Realitätsbezüge im Mathematikunterricht

Mathematisches Modellieren ist ein zentrales Thema des Mathematikunterrichts und ein Forschungsfeld, das in der nationalen und internationalen mathematikdidaktischen Diskussion besondere Beachtung findet. Anliegen der Reihe ist es, die Möglichkeiten und Besonderheiten, aber auch die Schwierigkeiten eines Mathematikunterrichts, in dem Realitätsbezüge und Modellieren eine wesentliche Rolle spielen, zu beleuchten. Die einzelnen Bände der Reihe behandeln ausgewählte fachdidaktische Aspekte dieses Themas. Dazu zählen theoretische Fragen ebenso wie empirische Ergebnisse und die Praxis des Modellierens in der Schule. Die Reihe bietet Studierenden, Lehrenden an Schulen und Hochschulen wie auch Referendarinnen und Referendaren mit dem Fach Mathematik einen Überblick über wichtige Ergebnisse zu diesem Themenfeld aus der Sicht von Expertinnen und Experten aus Hochschulen und Schulen. Die Reihe enthält somit Sammelbände und Lehrbücher zum Lehren und Lernen von Realitätsbezügen und Modellieren.

Herausgegeben von

Prof. Dr. Werner Blum, Universität Kassel

Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri, Universität Kassel

Prof. Dr. Gilbert Greefrath, Universität Münster

Prof. Dr. Gabriele Kaiser, Universität Hamburg

Prof. Dr. Katja Maaß, Pädagogische Hochschule Freiburg

Rita Borromeo Ferri • Gilbert Greefrath
Gabriele Kaiser (Hrsg.)

Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule

Theoretische und didaktische
Hintergründe

Bandherausgeber/innen

Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri
Universität Kassel, Deutschland
borromeo@mathematik.uni-kassel.de

Prof. Dr. Gabriele Kaiser
Universität Hamburg, Deutschland
gabriele.kaiser@uni-hamburg.de

Prof. Dr. Gilbert Greefrath
Universität Münster, Deutschland
greefrath@uni-muenster.de

ISBN 978-3-658-01579-4
DOI 10.1007/978-3-658-01580-0

ISBN 978-3-658-01580-0 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2013

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürfen.

Planung und Lektorat: Ulrike Schmickler-Hirzebruch | Barbara Gerlach

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.
www.springer-spektrum.de

Vorwort

Realitätsbezüge und Modellierung spielen in der didaktischen Diskussion zu einem innovativen Mathematikunterricht schon seit Jahrzehnten eine bedeutende Rolle. In den letzten Jahren haben Realitätsbezüge aber auch verstärkt in die Curricula und Bildungsstandards für den Mathematikunterricht aller Schulstufen sowie in die Unterrichtspraxis Einzug gehalten.

Entsprechend gibt es seit vielen Jahren eine Fülle von Unterrichtsvorschlägen zur Realisierung eines auf Realitätsbezüge und Modellierung ausgerichteten Mathematikunterrichts, unter anderem seit 20 Jahren im Rahmen der ISTRON-Reihe. Aber auch empirische Untersuchungen, sowohl qualitativ als auch quantitativ orientiert, werden seit vielen Jahren durchgeführt, sodass es zunehmend empirische Evidenzen zu den Möglichkeiten, aber auch den Schwierigkeiten der Integration von Realitätsbezügen in den Mathematikunterricht gibt.

Die Darstellungen dieser empirischen Studien und ihrer theoretischen Hintergründe sind jedoch häufig in Sammelbänden, Zeitschriften und insbesondere in Dissertationen zu finden, die oft nur in der spezialisierten Fachdiskussion zur Kenntnis genommen werden. Die mit diesem Band eröffnete Reihe *Realitätsbezüge im Mathematikunterricht* bietet die Möglichkeit, diese Studien und ihre Hintergründe einem breiteren Publikum zugänglich zu machen, d. h. in der Lehreraus- und -fortbildung Tätigen, Promovierenden, aber auch engagierten Studierenden. Dabei bemüht sich diese Reihe, über den engeren Kreis der bereits mit Realitätsbezügen im Mathematikunterricht vertrauten Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern hinaus, weitere Kreise in die Diskussion einzubinden. Insbesondere für die Lehrerbildung sind die theoretischen Grundlagen und die vorhandenen empirischen Studien, aber auch unterrichtliche Erfahrungen geeignet, Anregungen zu geben.

