

Studienausgabe



Th. Ellinger

Operations Research

Eine Einführung

Dritte Auflage

Mit 97 Abbildungen

Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York
London Paris Tokyo Hong Kong

Prof. Dr. Dr. Theodor Ellinger
Universität zu Köln

ISBN-13:978-3-540-52433-5
DOI:10.1007/978-3-642-97249-2

e-ISBN-13:978-3-642-97249-2

CIP-Titelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Ellinger, Theodor:
Operations research: eine Einführung / Th. Ellinger. – 3.
Aufl., Studienausg. – Berlin; Heidelberg; New York; London
Paris; Tokyo; Hong Kong: Springer, 1990

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Die Vergütungsansprüche des § 54, Abs. 2 UrhG werden durch die „Verwertungsgesellschaft Wort“, München, wahrgenommen.

© Springer-Verlag Berlin-Heidelberg 1984, 1985, 1990

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Buch berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Satz: G. Appl, Wemding

Bindearbeiten: J. Schäffer GmbH u. Co. KG., Grünstadt
2142/7130-543210

Vorwort zur dritten Auflage

In der dritten Auflage wurden gegenüber der zweiten die Literaturangaben aktualisiert. Weiter wurden die Ausführungen zum Einsatz von Personal Computern bei der Lösung von Optimierungsproblemen durch 2 Bemerkungen ergänzt.

Köln, im Frühjahr 1990

Th. Ellinger

Vorwort zur zweiten Auflage

In der zweiten Auflage dieses Buches wurden Korrekturen durchgeführt. Auf diese bin ich von interessierten Lesern hingewiesen worden, denen ich zu großem Dank verpflichtet bin. Zusätzlich wurden aus Gründen der Anschaulichkeit geringfügige Umstellungen bei einigen Beispielen vorgenommen.

Köln, im Frühjahr 1985

Th. Ellinger

Vorwort zur ersten Auflage

Das vorliegende Buch geht aus Vorlesungen über Operations Research hervor, die an der Universität Köln gehalten werden. Nicht zuletzt ermunterte das große Interesse der Studierenden der Wirtschaftswissenschaften und auch zum Teil der Mathematik den Verfasser nach vielen Jahren des Ausbaus und der Überprüfung, den Versuch zu unternehmen, auch durch das gedruckte Wort den Studierenden und Praktikern den Zugang zu effizienten Entscheidungsverfahren zu erleichtern.

Durch diese Arbeit soll auch dem mathematisch weniger geübten Leser der Gebrauch von Instrumenten nahegebracht werden, die eine rationelle Gestaltung von Handlungen und Abläufen auf den verschiedensten Gebieten erschließen.

Insbesondere sollen psychologische Sperren, die vielfach den Einsatz dieser Entscheidungshilfen verhindern oder verzögern, beseitigt werden. Die Erfahrung zeigt, daß auch Nicht-Mathematiker besondere Impulse für die Anwendung von OR-Verfahren erhalten, wenn sie selbst die optimale Lösung eines komplexen Problems erarbeiten können. Aus diesen Gründen behandelt die vorliegende Arbeit zentrale Verfahren des Operations Research, sowohl der Linearen als auch der Nichtlinearen und der Dynamischen Programmierung. Hierbei wurde Wert darauf gelegt, dem Leser dazu zu verhelfen, diese Verfahren selbst anwenden zu können. Aus diesem Grunde schien es wichtig, die Verfahren nicht nur im Überblick darzustellen, sondern auf die einzelnen Schritte einzugehen. Auch die Beurteilung eines rationellen Einsatzes fertiger Computerprogramme dürfte auf diese Weise gefördert werden.

Bei dieser Konzeption mußte unter den Verfahren eine Auswahl getroffen werden. Diese sollte vornehmlich unter dem Gesichtspunkt vollzogen werden, Schlüsselbereiche verständlich darzustellen und damit eine Hilfe zu geben, sich weitere Gebiete mit Hilfe der angegebenen Literatur selbst zu erschließen.

