

Technische Mechanik · Zweiter Band

Lehrbuch der Technischen Mechanik

Sigurd Falk

Zweiter Band

Die Mechanik des starren Körpers

Mit 126 Aufgaben



Springer-Verlag

Berlin / Heidelberg / New York

1968

Dr.-Ing. SIGURD FALK
o. Professor an der Technischen Universität
Braunschweig

ISBN 978-3-540-04108-5 ISBN 978-3-642-87331-7 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-87331-7

Alle Rechte vorbehalten.
Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung
des Springer-Verlages übersetzt oder in irgendeiner Form
vervielfältigt werden

© by Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg 1968

Library of Congress Catalog Card Number: 67-18964

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw.
in diesem Buch berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der An-
nahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetz-
gebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Titel Nr. 1422

Meinem verehrten Lehrer
Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. HERMANN SCHAEFER
zum 60. Geburtstag
in Dankbarkeit zugeeignet

Vorwort

Der vorliegende zweite Band handelt von der Mechanik des starren Körpers. Aus didaktischen Gründen wird der Sonderfall der ebenen starren Scheibe vorweggenommen, weil hier die begrifflichen und mathematischen Schwierigkeiten sehr viel geringer sind als in der räumlichen Mechanik, die ein gutes Anschauungsvermögen und völlige Beherrschung der Vektoralgebra voraussetzt. Dies gilt besonders für die Kreiseltheorie, die ich sehr viel ausführlicher dargestellt habe, als sonst in Lehrbüchern der Technischen Mechanik üblich.

Den Schluß des Buches bildet eine Sammlung von über hundert Aufgaben, deren Lösung anhand der im Textteil gebotenen Formeln und Methoden vollständig vorgeführt wird.

Meine Assistenten, die Herren Dipl.-Ing. JÜRGEN DRUBE, Dr.-Ing. REINHOLD RITTER und Dipl.-Ing. HEINZ-WILHELM WAGNER haben mir auch diesmal mit Rat und Tat zur Seite gestanden. Außerdem bin ich den Herren cand. ing. PETER RUGE und cand. ing. HELMUT GEISTEFELDT für das Lesen der Korrekturen zu Dank verpflichtet.

Der Springer-Verlag ist wiederum voller Geduld und Verständnis auf meine zahlreichen Wünsche, besonders die Abbildungen betreffend, eingegangen, wofür ihm besonders gedankt sei.

Braunschweig, im Juli 1968

Sigurd Falk

Die Mechanik des starren Körpers

Der erste Band handelte von der Mechanik des Punktes; das ist, wie wir sahen, nicht etwa ein „kleiner“ oder gar „unendlich kleiner“ Körper, sondern ein Körper von beliebiger Ausdehnung, jedoch mit einem speziellen Bewegungsgesetz: er muß eine reine Translation vollführen, darf sich somit nicht drehen. Die Bahnkurven aller seiner Punkte sind dann kongruent und parallel, so daß es genügt, irgendeinen Körperpunkt herauszugreifen und dessen Bewegung zu beschreiben. Nur in diesem Sinne sprachen wir von einem Massenpunkt.

Ein räumlich ausgedehnter Körper kann verformbar oder starr sein. Starr heißt, daß die gegenseitigen Abstände irgend zweier Körperpunkte absolut unveränderlich sind, eine Definition, die gleichbedeutend ist mit der Existenz eines Drehvektors, der die äußerst straffe Ordnung im Geschwindigkeitsfeld des starren Körpers symbolisiert und mit dessen Hilfe sich die Drehung des starren Körpers einfach beschreiben läßt. Starrheit und Existenz eines Drehvektors sind somit nur zwei verschiedene Ausdrucksformen des gleichen physikalischen Sachverhalts. Daß es in der Natur keinen absolut starren Körper gibt, braucht uns nicht zu stören, da in der Mechanik ohnehin nur mit abstrakten und in „Wirklichkeit“ nicht vorhandenen Begriffen und Modellvorstellungen operiert wird.

Das die Mechanik des Punktes beherrschende NEWTONSche Grundgesetz „Kraft gleich Masse mal Beschleunigung“ muß für den starren Körper erweitert werden auf die als Äquivalenzprinzip bezeichnete umfassendere Aussage: „Die Dynamik der Kräfte ist gleich der Dynamik der Massenbeschleunigungen.“ Die Dynamik des Kraftfeldes ist ebenso wie die Dynamik des Massenbeschleunigungsfeldes das Ergebnis einer sogenannten Reduktion in einem beliebigen Punkt. Äquivalenz und Reduktion sind daher die beiden beherrschenden Begriffe, mit deren Hilfe die Mechanik des Punktes auf die Mechanik des starren Körpers erweitert wird.

Ebenso wie den ersten Band kann man auch den zweiten auf zweierlei Weise lesen: entweder in der natürlichen Reihenfolge, oder indem man zuerst die Statik, dann die Kinematik und anschließend die Kinetik studiert; die nebenstehende Übersicht soll dieses Vorgehen erleichtern.