Der erste Band beginnt mit einem Übersichtsartikel, der in die Diskussion zu Realitätsbezügen und Modellierung einführt und sie von anderen didaktischen Ansätzen abgrenzt sowie die grundlegenden Begrifflichkeiten darstellt. Im Weiteren finden sich empirische Studien zu verschiedenen Aspekten des Lehrens und Lernens von mathematischem Modellieren sowie unterrichtliche Beispiele auf Grundlage von einschlägigen Erfahrungen.

Wir hoffen, dass die im Band abgedruckten Beiträge vielfältige Einsichten in das Lehren und Lernen von Realitätsbezügen und Modellierung im Mathematikunterricht be-reithalten und die Leserschaft auf die weiteren Bände, die in lockerer Reihenfolge zu verschiedenen Aspekten aus diesem Themenbereich erscheinen sollen, neugierig machen.

Die Herausgeberinnen und Herausgeber der Reihe

Werner Blum

Rita Borromeo Ferri

Gilbert Greefrath

Gabriele Kaiser

Katja Maaß

Inhaltsverzeichnis

Einführung: Mathematisches Modellieren Lehren und Lernen in Schule und Hochschule	1
<i>Rita Borromeo Ferri, Gilbert Greefrath und Gabriele Kaiser</i>	
Teil I: Theorie	9
1 Mathematisches Modellieren – Eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe	11
<i>Gilbert Greefrath, Gabriele Kaiser, Werner Blum und Rita Borromeo Ferri</i>	
Teil II: Empirische Studien zum mathematischen Modellieren	39
2 Effekte kurzzeitiger Interventionen auf die Entwicklung von Modellierungskompetenzen	41
<i>Rita Borromeo Ferri, Susanne Grünwald und Gabriele Kaiser</i>	
3 Umgang mit realitätsbezogenen Kontexten in der Sekundarstufe II	57
<i>Andreas Busse</i>	
4 Modellieren beim Nutzen von Darstellungen in statistischen Kontexten. Hierarchische Beschreibung und Bedingungsvariablen eines Aspekts mathematischer Kompetenz	71
<i>Sebastian Kuntze</i>	
5 Eine empirische Studie zum mathematischen Modellieren im Sport	95
<i>Matthias Ludwig und Xenia-Rosemarie Reit</i>	
6 Lesekompetenz und mathematisches Modellieren	125
<i>Stanislaw Schukajlow</i>	

Teil III: Modellierungsbeispiele und Erfahrungen aus der Praxis	145
7 Modellierungsproblem Dart spielen	147
<i>Martin Bracke, Simone Göttlich und Thomas Götz</i>	
8 Daten- und Wahrscheinlichkeitsanalyse als Modellierung	163
<i>Andreas Eichler und Markus Vogel</i>	
9 Modellieren mit digitalen Werkzeugen	181
<i>Gilbert Greefrath und Jens Weitendorf</i>	
10 Von der Welt ins Modell und zurück	202
<i>Hans-Wolfgang Henn und Jan Hendrik Müller</i>	
11 Blockabfertigung im (Tauern-)Tunnel. Ein aktuelles Thema aus dem Problemkreis der Verkehrserziehung	221
<i>Hans-Stefan Siller</i>	
Sachverzeichnis	237

Einführung: Mathematisches Modellieren Lehren und Lernen in Schule und Hochschule

Rita Borrromeo Ferri, Gilbert Greefrath und Gabriele Kaiser

Mathematisches Modellieren in Schule und Hochschule ist ein noch relativ junges Forschungsfeld, das aber in der nationalen und internationalen mathematikdidaktischen Diskussion seit einigen Jahren besondere Beachtung findet.