Bei der Beurteilung der Verfahren wird die Verbindung hergestellt zum praktischen Einsatz von Computern. Es konnten hier jedoch nur Hauptlinien aufgezeigt werden. Für diesen Bereich wird auf die entsprechende Literatur verwiesen (z. B. Schmitz/Schönlein [1978]).

Für die mathematisch stärker interessierten Leser wurden verschiedentlich Ergänzungen eingeschaltet, die jedoch auch übergangen werden können, ohne daß der Gesamtzusammenhang verlorengeht.

Das Buch gliedert sich in acht Hauptabschnitte:

Im ersten Kapitel wird eine Einführung in die Grundlagen von Operations Research, seine Geschichte, Methoden und Probleme gegeben.

In den folgenden Hauptabschnitten (Kap. 2-6) werden wesentliche Gebiete der Linearen Programmierung behandelt. Bei der großen Bedeutung dieses Bereichs in Theorie und Praxis scheint es begründet, diesem Gebiet besondere Beachtung zu schenken.

Nach dem einführenden Kapitel 2, in dem die Lösung linearer Programmierungsprobleme graphisch und mit Hilfe der Simplexmethode behandelt wird, ist das dritte Kapitel der Darstellung und Lösung des Transportproblems gewidmet.

Die Darstellung der Sensitivitätsanalyse in Kapitel 4 kann in besonderer Anschaulichkeit den engen Bezug des OR mit technisch-wirtschaftlichen Problemen der Praxis aufzeigen. In unmittelbarem Zusammenhang mit diesem Abschnitt wird in Kapitel 5 ein Einblick in die Parametrische Programmierung gegeben.

In Kapitel 6 werden Verfahren zur Lösung ganzzahliger Optimierungsprobleme, wie sie in der Praxis häufig auftreten, vorgeführt.

Das siebte Kapitel führt in die Nichtlineare Programmierung ein.

Abschließend wird in Kapitel 8 das Prinzip der Dynamischen Programmierung nach einer Einführung in die Grundlagen an einem Beispiel veranschaulicht.

An der Verwirklichung des vorliegenden Buches ist eine Reihe früherer Mitarbeiter am Industrieseminar der Universität Köln wesentlich beteiligt. Sie haben über viele Jahre entscheidend dazu beigetragen, eine dreisemestrige Vorlesung mit Übungen über Operations Research aufzubauen und laufend zu ergänzen. Mein herzlicher Dank gilt hier in besonderer Weise den Herren Dr. Siegfried Schaible (Professor an der University of Alberta, Edmonton/Kanada) und Priv.-Doz. Dr. Günter Liesegang (z. Zt. Professor an der California State University, Fresno/USA). Bei der Überarbeitung und Ergänzung des Manuskripts hat Herr Dipl.-Math. R. Leisten unter großem persönlichen Einsatz in vorbildlicher Weise tatkräftig geholfen. Er war mir ein wichtiger Gesprächspartner und gab wertvolle Anregungen zum Ausbau und zur Vertiefung der Arbeit. Dafür darf ich ihm meinen herzlichen Dank aussprechen. Weiterhin danke ich vielmals den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern, die ebenfalls zur Fertigstellung dieses Buches beigetragen haben. An erster Stelle sei hier Frl. S. Schumann erwähnt, die bei der Erledigung von Schreib- und Korrekturarbeiten eine außerordentliche Arbeitsfülle mit Sorgfalt bewältigte. Mein Dank gilt weiterhin den Herren, die sich bei der Erstellung der Zeichnungen verdient gemacht haben: Herrn B. Longerich, Herrn Th. Rommelfanger, Herrn H. Thiel, Herrn W. Zimmermann, sowie Frl. I. Hartung und Herrn Dr. P. Noé für die Hilfe beim Korrekturlesen.