Mechanik der Punkte und starren Körper

		Kinematik	Statik	Kinetik	Drehgeschwindigkeit, Drehimpuls und Drehkraft (Moment)
Band I	Punkt	<p>§ 1 Die skalare Kinematik des Punktes</p> <p>§ 2 Die Vektorkinematik des Punktes</p>	<p>§ 3 Die Kraft</p> <p>§ 4 Die Statik des einzelnen Punktes</p> <p>§ 5 Die Statik des Punkteverbandes</p>	<p>§ 6 Grundlagen der Kinetik</p> <p>§ 7 Die freie Bewegung des Massenpunktes</p> <p>§ 8 Die geführte Bewegung des Massenpunktes</p> <p>§ 9 Die Kinetik des Massenpunkthaufens</p>	<p>kommen nicht vor oder sind entbehrlich</p>
	Starrer Scheibe	<p>§ 10 Das ebene Geschwindigkeitsfeld</p> <p>§ 11 Das ebene Beschleunigungsfeld</p>	<p>§ 12 Ebene Kräftegeometrie</p> <p>§ 13 Die Auflagerreaktionen der ebenen Statik</p> <p>§ 14 Die Schnittgrößen der ebenen Statik</p>	<p>§ 15 Ebene Massengeometrie</p> <p>§ 16 Die Bewegungsgleichungen der starren Scheibe</p> <p>§ 17 Die Schnittgrößen der starren Scheibe</p>	<p>sind Skalare</p>
Band II	Starrer Körper	<p>§ 18 Das räumliche Geschwindigkeitsfeld</p> <p>§ 19 Das räumliche Beschleunigungsfeld</p>	<p>§ 20 Räumliche Kräftegeometrie</p> <p>§ 21 Die Auflagerreaktionen der räumlichen Statik</p> <p>§ 22 Die Schnittgrößen der räumlichen Statik</p>	<p>§ 23 Räumliche Massengeometrie</p> <p>§ 24 Die Bewegungsgleichungen des starren Körpers</p> <p>§ 25 Die Schnittgrößen des starren Körpers</p>	<p>sind Vektoren</p>

Inhaltsverzeichnis

V. Die Kinematik der starren Scheibe	117
§ 10. Das ebene Geschwindigkeitsfeld	117
10.1 Der Begriff des Geschwindigkeitsfeldes	117
10.2 Die Translation der starren Scheibe	117
10.3 Die Rotation der starren Scheibe	118
10.4 Die Rollbewegung der starren Scheibe	119
10.5 Die allgemeine Bewegung der starren Scheibe	121
10.6 Der Verband von starren Scheiben	124
§ 11. Das ebene Beschleunigungsfeld	126
11.1 Der Begriff des Beschleunigungsfeldes	126
11.2 Die Translation der starren Scheibe	126
11.3 Die Rotation der starren Scheibe	126
11.4 Die Rollbewegung der starren Scheibe	127
11.5 Die allgemeine Bewegung der starren Scheibe	128
11.6 Wechselkreis und Wendekreis	129
11.7 Der Verband von starren Scheiben	133
VI. Die Statik der starren Scheibe	134
§ 12. Ebene Kräftegeometrie	134
12.1 Die Kraft am starren Körper	134
12.2 Zusammensetzen und Zerlegen zweier Kräfte in einer Ebene	134
12.3 Kräftepaar und Moment	135
12.4 Die Reduktion eines ebenen Kräftesystems	137
12.5 Die Gleichgewichtsbedingungen der ebenen Statik	141
12.6 Der Kräftemittelpunkt eines ebenen Kräftesystems	141
12.7 Stetig verteilte Kräfte und Kräftepaare	142
12.8 Geometrie der Schwerkräfte	146
12.9 Geometrie der Federkräfte	149
§ 13. Die Auflagerreaktionen der ebenen Statik	151
13.1 Auflager und Reaktionen	151
13.2 Die statisch bestimmte Stützung	153
13.3 Die statisch unterbestimmte Stützung	156
13.4 Die statisch überbestimmte (unbestimmte) Stützung	158
13.5 Der Verband von starren Scheiben	158
§ 14. Die Schnittgrößen der ebenen Statik	161
14.1 Das Schnittprinzip	161
14.2 Die Schnittgrößen paralleler Kräfte	163
14.3 Der gerade Balken	168

