

Springer-Lehrbuch



E. Brommundt · G. Sachs

Technische Mechanik

Eine Einführung

2., neubearbeitete und erweiterte Auflage

Mit 393 Abbildungen

Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York
London Paris Tokyo
Hong Kong Barcelona Budapest

Professor Dr. Eberhard Brommundt

Institut für Technische Mechanik
Technische Universität Braunschweig
Schleinitzstraße 20
3300 Braunschweig

Professor Dr. Gottfried Sachs

Lehrstuhl für Flugmechanik und Flugregelung
Technische Universität München
Arcisstraße 21
8000 München 2

ISBN-13: 978-3-540-54527-9

e-ISBN-13: 978-3-642-88359-0

DOI: 10.1007/978-3-642-88359-0

Die Deutsche Bibliothek - CIP Einheitsaufnahme

Brommundt, Eberhard:

Technische Mechanik: e. Einf. / E. Brommundt, G. Sachs

Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris; Tokyo; Hong Kong;

Barcelona; Budapest: Springer 1991

(Springer-Lehrbuch)

2. Aufl.-1991

ISBN-13: 978-3-540-54527-9

NE: Sachs, Gottfried

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funk- sendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Ver- vielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1988 and 1991

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Sollte in diesem Werk direkt oder indirekt auf Gesetze, Vorschriften oder Richtlinien (z.B. DIN, VDI, VDE) Bezug genommen oder aus ihnen zitiert worden sein, so kann der Verlag keine Gewähr für Richtigkeit, Vollständigkeit oder Aktualität übernehmen. Es empfiehlt sich, gegebenenfalls für die eigenen Arbeiten die vollständigen Vorschriften oder Richtlinien in der jeweils gültigen Fassung hin- zuzuziehen.

Satz: Reproduktionsfertige Vorlage der Autoren

62/3020 543210 - Gedruckt auf säurefreiem Papier

Vorwort

Dieses Buch wendet sich an Ingenieurstudenten der Anfangssemester. Es will den Leser mit den Grundlagen von Statik, Elastostatik, Kinematik und Kinetik vertraut machen und ihm die Fähigkeit zum selbständigen Lösen von Aufgaben vermitteln. Es will darlegen, wie sich Intuition und Anschauung mit Hilfe von Begriffen klar fassen und durch formale Ansätze ausdrücken lassen.

Die Erfahrung der Autoren mit Studenten der Elektrotechnik zeigt, daß viele Anfänger den Weg von der Problemstellung zur Lösung verlieren, wenn man ihn nicht systematisch anlegt. Deshalb fassen wir die Grundannahmen in zehn Axiomen zusammen und lösen Aufgaben (ab Abschnitt 1.10) nach einem einheitlichen Schema, das von der Statik ausgehend auch die Kinetik erfaßt, wozu dort konsequent mit d'Alembertschen (Trägheits-) Kräften und Momenten gearbeitet wird. Diese Systematik unterstützend werden die Beispiele und auch eine Reihe von allgemeinen Aussagen nach dem Muster *Gegeben/Gesucht/Lösung* behandelt. Trotz der kurzen Darstellung wiederholen wir wichtige Dinge gelegentlich, um sie zu betonen.

Die Forderung nach Anschaulichkeit und der knappe Raum gebieten, viele Aussagen am charakteristischen Beispiel herauszuarbeiten und zu besprechen; der Leser erkennt unmittelbar die allgemeine Bedeutung. Auf graphische Methoden wird weitgehend verzichtet; dreidimensionale (räumliche) Aufgabenstellungen werden nur vereinzelt betrachtet.

Beiden Verfassern hat *E. Mönchs* Einführungsvorlesung Technische Mechanik so gut gefallen, daß sie in Teilen deren Gliederung folgen. Aus *V. M. Starzinskijs* Theoretischer Mechanik kam die Anregung, die Grundannahmen der Statik als Axiome herauszustellen.

In dieser zweiten Auflage wurden neben einer Reihe von kleineren Ergänzungen die Schwingungen mit zwei Freiheitsgraden aufgenommen und die Bezeichnungen weitgehend an das Normblatt DIN 1304 angepaßt.

Wir danken allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern, die mit großer Sorgfalt den Text und die Formeln geschrieben haben, sowie dem Springer-Verlag für das Anfertigen der Bilder und die gute Ausstattung.