Bereits in der Mitte des 19. Jahrhunderts entsteht das Sachrechnen als didaktische Richtung und erste Ansätze zur Integration von Anwendungen der Mathematik in den Unterricht gibt es seit Anfang des zwanzigsten Jahrhunderts (z. B. im 1924 erschienenen Band III der Methodik des mathematischen Unterrichts von Walter Lietzmann, für Details siehe Kaiser-Meßmer, 1986, Bd. 1), aber systematische wissenschaftliche Untersuchungen zur empirischen Umsetzung dieser Ansätze in den Mathematikunterricht finden sich in größerem Umfang erst seit Mitte der 70er Jahre des 20. Jahrhunderts, im Wesentlichen im angelsächsischen Raum. Vor allem das Shell Centre in Nottingham führte kleinere qualitativ orientierte empirische Studien durch (Treilibs 1979, Treilibs, Burkhardt und Low, 1980). Dort wurde insbesondere die Phase der Aufstellung der realen und mathematischen Modelle untersucht, unter anderem mit Ingenieursstudierenden, um daraus erste Konsequenzen für das Lernen und Lehren von Modellierung zu entwickeln. Kaiser-Meßmer hat bereits 1986 in ihrer umfassenden Studie eine historische Aufarbeitung der Entwicklungsstränge des mathematischen Modellierens geleistet, auf die an dieser Stelle verwiesen werden soll. Daran anknüpfende Weiterentwicklungen und aktuelle Perspektiven stellen einen wichtigen Bestandteil dieses Buches dar.

Nimmt man das aktuelle Jahr 2013 in den Blick wird deutlich, dass sich nicht nur in Deutschland, sondern weltweit das Interesse für das Lehren und Lernen von mathematischem Modellieren enorm gesteigert hat, was sich nicht zuletzt in der Fülle von Publikationen zeigt. Seit dem Jahr 2000 verzeichnet die Datenbank „Mathematics Education Database“ über 1000 Publikationen mit *Modellieren* im Titel. In den letzten Jahren wurden auch viele neue theoretische Ansätze und Überlegungen zur Integration von Anwendungen und Modellierung in den Mathematikunterricht entwickelt, die neben vielen qualitativen und quantitativen Studien zum Lernen und Lehren in diesem Bereich das

Forschungsgebiet *Modellierung im Mathematikunterricht* entscheidend vorangetrieben haben. Diese Arbeiten wurden und werden national und international auf Konferenzen präsentiert, insbesondere auf der alle zwei Jahren stattfindenden International Conference on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA), deren Proceedings den jeweils aktuellen Stand der internationalen Diskussion abbilden. Die einschlägige ICMI Study zu „Modelling and Applications in Mathematics Education“ (Blum et al., 2007) verdeutlicht, wie stark sich die wissenschaftliche Diskussion in diesem Feld inzwischen weiter entwickelt hat. Auch der Hauptvortrag von Blum mit dem Titel „Quality teaching of mathematical modelling – what do we know, what can we do?“ auf dem 12th International Congress on Mathematical Education 2012 in Seoul zeigt auf, dass Modellierung im Mathematikunterricht inzwischen ein anerkanntes und spannendes Forschungsfeld der Mathematikdidaktik geworden ist.

Im deutschsprachigen Bereich gibt es seit 1991 die ISTRON-Gruppe. Zu den Aktivitäten der Gruppe gehören neben der Herausgabe einer Schriftenreihe die Dokumentation und Entwicklung von schulgeeigneten Materialien zum realitätsorientierten Lehren und Lernen von Mathematik sowie alle Arten von Initiativen, solche Materialien in die Schulpraxis einzubringen.

Mathematisches Modellieren ist deutschen Mathematiklehrkräften vor allem durch die Einführung der Bildungsstandards im Jahr 2003 (siehe Blum et al. 2006) als eine der allgemeinen mathematischen Kompetenzen bekannt geworden. Obwohl mathematisches Modellieren als ein wichtiges Thema von der Grundschule bis zur Hochschule wahrgenommen wird, gibt es dennoch viele Vorbehalte, Hindernisse und Unsicherheiten, wie diese wichtige Kompetenz im Unterricht eingeführt und behandelt, wie als Lehrperson interveniert oder wie Modellierungsprozesse adäquat benotet werden können (Maaß 2008, Borromeo Ferri/Blum, im Druck). Blum hat in vielen Vorträgen und Publikationen oft die provokante und berechtigte Frage gestellt, ob mathematisches Modellieren „zu schwer für Schüler und Lehrer?“ ist (Blum 2007). Resümierend beantwortet er – anstelle aller, die in diesem Bereich forschen und lehren, die Frage auf folgende Weise: „Mathematisches Modellieren kann gelernt und gelehrt werden! Die Lehrpersonen müssen die für das Modellieren wichtigen und spezifischen Kompetenzen erwerben, so dass die Anwendung von Mathematik somit zu einem natürlichen Bestandteil des Unterrichts wird (Blum, im Druck)“