14.4	Gekrümmte Balken und Rahmen	170
14.5	Tragwerke unter Eigengewicht	174
14.6	Das Fachwerk	175
14.7	Zusammengesetzte Tragwerke	179
VII.	Die Kinetik der starren Scheibe	181
§ 15.	Ebene Massengeometrie	181
15.1	Massendichte und Massenmittelpunkt	181
15.2	Die Reduktion der Massengeschwindigkeiten (Impulse)	181
15.3	Die Reduktion der Massenbeschleunigungen	184
15.4	Drehmasse und kinetische Energie	186
15.5	Der STEINERSche Satz	187
§ 16.	Die Bewegungsgleichungen der starren Scheibe	188
16.1	Freiheitsgrade und Reaktionen	188
16.2	Das Äquivalenzprinzip	189
16.3	Arbeit, Leistung und kinetische Energie	191
16.4	Synthetische und analytische Methode	193
16.5	Die Translation der starren Scheibe	195
16.6	Die Rotation der starren Scheibe	195
16.7	Die Rollbewegung der starren Scheibe	200
16.8	Die allgemeine Bewegung der starren Scheibe	202
16.9	Der Verband von starren Scheiben	203
16.10	Gleichförmige Bewegung und lokales Gleichgewicht	206
§ 17.	Die Schnittgrößen der starren Scheibe	207
17.1	Das Schnittprinzip	207
17.2	Kinetostatik der ebenen Punktsysteme	209
17.3	Kinetostatik der ebenen Balken und Rahmen	210
VIII.	Die Kinematik des starren Körpers	211
§ 18.	Das räumliche Geschwindigkeitsfeld	211
18.1	Allgemeines	211
18.2	Die Drehung um eine feste Achse	212
18.3	Die Drehung um einen festen Punkt (Kreiselung)	213
18.4	Die allgemeine Bewegung des starren Körpers	215
18.5	Der Verband von starren Körpern	218
18.6	Die EULERSchen Winkel	220
§ 19.	Das räumliche Beschleunigungsfeld	222
19.1	Allgemeines	222
19.2	Die Drehung um eine feste Achse	223
19.3	Die Drehung um einen festen Punkt (Kreiselung)	223
19.4	Die allgemeine Bewegung	223
19.5	Der Verband von starren Körpern	224
IX.	Die Statik des starren Körpers	225
§ 20.	Räumliche Kräftegeometrie	225
20.1	Kraft und Kräftepaar im Raum	225
20.2	Das Zusammensetzen von Kräftepaaren	228
20.3	Die Reduktion eines räumlichen Kräftesystems	229
20.4	Kraftschraube und Kraftkreuz	230
20.5	Die Gleichgewichtsbedingungen	232

20.6	Kräftemittelpunkt und Schwerpunkt im Raum	233
20.7	Stetig verteilte Kräfte und Kräftepaare	233
§ 21.	Die Auflagerreaktionen der räumlichen Statik	234
21.1	Auflager und Reaktionen	234
21.2	Der statisch bestimmt gestützte starre Körper	236
21.3	Der statisch unterbestimmt gestützte starre Körper	237
21.4	Der statisch überbestimmt (unbestimmt) gestützte starre Körper	237
21.5	Der Verband von starren Körpern	237
§ 22.	Die Schnittgrößen der räumlichen Statik	238
22.1	Das Schnittprinzip	238
22.2	Der räumliche Rahmen	238
22.3	Das räumliche Fachwerk	240
22.4	Zusammengesetzte Tragwerke	241
X.	Die Kinetik des starren Körpers	242
§ 23.	Räumliche Massengeometrie	242
23.1	Massendichte und Massenmittelpunkt	242
23.2	Die Reduktion der Massengeschwindigkeiten (Impulse).	242
23.3	Die Reduktion der Massenbeschleunigungen	244
23.4	Drehmasse und kinetische Energie	245
23.5	Das Hauptachsensystem	247
23.6	Der symmetrische Kreisel	250
23.7	Der STEINERSche Satz	251
§ 24.	Die Bewegungsgleichungen des starren Körpers	252
24.1	Freiheitsgrade und Reaktionen	252
24.2	Das Äquivalenzprinzip	253
24.3	Arbeit, Leistung und kinetische Energie	254
24.4	Synthetische und analytische Methode	255
24.5	Die Drehung um eine feste Achse	256
24.6	Die Kinetik des symmetrischen Kreisels	257
24.7	Die allgemeine Präzession des symmetrischen Kreisels	259
24.8	Die reguläre Präzession des symmetrischen Kreisels	262
24.9	Symmetrischer Kreisel, Moment in Richtung der Knotenachse	265
24.10	Die allgemeine Bewegung des starren Körpers	270
24.11	Der Verband von starren Körpern	272
24.12	Gleichförmige Bewegung und lokales Gleichgewicht	273
24.13	Vergleich von Translation und Rotation	274
24.14	Der Drallsatz des Massenpunktes	275
§ 25.	Die Schnittgrößen des starren Körpers	276
25.1	Das Schnittprinzip	276
25.2	Kinetostatik der räumlichen Punktsysteme	277
25.3	Kinetostatik der räumlichen Balken und Rahmen	277
Tabelle 3: Schwerpunkte und Hauptdrehmassen einiger homogener Linien, Flächen und Körper		278
126 Aufgaben mit Lösungen		61–188
Namen- und Sachverzeichnis		1–3