Inhaltsverzeichnis

1 Statik des starren Körpers	1
Grundüberlegungen zu Kräften und Gleichgewicht	1
1.1 Allgemeine Grundüberlegungen	1
1.1.1 Kraft, Schnittprinzip	1
1.1.2 Schnittbilder	2
1.1.3 Einteilung und Benennung von Kräften	3
1.1.4 Angriffspunkt, Wirkungslinie	4
1.1.5 Zusammenfassung: Kraft	5
1.1.6 Dimension, Einheit	5
1.2 Zur Vektorrechnung	5
1.2.1 Operationen	6
1.2.2 Betrag, Einheitsvektor	7
1.2.3 Schreibweise mit Einheitsvektor und Maßzahl	7
1.3 Axiome der Statik	9
1.3.1 Zur Ausdrucksweise der Statik	9
1.3.2 Grund-Gesetze und Axiome	10
1.3.3 Die zehn Axiome der elementaren Statik	11
1.4 Kräfte und Gleichgewicht an einem Punkt in vektoriell-zeichnerischer Behandlung	15
1.4.1 Resultierende mehrerer Kräfte mit gemeinsamem Angriffspunkt	15
1.4.2 Gleichgewicht am Punkt	16
1.4.3 Anwendungsbeispiel und Vorgehensweise	16
1.5 Kräfte und Gleichgewicht an einem Punkt in vektoriell-rechnerischer Behandlung	18
1.5.1 Komponenten einer Kraft in einem kartesischen Koordinatensystem	18
1.5.2 Resultierende mehrerer Kräfte mit gemeinsamem Angriffspunkt	20

1.5.3 Gleichgewicht am Punkt	20
1.5.4 Vorgehensweise bei einer Gleichgewichtsuntersuchung; Beispiel . . .	21
Zusammenfassen und Vereinfachen von Kräftesystemen	22
1.6 Die Resultierende eines ebenen Kräftesystems	22
1.6.1 Allgemeine Lage der Kräfte	22
1.6.2 Zusammenfassen paralleler Kräfte	23
1.6.3 Sonderfall gleich großer, antiparalleler Kräfte	25
1.7 Kräftepaar und Moment	25
1.7.1 Grundüberlegungen zum Kräftepaar	25
1.7.2 Moment	27
1.7.3 Moment einer Einzelkraft bezogen auf einen vorgegebenen Punkt	29
1.8 Das Arbeiten mit Momenten	30
1.8.1 Resultierendes Moment, Momentengleichgewicht	30
1.8.2 Der Momentensatz für das ebene Kräftesystem	31
1.8.3 Anwendungsbeispiele für den ebenen Fall	32
1.9 Räumliche Kräftesysteme	33
1.9.1 Vektorform des Moments, Moment um einen Punkt	33
1.9.2 Zusammenfassen eines räumlichen Kräftesystems	34
Statisches Gleichgewicht von Körpern	36
1.10 Gleichgewichtsbedingungen für einen starren Körper	36
1.10.1 Gleichgewichtsbedingungen bei einem ebenen Kräftesystem	36
1.10.2 Das Arbeiten mit den Gleichgewichtsbedingungen	39
1.10.3 Gleichgewichtsbedingungen im Raum	42
1.11 Koordinaten und Bindungen	44
1.11.1 Der Freiheitsgrad	44
1.11.2 Bindungen	47
1.11.3 Statisch bestimmte Lagerung starrer Körper (Scheiben)	49
1.11.4 Statisch unbestimmte Systeme	50
1.12 Beispiele zur Bestimmung von Lagerkräften (Lagerreaktionen)	52
1.12.1 Kragträger	52
1.12.2 Mit Stäben gestütztes System	53
1.12.3 Räumliches System	54
1.13 Mehrteilige Körper (Systeme) in der Ebene	55
1.13.1 Abzählen der Unbekannten und der Gleichungen	55
1.13.2 Beispiel "Gerberträger"	57
1.13.3 Schnitte an einem Gelenk mit Last	58