Die spezifischen Kompetenzen, die Lehrpersonen zum Unterrichten von mathematischer Modellierung erwerben und dann anwenden sollen, sind zwar theoretisch bereits in einem Kompetenzmodell beschrieben (Borromeo Ferri/Blum 2009) und durch empirische Erfahrungen ergänzt (Kaiser/Schwarz 2010, Maaß/Mischo 2010), aber noch nicht operationalisiert. Das stellte ein Forschungsdesiderat dar, das in aktuell geplanten Projekten angegangen werden soll. Dieses Kompetenzmodell zum Lehren und Lernen von mathematischem Modellieren bildet die Grundlage für die Gliederung dieses Buches und soll im Folgenden kurz dargestellt werden:

Das Kompetenzmodell umfasst vier Dimensionen, eine theoretische Dimension, eine aufgabenbezogene Dimension, eine unterrichtsbezogene Dimension sowie eine diagnostische Dimension.

Die *theoretische Dimension* beinhaltet die Kompetenz, dass Lehrende die Ziele des Modellierens (siehe unter anderem Kaiser-Meißner 1986, Blum 1985, Maaß 2004) kennen und diese auch in ihrem Unterricht erreichen wollen, und zwar in den jeweils unterrichteten Altersstufen auf verschiedenen Ebenen. Von großer Bedeutung ist das Wissen über den Modellierungskreislauf samt dessen einzelnen Phasen. Dabei gibt es in der einschlägigen Diskussion weder national noch international einen Konsens über einen Modellierungsbeispielen zugrundeliegenden Modellierungskreislauf, vielmehr werden unterschiedliche Modellierungskreisläufe im Hinblick auf die Zielsetzung für den Unterricht oder die Forschung unterschieden (Borromeo Ferri 2006). Da das Wissen und die Verinnerlichung dieser idealtypischen Kreisläufe auch für die weiteren Dimensionen, vor allem die aufgabenbezogene und die diagnostische Dimension, zentral ist, sollten Lehrenden zumindest zwei Kreislauftypen bekannt sein. Unverzichtbar erscheint das Wissen über einen siebenschrittigen Kreislauf (siehe unter anderem Blum/Leiß 2005, Borromeo Ferri 2011), da dieser bezüglich diagnostischer Kompetenzen bedeutsam ist sowie über einen vierschrittigen Kreislauf (etwa Kaiser-Meißner 1986, Maaß 2004, Ortlieb et al., 2009), um diesen als Instrument zur Förderung metakognitiver Aktivitäten der Lernenden im Unterricht einzusetzen. Ergänzend ist noch der von Greefrath (2011) beschriebene Modellierungskreislauf zu nennen, der vor allem den Einsatz von Technologien beim Modellieren berücksichtigt.

Im theoretischen Teil dieses Buchs (Kapitel I) wird auf die eben genannten Hintergründe zu Zielen, Kreisläufen und Perspektiven des Modellierens eingegangen. Des Weiteren rückt in einer theoretischen Auseinandersetzung, eingebettet in eine empirische Studie, noch der Begriff der Modellierungskompetenz in Verbindung mit „Mathematical Literacy“ in den Fokus. Verstärkt wurden in der internationalen Diskussion zum mathematischen Modellieren Gemeinsamkeiten und Unterschiede mathematischen Problemlösens und mathematischen Modellierens diskutiert (siehe Lesh/Doerr 2003, Lesh/Zawojewski 2007). In dieser Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe werden diese beiden Konzepte bzw. Kernkompetenzen nochmals aus einer gemeinsamen Perspektive betrachtet und tragen so zu einem verstärkten Hintergrundwissen für Lehrende bei.