Schließlich möchte ich meinen ersten Mitarbeiter auf dem Gebiet des Operations Research, Herrn Dr. M. Käppeler, der sich beim Aufbau der ersten Konzeption zur Linearen Programmierung außerordentlich einsetzte, in meinen herzlichen Dank mit einschließen.

Köln, im Herbst 1983

Th. Ellinger

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Entwicklung und Begriff des Operations Research	1
1.1.1	Entscheidungsvorbereitung	2
1.1.2	Optimierung der angestrebten Lösung	2
1.1.3	Verwendung mathematischer Methoden	3
1.1.4	Die Bedeutung der EDV bei der Anwendung von OR	5
1.2	Einsatzbereiche des Operations Research	6
1.3	Problemtypen des Operations Research	8
1.3.1	Kombinatorische Probleme	8
1.3.2	Lagerhaltungsprobleme	9
1.3.3	Ersatzprobleme	9
1.3.4	Wartezeitprobleme	9
1.3.5	Konkurrenzprobleme	9
1.4	Verfahren des Operations Research	9
1.4.1	Statische Programmierung	10
1.4.1.1	Lineare Programmierung	10
1.4.1.2	Nichtlineare Programmierung	10
1.4.1.3	Ganzzahlige und Gemischt-ganzzahlige Programmierung	10
1.4.2	Dynamische Programmierung	10
1.4.3	Entscheidungsbaumverfahren	11
1.4.4	Netzplantechnik	11
1.4.5	Warteschlangentheorie	12
1.4.6	Spieltheorie	12
1.4.7	Simulation	12
1.4.8	Heuristische Verfahren	12
2	Grundlagen der Linearen Programmierung	13
2.1	Optimales Produktionsprogramm	13
2.1.1	Graphische Lösung	16
2.1.2	Simplexmethode	22
2.2	Mischungsproblem (zulässige Ausgangslösung)	38
2.3	Das allgemein lineare Programm und Sonderfälle	46
2.3.1	Das allgemeine lineare Programm	46
2.3.2	Nichtexistenz einer zulässigen (Basis-)Lösung	49
2.3.3	Nichtexistenz einer endlichen Optimallösung	49

2.4	Zusammenfassende Darstellung der Simplexmethode anhand eines Beispiels	50
2.5	Dualität	54
2.6	Die Lösung eines Problems der Linearen Planungsrechnung mit Hilfe eines Standardprogrammpaketes	59
2.6.1	Die Eingabe	60
2.6.2	Die Ausgabe	63
3	Verfahren zur Lösung des Transportproblems	65
3.1	Beispiel zum klassischen Transportproblem	65
3.2	Allgemeine Darstellung des klassischen Transportproblems	67
3.3	Lösung nach der Stepping-Stone-Methode	69
3.4	Modi-Methode	75
3.5	Entartung	79
3.6	Vergleich von Stepping-Stone-Methode und Simplexmethode	80
3.7	Erweiterungen des Transportmodells	82
3.7.1	Angebot größer als Nachfrage	82
3.7.2	Nachfrage größer als Angebot	83
3.7.3	Unterschiedliche Produktionskosten	84
4	Sensitivitätsanalyse in der Linearen Programmierung	89
4.1	Aufgaben der Sensitivitätsanalyse	89
4.2	Graphische Betrachtungen zur Sensitivitätsanalyse	91
4.2.1	Änderung des Deckungsbeitrags eines Produktes (eines Zielfunktionskoeffizienten)	91
4.2.2	Gradientenbetrachtung bei Deckungsbeitragsänderungen .	95
4.2.3	Änderung einer Faktormenge (eines Wertes auf der rechten Seite)	98
4.3	Beziehungen zwischen Anfangs- und Endtableau	100
4.3.1	Beziehungen für die Zielfunktionszeile	102
4.3.2	Beziehungen für die Zeilen der Nebenbedingungen	104
4.3.3	Formale Darstellung der Beziehungen zwischen Anfangs- und Endtableau	107
4.4	Analytische Sensitivitätsanalyse	110
4.4.1	Änderung von Kapazitäten (von Werten auf der rechten Seite)	110
4.4.2	Änderungen der Deckungsbeiträge einzelner Produkte (der Zielfunktionskoeffizienten)	115
4.4.2.1	Deckungsbeitragsänderungen bei einem der im optimalen Produktionsprogramm nicht enthaltenen Produkte	116
4.4.2.2	Deckungsbeitragsänderungen bei einem der im optimalen Produktionsprogramm enthaltenen Produkte	120