1.14 Überlagerung von Lösungen (Superpositionsprinzip) . . .	59
1.14.1 Aufgabenstellung	59
1.14.2 Beispiel Dreigelenkbogen	59
Schwerpunkt und Massenmittelpunkt	61
1.15 Definitionen und Erklärungen	61
1.15.1 Schwerfeld	61
1.15.2 Dichte, spezifisches Gewicht	62
1.15.3 Statische Momente, Schwerpunkt, Massenmittelpunkt	64
1.16 Praktische Schwerpunktbestimmung	68
1.16.1 Körper mit Symmetrieebenen oder Symmetrieachsen	68
1.16.2 Mittellinien	68
1.16.3 Schwerpunktbestimmung durch Zerlegung	68
1.16.4 Schwerpunktbestimmung durch Integration	70
Innere Kräfte und Momente bei Balken	71
1.17 Normalkraft, Querkraft, Biegemoment bei Balken	71
1.17.1 Grundgedanke: Aufschneiden des Balkens	71
1.17.2 Bestimmen der Schnittgrößen	73
1.17.3 Streckenlasten (kontinuierlich verteilte Lasten)	75
1.17.4 Schnittgrößen bei Streckenlasten	76
1.17.5 Differentialbeziehungen zwischen Streckenlasten, Querkraften und Biegemomenten	79
Haftung und Reibung	82
1.18 Vorgänge bei Haftung und Reibung	82
1.19 Haftung	83
1.19.1 Beispiel einer Haftungsaufgabe	83
1.19.2 Die Coulombsche Haftungsbedingung	84
1.19.3 Haftung bei starren, statisch unbestimmten Systemen	86
1.20 Reibung	86
1.20.1 Das Coulombsche Reibungsgesetz	86
1.20.2 Beispiele	88
1.21 Das Prinzip der virtuellen Verrückungen	90
1.21.1 Definition der Arbeit	91
1.21.2 Virtuelle Verrückungen	92
1.21.3 Virtuelle Arbeit	94

2 Elastostatik	96
Spannungen und Verzerrungen	96
2.1 Spannungen	96
2.1.1 Normal- und Tangentialspannungen	96
2.1.2 Abhängigkeit der Spannungen von der Schnittrichtung	98
2.1.3 Zweiachsiger Spannungszustand	99
2.1.4 Bemerkungen zum dreiachsigen Spannungszustand	103
2.2 Verzerrungen	104
2.2.1 Dehnung und Querkontraktion	104
2.2.2 Schubverformung	105
2.2.3 Kleine Verzerrungen in der Ebene	106
2.3 Stoff-Gesetze	109
2.3.1 Das Spannungs-Dehnungs-Diagramm	109
2.3.2 Das Hookesche Gesetz für die einfache Zugspannung	111
2.3.3 Das Hookesche Gesetz für den zweiachsigen Spannungszustand	111
2.3.4 Das Hookesche Gesetz für Schubverformungen	112
2.3.5 Verzerrungen beim allgemeinen ebenen Spannungszustand	113
Stabwerke und Federverbände	114
2.4 Verformung von Stabwerken	114
2.4.1 Verformung eines Einzelstabes	115
2.4.2 Verformung eines Stabwerkes	116
2.5 Statisch unbestimmte Stabwerke	119
2.5.1 Aufgabenstellung und Lösungsschema	119
2.5.2 Lösung für das Beispiel	120
2.6 Federverbände	121
2.6.1 Federn als elastische Elemente	121
2.6.2 Federschaltungen	122
2.6.3 Beispiele	123
2.7 Wärmedehnungen und Wärmespannungen	126
2.7.1 Wärmedehnungen	126
2.7.2 Wärmespannungen	127
Biegung von Balken mit symmetrischen Querschnitten	129
2.8 Gleichungen der Balkenbiegung	129
2.8.1 Aufgabenstellung	129
2.8.2 Verformung des Balkenelementes	130
2.8.3 Spannungen	132
2.8.4 Gleichgewichtsbeziehungen	132

2.9 Flächenmomente zweiten Grades	134
2.9.1 Allgemeine Definitionen und Beziehungen	134
2.9.2 Flächenmomente zweiten Grades für einige Querschnitte	135
2.9.3 Der Satz von Steiner	137
2.9.4 Zusammengesetzte Querschnitte	138
2.10 Biegespannungen	139
2.10.1 Spannungen bei reiner Biegung	139
2.10.2 Überlagerung von Normalkraft- und Biegespannungen	140
2.11 Biegelinien von Balken	141
2.11.1 Differentialgleichung der Biegelinie	142
2.11.2 Allgemeine Bemerkungen zur Integration (Lösung) der Differentialgleichung der Biegelinie	144
2.11.3 Anwendungsbeispiele	144
2.11.4 Allgemeinere Randbedingungen	145
2.11.5 Aneinanderstückeln von Biegelinien	147
2.11.6 Überlagerung (Superposition) von Lösungen	148
2.11.7 Biegedifferentialgleichung vierter Ordnung	150
2.12 Statisch unbestimmt gelagerte Balken	151
2.12.1 Lösung durch Integration der Biegelinie	151
2.12.2 Lösung durch Superposition (Beispiel)	153
2.12.3 Statisch unbestimmtes System mit elastischer Lagerung	154
Torsion von Stäben	155
2.13 Stäbe mit kreis- oder kreisringförmigem Querschnitt	155
2.13.1 Allgemeine Überlegungen	155
2.13.2 Herleitung der Gleichungen	156
2.13.3 Drehwinkel, Drehfedern	159
2.13.4 Beispiele	160
Arbeitsaussagen der Elastostatik	162
2.14 Energieüberlegungen	162
2.14.1 Arbeit der äußeren Kräfte und Momente	162
2.14.2 Arbeit der inneren Kräfte und Momente	164
2.14.3 Die Sätze von Castigliano	166
Stabilität	170
2.15 Einführende Überlegungen zur Stabilität	170