Zur *aufgabenbezogenen Dimension* soll die Kompetenz der Lehrenden gehören, auf der Basis vielfältiger eigener Erfahrungen selbstständig einfache und komplexe Modellierungen durchführen zu können. Nur wer selbstständig unterschiedliche Probleme aus vielfältigen Kontexten modelliert hat, kann später im Unterricht oder in Universitätsseminaren reflektiert und erfahrungsreich mit den Lernenden umgehen. Modellierungsaufgaben – ob in Schule oder Lehrerbildung verwendet – können im Allgemeinen gut entlang der Phasen des Modellierungskreislaufs analysiert und beurteilt werden. Die Entwicklung von eigenen neuen Aufgaben oder die Weiterentwicklung zu Modellierungsaufgaben z. B. aus geschlossenen Schulbuchaufgaben bilden eine weitere wichtige

Kompetenz für Lehrende. Deutlich wird bei dieser Dimension, welche Bedeutung das theoretische Wissen dabei hat, was zuvor beschrieben wurde.

In Kapitel 2 des Buches liegt der Fokus auf Ergebnissen empirischer Studien, in denen auch Aufgabenformate eine grundlegende Rolle spielen – generell sind gute Modellierungsaufgaben zentral für qualitätsvollen Unterricht und für Forschungszwecke, beispielsweise für die Rekonstruktion kognitiver Prozesse der Lernenden oder für die Untersuchung des Interventionsverhaltens der Lehrpersonen. Realitätsnahe Probleme sind durch die unterschiedlichsten Kontexte geprägt. In welchem Maße solche realen Kontexte das Modellierungsverhalten von Lernenden beeinflussen können, wird in dem zweiten Kapitel durch eine Studie verdeutlicht. Dabei wird ersichtlich, wie sensibel die Lehrperson bei der Auswahl von Kontexten sein sollte und andererseits, welche – teils völlig unerwarteten – Reaktionen auf bestimmte Kontexte von der Seite der Lernenden erfolgen können, die völlig unerwartet waren. Es gibt viele Modellierungsaufgaben, die auf breites Interesse bei Schülerinnen und Schülern stoßen, etwa aus dem Bereich des Sports. Dem widmet sich ein Artikel, der nicht nur eingehend eine Analyse dieser (Tennisschläger-)Aufgabe vornimmt, was wiederum die Bedeutung dieser Kompetenz für Lehrende hervorhebt, sondern auch Ergebnisse der unterrichtlichen Umsetzung in verschiedenen Jahrgängen aufzeigt. Von Interesse war dabei unter anderem die Frage, ob sich Unterschiede bei den Modellierungskompetenzen der einzelnen Jahrgänge messen lassen. Die Untersuchung von Modellierungskompetenzen bei Lernenden und Lehrenden ist immer noch ein weites Forschungsfeld und es sind noch viele Fragen offen. In einem weiteren Beitrag in Kapitel 2 wurde untersucht, ob sich Effekte kurzzeitiger Interventionen auf die Entwicklung von Modellierungskompetenzen messen lassen, d. h. ob bei Lernenden der Klasse 9 nach drei Modellierungstagen bereits eine Förderung von Modellierungskompetenzen zu verzeichnen ist. Bei dieser empirischen Studie, in der im Rahmen des Lehramtsstudiums Studierende Kleingruppen von Schülerinnen und Schülern betreuten, nahmen die behandelten Modellierungsprobleme ebenfalls eine zentrale Stellung ein. Diese komplexen Beispiele mussten von den Studierenden erst fachlich durchdrungen und schließlich im Hinblick auf mögliche Lehrerinterventionen aufbereitet werden. Die aufgabenbezogene Dimension muss also in direktem Zusammenhang mit der unterrichtsbezogenen Dimension stehen.

