gleichzeitigkeit von 1846/47 ... 83
5.1 Philipp Seidel ... 83
5.1.1 Der Beweis seines Summentheorems ... 84
5.1.2 Die unendlich langsame Konvergenz ... 86
5.1.3 Fazit zu Seidels Beweis ... 86
5.1.4 Rezeptionen Seidels im 19. Jahrhundert ... 87
5.1.5 Moderne Rezeptionen Seidels – Pierre Dugac ... 90
5.2 George Gabriel Stokes ... 92
5.2.1 Stokes' ›kurzer‹ Beweis ... 92
5.2.2 Erklärungsansätze für die Motivation von Stokes ... 93
5.3 Rezeptionen und die Frage der Erstentdeckung einer neuen Konvergenzform ... 94
5.3.1 Die Rezeption in der mathematischen Monographie von R. Reiff ... 95
5.3.2 Godfrey Harold Hardy und seine Interpretation der not-infinitely slow convergence ... 95
5.4 E. G. Björling ... 97
5.4.1 Björlings Interpretation eines »höchst gewichtigen« Satzes ... 98
5.4.2 Sein Summentheorem mit Beweis ... 99
5.4.3 Gibt es begriffliche Neuheiten? ... 101
5.4.4 Rezeption der Björling-Werke vom 19. Jahrhundert bis heute ... 102
5.5 Resümee ... 107
5.5.1 Björlings Rolle in der Geschichte der gleichmäßigen Konvergenz ... 107
5.5.2 Das Phänomen der Gleichzeitigkeit ... 108

6 Die Begriffsentwicklung der gleichmäßigen Konvergenz in Weierstraß' Vorlesungen ... 111
6.1 Einleitung ... 111
6.1.1 Die Konvergenzbegriffe in Gudermanns Arbeit ... 111
6.1.2 Die Rolle von Karl Weierstraß ... 116
6.1.3 Das mathematische Seminar in Berlin ... 118
6.1.4 Forschungsschwerpunkt: Vorlesungsmitschriften ... 119
6.2 Der Begriff der unbedingten Konvergenz bei Weierstraß vor 1864 ... 122
6.3 Unbedingte und absolute Konvergenz im Diktat an Mertens (1863) ... 124
6.4 Die Mitschriften von Schmidt und Schwarz aus der Zeit am Gewerbe-Institut ... 124
6.5 Die Vorlesungen der Jahre 1865 bis 1870 an der Universität zu Berlin ... 126
6.5.1 Unbedingte und gleichmäßige Konvergenz ... 127
6.5.2 Ein anonymes Skript über Elliptische Funktionen (1870) ... 129
6.5.3 Die Mitschriften von Killing und Kiepert (1868) ... 131
6.6 Die Herausbildung des Weierstraß'schen Gleichmäßigkeitsbegriffs ab 1870 ... 132
6.6.1 Übergangsphasen der Formulierungen ... 132
6.6.2 Die Hettner-Mitschrift (1874) ... 133
6.6.3 Die Mitschriften Rudio und Hurwitz (1878) ... 134
6.6.4 Die Einführung der unbedingten Konvergenz im Lehrjahr 1878 ... 138
6.7 Die späten Vorlesungen und Forschungen von 1880 bis 1886 ... 139
6.7.1 Die Kneser-Mitschrift (1880/81) ... 139
6.7.2 Die Thieme-Mitschrift (1882/83) ... 141
6.7.3 Die Ergänzungsveranstaltung Ausgewählte Kapitel aus der Funktionenlehre (1886) ... 142
6.8 Der Durchbruch für die Epsilon-Delta-Notation ... 144
6.9 Die Verwendung der gleichmäßigen Konvergenz in den Publikationen von Weierstraß ... 145
6.9.1 Über die Veröffentlichung Zur Functionenlehre (1880) ... 145
6.9.2 Nachtrag zu den Publikationen Zur Theorie der eindeutig analytischen Functionen ... 146
6.10 Resümee ... 147
6.10.1 Parallel auftretende Ausdrucksformen der gleichmäßigen Konvergenz ... 147
6.10.2 Turnusmäßige Vorlesungen ohne den Begriff der gleichmäßigen Konvergenz ... 148
6.10.3 Die Anwendung der gleichmäßigen Konvergenz im Laufe der Vorlesungen ... 148
6.10.4 Ein Kriterium für gleichmäßige Konvergenz ... 149
6.10.5 Schlussbemerkung ... 150
6.11 Kurzübersicht der untersuchten Vorlesungsmitschriften ... 151