2.16 Statische Stabilität eines Feder-Stab-Systems	171
2.16.1 Stabilitätsuntersuchung	171
2.16.2 Zwei allgemeine Schlüsse aus dem Beispiel	172
2.17 Knicken bei Biegestäben (Euler)	173
2.17.1 Aufgabenstellung und Differentialgleichung	173
2.17.2 Lösen der Differentialgleichung	174
3 Kinematik und Kinetik	176
Kinematik eines Punktes	176
3.1 Ort, Bewegung, Koordinaten	176
3.1.1 Ort, Bewegung	176
3.1.2 Kartesische Koordinaten	178
3.1.3 Polar- und Zylinderkoordinaten	178
3.1.4 Koordinatendrehung	180
3.1.5 Spezielle Bewegungen	182
3.2 Geschwindigkeit	184
3.2.1 Geschwindigkeit längs Bahn (z.B. Gerade, Kreis)	184
3.2.2 Winkelgeschwindigkeit	186
3.2.3 Geschwindigkeitsvektor	187
3.2.4 Geschwindigkeitsvektor in kartesischen Koordinaten	188
3.2.5 Geschwindigkeitsvektor in Zylinderkoordinaten	189
3.3 Beschleunigung	191
3.3.1 Beschleunigung längs Bahn (z.B. Gerade, Kreis)	191
3.3.2 Winkelbeschleunigung	192
3.3.3 Beschleunigungsvektor	193
3.3.4 Beschleunigungsvektor in kartesischen Koordinaten	193
3.3.5 Beschleunigungsvektor in Zylinderkoordinaten	194
3.3.6 Berechnen der Beschleunigung aus wegabhängig vorgegebener Geschwindigkeit	195
3.4 Berechnung von Geschwindigkeit und Weg aus vorgegebener Beschleunigung	196
3.4.1 Beschleunigung $a(t)$ gegeben, $v(t)$ und $s(t)$ gesucht	196
3.4.2 Beschleunigung $a(s)$ gegeben, $v(t)$ und $s(t)$ gesucht	198
3.4.3 Kinematik harmonischer Schwingungen	199
Kinetik des Massenpunktes	203
3.5 Der freie Fall und die kinetischen Grundgleichungen	203
3.5.1 Der freie Fall	203
3.5.2 Die kinetischen Grundgesetze nach Newton	203
3.5.3 Maßsysteme	205

3.5.4 Koordinatenschreibweise des Newtonschen Gesetzes	205
3.5.5 Anwendungsbeispiele für das Newtonsche Gesetz	206
3.5.6 Krummlinige Bewegung eines Massenpunktes im Raum unter konstanter Kraft	209
Prinzip von d'Alembert.	
Reine Translation und reine Rotation eines starren Körpers	210
3.6 Das Prinzip von d'Alembert	210
3.6.1 Allgemeine Überlegungen	211
3.6.2 Ausdeutung des Ergebnisses	212
3.7 Translationsbewegungen eines starren Körpers	212
3.7.1 Kinematik der Translation	212
3.7.2 Kinetik der Translation	212
3.8 Rotationsbewegung eines starren Körpers	215
3.8.1 Kinematik der Rotation	215
3.8.2 Kinetik der Rotation	216
3.8.3 Trägheitsmomente homogener zylindrischer Körper	219
3.8.4 Prinzip von d'Alembert für Drehbewegungen	220
3.8.5 Beispiele	221
Arbeit und Leistung, Energiesatz	225
3.9 Arbeit und Leistung, Potential	225
3.9.1 Arbeit	225
3.9.2 Leistung	226
3.9.3 Potential	228
3.10 Die kinetische Energie	232
3.10.1 Kinetische Energie des Massenpunktes	232
3.10.2 Kinetische Energie bei Drehung um eine feste Achse	233
3.11 Der Energiesatz	233
3.11.1 Erste Form des Energiesatzes (allgemeine Form)	233
3.11.2 Zweite Form des Energiesatzes (gilt nur für konservative Systeme)	235
3.11.3 Dritte Form des Energiesatzes (gilt für beliebige Systeme)	236
3.11.4 Der Energiesatz für zusammengesetzte Systeme; Beispiel	238
3.11.5 Das Aufstellen von Bewegungsgleichungen für Systeme mit einem Freiheitsgrad über den Energiesatz	239
Impulssatz und Drallsatz für den Massenpunkt	241
3.12 Der Impulssatz	241
3.12.1 Herleitung	241
3.12.2 Veranschaulichung des Impulssatzes im eindimensionalen Fall	242