Die *unterrichtsbezogene Dimension* umfasst zwei zentrale Kompetenzen: die Planung und die Durchführung von realitätsbezogenem Unterricht. Welche Bedeutung eine Modellierungsaufgabe innerhalb eines qualitätsvollen Unterrichts haben sollte, wurde bereits angedeutet, doch die jeweiligen Ziele, die damit verfolgt werden, müssen auch einen adäquaten methodisch-didaktischen Rahmen mit einschließen. Die Ergebnisse vieler empirischer Studien (siehe etwa DISUM oder LEMA) verdeutlichen die Schwierigkeiten von Lehrenden, einen solchen Unterricht durchzuführen. Diesen Aspekten, die mittlerweile in der universitären Lehrerausbildung und der Lehrerfortbildung thematisiert werden, wird sich vor allem der zweite Band dieser Reihe widmen.

Im vorliegenden Buch wird im dritten Teil die Praxis in den Fokus gerückt. Die Autorinnen und Autoren der Beiträge diskutieren die Umsetzung bzw. die Einbettung von

komplexen Fragestellungen anhand konkret durchgeführter Unterrichtsprojekte oder auch im Rahmen von so genannten Modellierungswochen, die einen stärkeren Projektcharakter haben. Das verdeutlicht gleichzeitig die Spannbreite von realitätsbezogenem Unterricht und die Möglichkeiten, neuere mathematische Themengebiete wie etwa Daten- und Wahrscheinlichkeitsanalyse unter einer Modellbildungsperspektive zu thematisieren oder den Mehrwert des Einsatzes digitaler Werkzeuge beim Modellieren zu verdeutlichen. Lehrende in Schulen können anhand der dargestellten Beispiele direkte Brücken zum Schulalltag schlagen und Ideen für die eigene unterrichtliche Umsetzung erhalten. In ähnlicher Weise können auch in universitären Seminaren diese Praxisbeispiele und deren Reflexionen diskutiert und – falls möglich – selber durchgeführt werden. Diese Vorgehensweise hat sich in didaktischen Seminaren zum Modellieren als erfolgreich erwiesen (Borromeo Ferri/Blum 2009). Studierende, die noch keine unterrichtlichen Routinen wie erfahrene Lehrerinnen und Lehrer besitzen, müssen zunächst generell ein Gespür für Diagnosen und daraus folgende Interventionen entwickeln. Bei der Durchführung mathematischer Modellierungsbeispiele im Unterricht oder während projektartiger Modellierungstage bzw. -wochen sind gesonderte Kompetenzen gefordert, die über die normalerweise im Schulalltag erforderlichen Lehrerkompetenzen deutlich hinausgehen.

Im Sinne des vorliegenden Kompetenzmodells benötigen Lehrende daher innerhalb der *diagnostischen Dimension* einerseits die Kompetenz, kognitive Hürden im Modellierungsprozess zu diagnostizieren, und andererseits die Kompetenz, die einzelnen Phasen des Modellierens unterscheiden zu können. Das ist effektiv und ergebnisorientiert möglich, wenn theoretisches Wissen vorhanden ist. In den meisten Beiträgen in diesem Buch wird die diagnostische Dimension eher implizit diskutiert. Studien zu Lehrerinterventionen beim Modellieren (siehe Leiß 2007) zeigen aber, welche hohe Bedeutung eine gute Balance zwischen den von der Lehrkraft angebotenen und gegebenen Hilfsmaßnahmen und dem eigenständigen Arbeiten der Lernenden für erfolgreiches und motivierendes Arbeiten an realitätsbezogenen Fragestellungen beizumessen sind. Diese Aspekte werden ebenfalls im zweiten Band dieser Reihe nochmals stärker im Vordergrund stehen.

Die bisherigen Ausführungen verdeutlichen, dass die Hauptintention dieses ersten Buchs der Reihe die Darstellung theoretischer und didaktischer Hintergründe zum mathematischen Modellieren ist, die Lehrende von der Schule bis in die Hochschule für die Praxis nutzen können. Das beschriebene Kompetenzmodell gibt einen zusätzlichen Rahmen und zeigt zudem die Bedeutung der jeweiligen Aspekte auf, die in den Beiträgen hervorgehoben werden. Ausgehend von diesem ersten Buch, das eine notwendige Basis an Begrifflichkeiten und unterrichtlichen Vorgehensweisen vermittelt, wird dann in einem folgenden Band, auch im Sinne des skizzierten Kompetenzmodells, beispielsweise spezifischer auf Module für die Lehreraus- und -fortbildung eingegangen.