7 Weiterentwicklungen und Anwendungen ... 153
7.1 Einleitung ... 153
7.2 Beiträge der Schüler und Mitarbeiter von Karl Weierstraß ... 153
7.2.1 Hermann Amandus Schwarz (1843-1921) ... 153
7.2.2 Du Bois-Reymond und das Thema der stetigen, nicht-differenzierbaren Funktionen ... 155
7.2.3 Das Summentheorem von Paul Du Bois-Reymond (1831-1889) ... 155
7.2.4 Eduard Heine (1821-1881) ... 157
7.2.5 Axel Harnack (1851-1888) ... 159
7.2.6 Otto Stolz (1842-1905) ... 160

7.2.7 Weiterentwicklungen in Italien ... 162
7.2.8 Ein Resümee über die italienischen Entwicklungen ... 168
7.2.9 Weiterentwicklungen in Frankreich ... 168
7.3 Ausblick auf das 20. Jahrhundert ... 178

8 Ausblick ... 181
8.1 Vorwort ... 181
8.2 Über die Anwendung der gleichmäßigen Stetigkeit bei Cauchy ... 181
8.3 Lejeune Dirichlet und eine Fundamentaleigenschaft der stetigen Funktionen ... 183
8.4 Die gleichmäßige und ungleichmäßige Stetigkeit bei Ulisse Dini ... 186
8.5 Eduard Heines Eigenschaft continuirlicher Functionen ... 187
8.6 Die gleichmäßige Stetigkeit bei Weierstraß ... 188
8.7 Fazit zur Rezeption ... 189

9 Anhänge ... 191
9.1 Transkription des *mémoire* von J.-C. Bouquet und C. Briot vom 7. Februar 1853 ... 191
9.2 Transkription des *mémoire* von J.-C. Bouquet und C. Briot vom 21. Februar 1853 ... 199
9.3 Übersetzung der Abhandlung *Om oändliga serier* … (1853) von E. G. Björling ... 201
9.4 Übersetzung der Abhandlung *Sur Les Séries Trigonométriques* (1883) von H. Poincaré ... 211
9.5 Die Reproduktionen der Abgangszeugnisse ... 213

Literaturverzeichnis ... 237
Quellen ... 237
Publikationen ... 239

Index ... 249

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Das erste Summentheorem von Cauchy. Quelle: Cauchy 1853. 23

Abbildung 2: Der *valeur numérique* einer Summe (Bottazzini 1992, 142). 25

Abbildung 3: Ein Konvergenzkriterium für unendliche Reihen (Cauchy 1821, 146). 26

Abbildung 4: Ein THÉORÈME über die Konvergenz von Potenzreihen (Cauchy 1821, 151). ..27

Abbildung 5: Zwei Korollare zu Potenzreihen (Cauchy 1821, 152 f.). 28

Abbildung 6: Cauchys späteres Summentheorem (Cauchy 1853). 31

Abbildung 7: Abels Einführung der Produktformel für Reihen (1826). 45

Abbildung 8: Abels Version der Cauchy-Produktformel (1826). 46

Abbildung 9: Stetigkeit in Cauchys *Cours d'analyse* (1821). 70

Abbildung 10: Einleitung des PREMIÈRE PARTIE, *Cours d'analyse* (1821). 74

Abbildung 11: Cauchy 1821, 45. 75

Abbildung 12: Heinrich Liebmann über multiple Grenzprozessen. (Liebmann 1900, 51)......89

Abbildung 13: Die erste Seite von John R. Youngs Artikel. 94

Abbildung 14: Belegbogen des Studenten Wilhelm Killing aus dem WS 1867/68..............121

Abbildung 15: Pringsheim 1899, 34. 138

Abbildung 16: Mitschriften der Vorlesung *Ausgewählte Kapitel aus der Funktionenlehre*..143

Abbildung 17: Der Einsatz von Epsilon-Größen in (Cauchy 1823, 124 f.). 183