

# Anwendungsorientierte Mathematik

Vorlesungen und Übungen für Studierende  
der Ingenieur- und Wirtschaftswissenschaften

Herausgegeben von G. Böhme

Band 4



Gert Böhme, Helmut Kernler  
Hans-Volker Niemeier, Dieter Pflügel

# **Aktuelle Anwendungen der Mathematik**

Zweite Auflage

Mit 133 Abbildungen

Springer-Verlag  
Berlin Heidelberg New York  
London Paris Tokyo 1989

Professor Dr. phil. GERT BÖHME  
Professor Dipl.-Ing. HELMUT KERNLER  
Professor Dr. HANS-VOLKER NIEMEIER  
Professor Dipl.-Ing. Dr. DIETER PFLÜGEL

Fachhochschule Furtwangen/Schwarzwald

ISBN-13: 978-3-540-50700-0 e-ISBN-13: 978-3-642-83692-3  
DOI: 10.1007/978-3-642-83692-3

CIP-Titelaufnahme der Deutschen Bibliothek  
Anwendungsorientierte Mathematik  
Vorlesungen und Übungen für Studierende der Ingenieur- und Wirtschaftswissenschaften/  
hrsg. von G. Böhme.  
Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris; Tokyo: Springer.  
Früher u. d. T.: Böhme, Gert: Anwendungsorientierte Mathematik  
NE: Böhme, Gert [Hrsg.]  
Bd. 4 Aktuelle Anwendungen der Mathematik/Gert Böhme  
2. Aufl. – 1989

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der Fassung vom 24. Juni 1985 zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1977 and 1989

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1989

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Sollte in diesem Werk direkt oder indirekt auf Gesetze, Vorschriften oder Richtlinien (z.B. DIN, VDI, VDE) Bezug genommen oder aus ihnen zitiert worden sein, so kann der Verlag keine Gewähr für Richtigkeit, Vollständigkeit oder Aktualität übernehmen. Es empfiehlt sich, gegebenenfalls für die eigenen Arbeiten die vollständigen Vorschriften oder Richtlinien in der jeweils gültigen Fassung hinzuzuziehen.

2160/3020-543210 – Gedruckt auf säurefreiem Papier

# Vorwort zur zweiten Auflage

Die in der ersten Auflage getroffene Auswahl der Themen für die "Aktuellen Anwendungen der Mathematik" hat sich als richtig und zukunftsweisend herausgestellt. Die Sachgebiete sind für Ingenieure, Informatiker und Wirtschaftswissenschaftler von aktuellem Interesse. Die bewußt einfach gehaltene Form der Darstellung, verbunden mit einem engen Praxisbezug, hält sich methodisch und didaktisch auf der gleichen Linie wie die vorangehenden drei Bände der "Anwendungsorientierten Mathematik". Wo es erforderlich war, wurden die Beispiele aktualisiert und neue Begriffsbildungen aufgenommen. Druck- und Rechenfehler wurden korrigiert.

Die Autoren sind dem Springer-Verlag für die zügige Herstellung der zweiten Auflage und die bewährte Güte der Ausstattung herzlich verbunden.

Furtwangen, im Februar 1989

Gert Böhme

# Vorwort

In diesem Band stellen wir dem Leser eine Auswahl mathematischer Anwendungen vor, die in den letzten Jahren immer mehr an Bedeutung gewonnen haben und schon heute nicht mehr aus der Praxis wegzudenken sind. Erfahrungsgemäß werden Prognoseverfahren, Wortstrukturen, Automaten, Graphen oder Bestandsoptimierungen in der Regel nicht in den mathematischen Grundvorlesungen behandelt. Im Berufsleben stehende Fachleute oder Studenten der höheren Semester sind deshalb oft gezwungen, einschlägige Informationen der Spezialliteratur zu entnehmen. Diesem Kreis will der vorliegende Band einen ersten, leicht lesbaren und auf die Anwendungen zugeschnittenen Einstieg ermöglichen.