In diesem Buch liegt der Schwerpunkt bezüglich der empirischen Studien oder Praxisbeispiele im Bereich der Sekundarstufen. Der Primärbereich wird in den folgenden Bänden stärker Berücksichtigung finden.

Literatur

- Blum, W., (1985). Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion. In: Mathematische Semesterberichte, 32 (2), S. 195–232.
- Blum, W.; Drüke-Noe, C.; Hartung, R.; Köller, O. (Hrsg.) (2006). Bildungsstandards Mathematik: konkret Cornelsen-Scriptor.
- Blum, W.; Galbraith, P. L.; Henn, H.-W.; Niss, M. (Hrsg.) (2007). Modelling and Applications in Mathematics Education. New York: Springer.
- Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer? Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Vorträge auf der 41. GDM Tagung für Didaktik der Mathematik. Hildesheim: Franzbecker, S. 3–12.
- Blum, W.; Leiß, D. (2005): Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. In: mathematik lehren, 128, S. 18–21.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38 (2), S. 86–95.
- Borromeo Ferri, R.; Blum, W. (2009). Mathematical Modelling in Teacher Education – Experiences from a Modelling Seminar. In: European Society for Research in Mathematics Education (Hrsg.). *Proceedings of CERME 6*, Lyon, France, S. 2046–2055.
- Borromeo Ferri, R. (2011). Wege zur Innenwelt des mathematischen Modellierens – Kognitive Analysen von Modellierungsprozessen im Mathematikunterricht. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Borromeo Ferri, R.; Blum, W. (im Druck). Barriers and motivations of primary teachers implementing modelling in math lessons. In: European Society for Research in Mathematics Education (Hrsg.). *Proceedings of CERME 8*, Antalya, Turkey.
- Breidenbach, W. (1969). Methodik des Mathematikunterrichts in Grund- und Hauptschulen, Hannover: Schroedel.
- Greefrath, G. (2011). Using Technologies: New Possibilities of Teaching and Learning Modelling – Overview, In: G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, G. Stillman (Hrsg.): Trends in teaching and learning of mathematical modelling, ICTMA 14, Dordrecht: Springer, S. 301–304
- Kaiser-Meßmer, G. (1986). Anwendungen im Mathematikunterricht. Bd. 1 und Bd. 2. Bad Salzdetfurth: Barbara Franzbecker.
- Kaiser, G.; Schwarz, B. (2010). Authentic modelling problems in mathematics education – examples and experiences. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1-2), S. 51–76.
- Leiß, D. (2007). Hilf mir es selbst zu tun. Lehrerinterventionen beim mathematischen Modellieren. Hildesheim: Franzbecker.
- Lesh, R.; Doerr, H. (2003). Beyond constructivism: Models & Modeling Perspectives on Mathematics Teaching, Learning, and Problems Solving. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R.; Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Hrsg.), *The Second Handbook of research on mathematics teaching and learning*, Charlotte, NC: Information Age Publishing, S. 763–804
- Lietzmann, W. (1924). Methodik des mathematischen Unterrichts. Bd. III. Leipzig: Quelle & Meyer.
- Maaß, K. (2004). Mathematisches Modellieren im Unterricht – Ergebnisse einer empirischen Studie. Hildesheim: Verlag Franzbecker.
- Maaß, K. (2008). Mathematisches Modellieren – Aufgaben für die Sekundarstufe I. Berlin: Cornelsen Scriptor.

- Maaß, K.; Mischo, C. (2010). Implementing Modelling into Day-to-Day Teaching Practice – The Project STRATUM and its Framework. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 32(1).
- Ortlieb, C. P.; v. Dresky, C.; Gasser, I.; Günzel, S. (2009). *Mathematische Modellierung*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Treilibs, V. (1979). *Formulation processes in mathematical modelling*. Nottingham. Nottingham, University of Nottingham, unveröffentlichte Masterarbeit.
- Treilibs, V.; Burkhardt H.; Low, B. (1980). *Formulation processes in mathematical Modelling*. Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham, England.