4.4.3	Änderung einzelner Produktionskoeffizienten (von Koeffizienten auf der linken Seite der Restriktionen)	122
4.4.4	Einführung eines neuen Produktes (einer neuen Strukturvariablen)	124
4.4.5	Auftreten zusätzlicher Beschränkungen	126
4.5	Zusammenfassende ökonomische Interpretation der Größen eines Simplextableaus für ein Programmplanungsproblem	130
4.6	Sensitivitätsanalyse im Rahmen eines Standardprogrammpaketes	133
5	Einführung in die Parametrische Programmierung	137
6	Ganzzahlige Lineare Programmierung	145
6.1	Einführung	145
6.2	Lösungsverfahren	149
6.2.1	Das Cutting Plane-Verfahren von Gomory	149
6.2.1.1	Beschreibung des Verfahrens	149
6.2.1.2	Ableitung der Schnittrestriktionen	151
6.2.1.3	Auswahl einer optimalen Schnittbedingung	156
6.2.1.4	Anwendung des Verfahrens	160
6.2.2	Das Branch and Bound-Verfahren von Dakin	166
6.2.2.1	Das Branch and Bound-Prinzip	166
6.2.2.2	Der Ablauf des Verfahrens von Dakin	167
6.2.2.3	Rechenschritte zum Algorithmus von Dakin	173
7	Nichtlineare Programmierung	181
7.1	Einführung	181
7.1.1	Allgemeine Formulierung eines nichtlinearen Programmierungsmodells	181
7.1.2	Das Problem der Programmplanung als Anwendungsbeispiel zur Nichtlinearen Programmierung . .	183
7.1.3	Graphische Darstellung eines konkreten quadratischen Programmplanungsproblems	187
7.2	Grundlagen der Nichtlinearen Programmierung	189
7.2.1	Klassifikation nichtlinearer Programmierungsmodelle . . .	189
7.2.1.1	Konvexität von Mengen und Funktionen	190
7.2.1.2	Konvexe Optimierungsmodelle und ihre Eigenschaften . . .	196
7.2.1.3	Quadratische Optimierungsmodelle	200
7.2.1.4	Zusammenfassende Klassifikation von NLP-Modellen . . .	205
7.2.2	Optimalitätsbedingungen: Das Kuhn-Tucker-Theorem . . .	205
7.2.2.1	Darstellung und Bedeutung der Kuhn-Tucker-Bedingungen	205
7.2.2.2	Darstellung der Kuhn-Tucker-Bedingungen am Zahlenbeispiel	208

7.3	Verfahren der Nichtlinearen Programmierung	210
7.3.1	Überblick	210
7.3.2	Das Verfahren von Wolfe	212
7.3.3	Gradientenverfahren	218
7.3.3.1	Einführung	218
7.3.3.2	Das Grundkonzept der Gradientenverfahren	221
7.3.3.3	Das Verfahren der projizierten Gradienten von Rosen	223
7.3.4	Das Verfahren SUMT	232
8	Dynamische Programmierung	241
8.1	Grundbegriffe der Dynamischen Programmierung	241
8.2	Das Produktionsglättungsproblem als Anwendungsbeispiel zur Dynamischen Programmierung	250
8.3	Erweiterungen	259
9	Literaturverzeichnis	261
10	Sachverzeichnis	267