Die einzelnen Kapitel können weitgehend unabhängig voneinander gelesen werden. Ihre inhaltliche Bedeutung wird ausführlich begründet. Um ein effizientes Selbststudium zu gewährleisten, sind jedem Abschnitt Aufgaben zugefügt, deren Lösungen im Anhang nachgeschlagen werden können.

Der Umfang jedes Kapitels entspricht etwa dem Stoff einer zweistündigen Semestervorlesung. Jeder Autor hat über sein Thema mehrmals an der FH Furtwangen vorgetragen und die damit gewonnenen Lehrerfahrungen bei der didaktischen Gestaltung seines Beitrages berücksichtigt. Bei den Prognosen wurde das methodische, bei den Graphen das algorithmische Element in den Vordergrund gerückt. Dagegen erschien es uns angebracht, Wortstrukturen und Automaten von der Theorie der Zeichenketten her systematisch zu entwickeln. Ein solcher grundlegender Aufbau fehlt bislang noch in der Literatur. Er hat sich jedoch im Unterricht bestens bewährt und ermöglicht auch dem Nichtmathematiker den Eingang in Gebiete wie Halbgruppen, Sprachen, Algorithmen und Automaten. Schließlich demonstriert die mathematische Behandlung von Bestandsoptimierungen eine moderne Anwendung der Analysis im Bereich der Wirtschaftswissenschaften.

Für die mühevollen Anfertigung des reproduktionsreifen Manuskriptes haben wir Frau E. Grafe, St. Georgen, herzlich zu danken. Dem Springer Verlag sind wir für die gute Ausstattung des Buches verbunden.

# Inhaltsverzeichnis

<u>1. Graphen (H.-V. Niemeier)</u> .....	1
1.1 Einleitung .....	1
1.2 Grundbegriffe und Beispiele .....	2
1.2.1 Grundlegende Definitionen .....	2
1.2.2 Bäume .....	7
1.2.3 Matrixdarstellungen von Graphen .....	11
1.3 Optimale Wege in Graphen .....	18
1.3.1 Problemstellung .....	18
1.3.2 Der Dijkstra-Algorithmus .....	20
1.3.3 Der Floyd-Algorithmus .....	25
1.4 Flüsse in Netzwerken .....	28
1.4.1 Problemstellung .....	28
1.4.2 Der Maximalflußalgorithmus von Ford-Fulkerson .....	30
1.4.3 Kostenminimale Flüsse .....	35
1.4.4 Transport- und Zuordnungsaufgaben als Flußprobleme .....	38
1.5 Tourenprobleme auf Graphen .....	41
<u>2. Wortstrukturen (G. Böhme)</u> .....	47
2.1 Einführung, Überblick .....	47
2.2 Wörter, Relationen und Operationen .....	48
2.2.1 Numerierte Paarmengen .....	48
2.2.2 Worte, Aufbau und Typisierung .....	54
2.2.3 Relationen zwischen Wörtern .....	61
2.2.4 Einstellige Wortoperationen .....	68
2.2.5 Zweistellige Wortoperationen .....	72
2.2.6 Boolesche Wortoperationen .....	75