3.12.3	Plastischer Stoß	243
3.12.4	Elastischer Stoß	244
3.12.5	Hinweis auf reale Stöße; Stoßzahl	245
3.13	Der Drallsatz (Impulsmomentensatz)	246
3.13.1	Herleitung	246
3.13.2	Beispiel	247
3.13.3	Der Flächensatz (2. Keplersches Gesetz)	248
	Kinetik des Punkthaufens	248
3.14	Annahmen, Schwerpunktsatz, Impulssatz	248
3.14.1	Annahmen	248
3.14.2	Schwerpunktsatz	249
3.14.3	Impulssatz	250
3.15	Der Drallsatz (Drehimpulssatz) für den Punkthaufen	252
3.15.1	Drallsatz bezogen auf einen festen Punkt	252
3.15.2	Drallsatz bezogen auf den Schwerpunkt	254
	Kinematik und Kinetik des starren Körpers in der Ebene	256
3.16	Kinematik des parallel zu einer Ebene bewegten starren Körpers	256
3.16.1	Referenzkoordinaten, Lagekoordinaten	256
3.16.2	Geschwindigkeit	258
3.16.3	Beschleunigung	259
3.17	Kinetik des parallel zu einer Ebene bewegten starren Körpers	259
3.17.1	Schwerpunktbewegung (Translation)	259
3.17.2	Drehung um den Schwerpunkt (Rotation)	260
3.18	Bewegung in der Ebene: Zusammenfassung und Beispiele	262
3.18.1	Zusammenfassung	262
3.18.2	Beispiele	263
3.18.3	Die Dralländerung tangential zur Ebene; Deviationsmomente	266
3.19	Der Energiesatz bei ebenen Bewegungen	268
3.19.1	Potentielle Energie des Gewichts	268
3.19.2	Kinetische Energie des starren Körpers in der Ebene	268
3.19.3	Beispiel für den Energiesatz	269
3.20	Vermischte Aufgaben und Probleme	270
3.20.1	Innere Kräfte infolge Bewegung	270
3.20.2	Drall- und Kreiseffekte	272
3.20.3	Kreisel	273

Inhaltsverzeichnis	XV
Schwingungen	274
3.21 Freie Schwingungen	274
3.21.1 Feder-Masse-Schwinger ohne Gewicht	274
3.21.2 Feder-Masse-Schwinger mit Gewicht	275
3.21.3 Mathematisches Pendel	277
3.21.4 Drehschwinger	278
3.22 Freie gedämpfte Schwingungen	279
3.22.1 Dämpferelement	279
3.22.2 Bewegungsgleichung für einen linear gedämpften Schwinger	280
3.22.3 Lösung der Bewegungsgleichung mit dem $e^{\lambda t}$ -Ansatz	281
3.22.4 Aperiodische Bewegungen	284
3.23 Erzwungene gedämpfte Schwingungen	285
3.23.1 Bewegungsgleichung eines fußpunkterregten Schwingers	285
3.23.2 Superposition (Überlagerung) von Lösungen	286
3.23.3 Komplexe Behandlung der erzwungenen Schwingungen	287
3.23.4 Einschwingvorgang	292
3.24 Freie ungedämpfte Schwingungen mit dem Freiheitsgrad zwei	293
3.24.1 Bewegungsgleichungen für einen ungedämpften Schwinger vom Freiheitsgrad zwei	293
3.24.2 Lösen der Bewegungsgleichung mit dem $e^{\lambda t}$ -Ansatz	296
3.24.3 Ausdeuten der Lösung; Eigenschwingungen; Umformen der Lösung; Anpassen an Anfangsbedingungen	299
3.25 Erzwungene ungedämpfte Schwingungen mit dem Freiheitsgrad zwei	303
3.25.1 Bewegungsgleichungen	303
3.25.2 Superposition (Überlagerung) von Lösungen	304
3.25.3 Berechnen der erzwungenen Schwingungen	305
Personenverzeichnis	312
Sachverzeichnis	313
Lösungsschema für Aufgaben aus Statik und Kinetik	323