T. Bonnesen / W. Fenchel

Theorie der konvexen Körper

Berichtigter Reprint

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York 1974

AMS Subject classifications (1970) 52-02

ISBN-13:978-3-540-06234-9 e-ISBN-13:978-3-642-93014-0
DOI: 10.1007/978-3-642-93014-0

Library of Congress Catalog Card Number 73-10722

ERGEBNISSE DER MATHEMATIK
UND IHRER GRENZGEBIETE
HERAUSGEGEBEN VON DER SCHRIFTLEITUNG
DES
„ZENTRALBLATT FÜR MATHEMATIK"
DRITTER BAND
1

THEORIE DER KONVEXEN KÖRPER

VON

T. BONNESEN UND W. FENCHEL

MIT 8 FIGUREN

BERLIN
VERLAG VON JULIUS SPRINGER
1934

Vorwort.

Konvexe Figuren haben von jeher in der Geometrie eine bedeutende Rolle gespielt. Die durch ihre Konvexitätseigenschaft allein charakterisierten Gebilde hat aber erst BRUNN zum Gegenstand umfassender geometrischer Untersuchungen gemacht. In zwei Arbeiten „Ovale und Eiflächen“ und „Kurven ohne Wendepunkte“ aus den Jahren 1887 und 1889 (vgl. Literaturverzeichnis BRUNN [**1**], [**2**]) hat er neben zahlreichen Sätzen der verschiedensten Art über konvexe Bereiche und Körper einen Satz über die Flächeninhalte von parallelen ebenen Schnitten eines konvexen Körpers bewiesen, der sich in der Folge als fundamental herausgestellt hat. Die Bedeutung dieses Satzes hervorgehoben zu haben, ist das Verdienst von MINKOWSKI. In mehreren Arbeiten, insbesondere in „Volumen und Oberfläche“ (1903) und in der großzügig angelegten, unvollendet gebliebenen Arbeit „Zur Theorie der konvexen Körper“ (Literaturverzeichnis [**3**], [**4**]) hat er durch Einführung von grundlegenden Begriffen wie Stützfunktion, gemischtes Volumen usw. die dem Problemkreis angemessenen formalen Hilfsmittel geschaffen und vor allem den Weg zu vielseitigen Anwendungen, speziell auf das isoperimetrische (isepiphane) und andere Extremalprobleme für konvexe Bereiche und Körper eröffnet. Weiterhin hat MINKOWSKI den engen Zusammenhang dieser Begriffsbildungen und Sätze mit der Frage nach der Bestimmung konvexer Flächen durch ihre GAUSSsche Krümmung aufgedeckt und tiefliegende diesbezügliche Sätze bewiesen.

Diese BRUNN-MINKOWSKIsche Theorie, ihre Verallgemeinerung auf Räume beliebiger Dimension und ihre Fortschritte bis in die Gegenwart bilden den Hauptgegenstand des folgenden Berichts und sind — wenn auch teilweise in knapper Form — mit ausgeführten Beweisen im Zusammenhang dargestellt, so daß Vorkenntnisse aus der Theorie selbst nicht erforderlich sind. Jeweils anschließend an diese Ausführungen werden Literaturberichte und Verweise (der Übersichtlichkeit halber in Kleindruck) gebracht, wobei Vollständigkeit angestrebt worden ist, wenigstens soweit es sich um die auf die Arbeiten von BRUNN und MINKOWSKI folgende Literatur handelt.

Um alle vorliegenden Resultate zwanglos einordnen zu können, ist die Theorie sofort für den n-dimensionalen Raum entwickelt worden. Es konnte dies ohne Bedenken geschehen, da bereits zwei einführende Bücher über den Gegenstand vorliegen, nämlich: BLASCHKE: Kreis und Kugel (Literaturverzeichnis [**11**]), und BONNESEN: Les problèmes des isopérimètres et des isépiphanes (Literaturverzeichnis [**12**]), die beide den zwei- und dreidimensionalen Fall behandeln. Eine einheitliche Entwicklung der Grundlagen der n-dimensionalen Theorie, die bisher in der Literatur nicht durchgeführt worden ist, scheint auch durch den Umstand gerechtfertigt, daß mehrere wichtige und naheliegende Fragen, auf die auch im folgenden hingewiesen wird, noch ungeklärt sind. Wir hoffen, die Fortführung der Untersuchungen auf diesem Gebiet durch unsere Darstellung zu erleichtern.

Bezüglich des behandelten Stoffes sei auf das Inhaltsverzeichnis verwiesen. Hier mögen nur einige Bemerkungen Platz finden. Die Darstellung beschränkt sich auf abgeschlossene Mengen, was z. B. bei der punktmengentheoretischen Seite der Sache und den Sätzen über Schwerpunkte und konvexe Hülle (§ 1 und § 2) unnötig gewesen wäre. Verallgemeinerungen in dieser Richtung hat STEINITZ in der Arbeit „Bedingt konvergente Reihen und konvexe Systeme" (Literaturverzeichnis [**1**]) vorgenommen. Auf die Untersuchungen über Krümmungseigenschaften konvexer Kurven und Flächen und Verbiegbarkeitsfragen sind wir nur wenig, auf andere Fragen der Differentialgeometrie wie Verlauf der geodätischen Linien auf konvexen Flächen gar nicht eingegangen. Dasselbe gilt von den vielfachen Beziehungen der konvexen Gebilde zur affinen Differentialgeometrie. In beiderlei Hinsicht sei — auch wegen der Literatur — auf BLASCHKES „Vorlesungen über Differentialgeometrie" (Literaturverzeichnis [**24**], [**25**]) hingewiesen. Untersuchungen über konvexe Funktionen sind nur so weit behandelt, als sie für die geometrischen Anwendungen von Bedeutung sind.

Die von der üblichen nur unwesentlich abweichende Terminologie für den n-dimensionalen Raum, die im Bericht verwendet wird, ist kurz in den Vorbemerkungen angegeben. Fett gedruckte Ziffern ohne Klammern (zumeist mit Seitenzahlen dahinter) beziehen sich auf die Abschnitte dieses Berichts. Ziffern in eckigen Klammern hinter Autorennamen verweisen auf das Literaturverzeichnis. Bei Autoren, deren gesammelte Abhandlungen herausgegeben sind, beziehen sich Zitate stets auf diese und nicht auf Originalarbeiten.

Für Mitwirkung bei der Korrektur und Verbesserungsvorschläge sind wir den Herren H. BUSEMANN und H. KNESER, für bereitwilliges Eingehen auf unsere zahlreichen Wünsche der Verlagsbuchhandlung und für die Ermöglichung einer Zusammenarbeit in Kopenhagen dem Rask-Ørsted-Fonds, dem internationalen wissenschaftlichen Fond Dänemarks, zu größtem Dank verpflichtet.

Kopenhagen, im November 1933.

T. BONNESEN. W. FENCHEL.

Inhaltsverzeichnis.