2.3	Worthalbgruppen .....	79
2.3.1	Eigenschaften von Halbgruppen .....	79
2.3.2	Erzeugendensysteme. Nachweis der Assoziativität .....	83
2.3.3	Freie Halbgruppen .....	86
2.4	Wortveränderungen .....	91
2.4.1	Einführende Überlegungen .....	91
2.4.2	Semi-Thue-Systeme .....	92
2.4.3	Markov-Algorithmen .....	97
2.4.4	Das Wortproblem in Halbgruppen .....	102
2.5	Wortmengen .....	104
2.5.1	Verknüpfungen von Sprachen .....	104
2.5.2	Reguläre Sprachen .....	109
2.5.3	Regelsprachen .....	110
<u>3.</u>	<u>Automaten (D. Pflügel)</u> .....	<u>117</u>
3.1	Einleitung .....	117
3.2	Automatenmodelle .....	118
3.3	Endliche Automaten .....	120
3.3.1	Die Arbeitsweise des endlichen Automaten .....	120
3.3.2	Deterministischer endlicher Automat .....	122
3.3.3	Die von einem Automaten akzeptierte Wortmenge .....	129
3.3.4	Nichtdeterministischer Automat .....	133
3.3.5	Reduktion und Äquivalenz von Automaten .....	138
3.3.6	Minimaler Automat .....	146
3.3.7	Zusammenhang zwischen regulären Mengen und Automaten .....	148
3.3.8	Verknüpfung von Automaten .....	151
3.4	Endliche Maschinen .....	155
3.4.1	Die Arbeitsweise der endlichen Maschine .....	155
3.4.2	Endliche deterministische Maschine .....	156
3.4.3	Verarbeitung von Zeichenketten .....	159
3.4.4	Minimale Maschine .....	160
3.4.5	Typen von Maschinen .....	160
<u>4.</u>	<u>Prognoseverfahren (H.-V. Niemeier)</u> .....	<u>162</u>
4.1	Einleitung .....	162

4.2 Modelle und Verfahren der Vorhersage: Grundbegriffe, Typisierung, Voraussetzungen und Grenzen, Beurteilungskriterien .....	165
4.3 Gleitende Durchschnitte .....	171
4.3.1 Grundbegriffe .....	171
4.3.2 Gleitende Durchschnitte bei Zeitreihen mit Saisoneinflüssen .....	175
4.4 Vorhersagen mittels Regressionsanalysen .....	178
4.4.1 Modelle mit internen Faktoren .....	178
4.4.2 Modelle mit externen Faktoren .....	185
4.5 Verfahren der exponentiellen Glättung .....	190
4.5.1 Exponentielle Glättung 1. Ordnung .....	190
4.5.2 Das lineare Trendmodell .....	195
4.5.3 Saisonmodelle .....	200
4.5.4 Startwerte .....	200
4.5.5 Prognosekontrolle .....	202
4.6 Verfahren der langfristigen Prognose, Wachstumsfunktionen .....	203
<u>5. Bestandsoptimierung (H. Kernler) .....</u>	<u>212</u>
5.1 Einführung .....	212
5.2 Andlersche Grundgleichung .....	213
5.2.1 Herleitung .....	213
5.2.2 Anwendung der Andlerschen Grundgleichung .....	217
5.2.3 Erweiterung des Grundmodells auf zwei Artikel .....	222
5.2.4 Erweiterung des Grundmodells auf mehrere Teillieferungen ..	224
5.2.5 Mengenabhängige Preise .....	226
5.3 Dynamische Bestellmengen .....	228
5.3.1 Problemstellung .....	228
5.3.2 Gleitende wirtschaftliche Losgröße .....	229
5.3.3 Stückperiodenausgleich .....	232
5.3.4 Verfeinerung des Stückperiodenausgleichs .....	234
<u>6. Anhang: Lösungen der Aufgaben .....</u>	<u>239</u>
<u>Sachverzeichnis .....</u>	<u>254</u>



Inhaltsübersicht der weiteren Bände:

Band 1: Algebra

1. Grundlagen der Algebra
2. Lineare Algebra
3. Algebra komplexer Zahlen
4. Anhang: Lösungen der Aufgaben

Band 2: Analysis 1. Teil

Funktionen - Differentialrechnung

1. Elementare reelle Funktionen
2. Komplexwertige Funktionen
3. Differentialrechnung
4. Anhang: Lösungen der Aufgaben

Band 3: Analysis 2. Teil

Integralrechnung - Reihen - Differentialgleichungen

1. Integralrechnung
2. Unendliche Reihen
3. Gewöhnliche Differentialgleichungen
4. Anhang: Lösungen der Aufgaben