



Alfred Mehmel

Vorgespannter Beton

Grundlagen

der Theorie, Berechnung und Konstruktion

3. neubearbeitete und erweiterte Auflage

Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1973

Professor Dr.-Ing. A. MEHMEL
Ordinarius (em.) der TH Darmstadt

Mit 154 Abbildungen, 8 Tafeln im Text und
1 Tabelle von Querschnittswerten

ISBN-13: 978-3-642-65403-9
DOI: 10.1007/978-3-642-65402-2

e-ISBN-13: 978-3-642-65402-2

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdruckes, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten.

Bei Vervielfältigungen für gewerbliche Zwecke ist gemäß § 54 UrhG eine Vergütung an den Verlag zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.

© by Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg 1973

Softcover reprint of the hardcover 3rd edition 1973

Library of Congress Catalog Card Number 72-80290

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Buche berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage

Das Buch enthält in etwas gekürzter Fassung den Stoff der Vorlesung, die ich zur Zeit über Spannbeton an der Technischen Hochschule Darmstadt halte.

Die Spannbetonbauweise beruht auf einem mechanischen Prinzip, das in Handwerk und Technik seit Jahrhunderten bekannt ist, und das darin besteht, einen aus äußeren Kräften herrührenden Spannungszustand günstiger zu gestalten, indem ein anderer, und zwar im wesentlichen ein Eigenspannungszustand, überlagert wird. Als Beispiel seien hier stichwortartig genannt: das hölzerne Rad mit Eisenreifen und das Daubenfaß mit eisernen Bändern (vgl. auch Abschn. 1.1 des Buches). Die praktische Durchführung dieses Prinzips im Spannbeton war freilich an gewisse Erkenntnisse und Entwicklungen in der Technologie des Betons und der Bewehrungsstähle sowie geeignete konstruktive Lösungen und ausführungstechnische Verfahren gebunden, und Jahrzehnte hindurch haben sich hervorragende Ingenieure mit diesem Problem beschäftigt.

Aus der Art, wie die Vorspannglieder ausgebildet sind, und insbesondere wie die Vorspannkräfte eingeleitet werden, haben sich zahlreiche Vorspannsysteme mit einer Fülle von Einzelheiten entwickelt. Ich habe es mir zur Aufgabe gemacht, in diesem Buch die einfachen mechanischen Zusammenhänge darzulegen, aus deren Beherrschung allein der Ingenieur das Verständnis für die Einzelheiten gewinnt.

Darmstadt, im Mai 1957

Alfred Mehmel

Vorwort zur dritten Auflage

In der vorliegenden dritten Auflage ist der leitende Gedanke des Autors, sich im wesentlichen auf die Darlegung der mechanischen und konstruktiven Grundlagen zu beschränken, beibehalten worden.

Eine neue Bearbeitung mancher Themen und damit verbunden auch eine Vergrößerung des Umfangs ergab sich aus der Entwicklung des Fachgebietes.

Als sprechender Beleg hierfür sei die DIN 1045 (neu) genannt (wenn hier auch des Guten etwas zu viel geschehen ist).

Wo in dieser dritten Auflage der Stoff gegenüber der zweiten eine Neubearbeitung erfahren hat, wird der Fachmann unschwer erkennen, z. B. in den Themenkreisen „Baustoffe“, „Tragfähigkeit“, „Schub-sicherung“.

Die Bemessung, die bekanntlich im Spannbeton umständlicher ist als im schlaffbewehrten Stahlbetonbau, weil wesentlich mehr Spannungsgrenzwerte zu berücksichtigen sind, ist im besonderen Maß erweitert worden. In den maßgebenden Grundgleichungen erscheinen dimensionslose Querschnittswerte; für diese Werte sind Tabellen mit Hilfe elektronischer Berechnung in einem solchen Umfang ausgearbeitet, daß die Arbeit der Bemessung in vielen Fällen erleichtert sein dürfte.

Die Beispiele sind vermehrt und erweitert worden. Studierende und junge Ingenieure mögen daraus manchen praktischen Wink entnehmen.

Schließlich danke ich den Herren aus dem Kreise meiner Partner und Mitarbeiter, die an der 3. Auflage durch anregende Diskussion und Ausarbeitung von Einzelheiten Anteil haben:

Dr.-Ing. *Wulf Böttger*, Dr.-Ing. *Albert Krebs*, Dr.-Ing. *Wolfgang Kruse* und
Dipl.-Ing. *Manfred Weyhmann*;
darüberhinaus Dr.-Ing. *Böttger*
für wertvolle Unterstützung bei der Gesamtbearbeitung.

Darmstadt, im Oktober 1972

Alfred Mehmel

Nach dem Tode von Herrn Prof. Dr.-Ing. *A. Mehmel* im November 1972 wurde die abschließende Korrekturlesung von den obengenannten Herren durchgeführt.

Inhaltsverzeichnis

1. Grundbegriffe	1
1.1 Prinzip der Vorspannung	1
1.2 Herstellung der Vorspannung; Definitionen	5
Literatur zu Kapitel 1	8
2. Baustoffe und ihre für die Vorspannung wichtigen Eigenschaften.....	9
2.1 Beton	9
2.2 Spannstähle	20
2.3 Einpreßmörtel	27
2.4 Feuerwiderstand von Spannbetonbauteilen	28
Literatur zu Kapitel 2	31
3. Statische Deutung des Lastfalles Vorspannung	33
4. Führung der Spannglieder.....	39
4.1 Spanngliedführung bei statisch bestimmten Systemen	39
4.2 Einfluß der Spanngliedführung bei Durchlaufträgern	42
4.3 Vorspannung von ebenen und räumlichen Flächentragwerken	49
4.3.1 Ebene Flächentragwerke (Platten)	49
4.3.2 Räumliche Flächentragwerke	53
6. Reibung beim Vorspannen	54
5.1 Differentialgleichung der Seilreibung	54
5.2 Verschiedene Fälle der Ausführung der Vorspannung.....	56
5.3 Die Größe des Reibungsbeiwertes	57
5.4 Ausgleich der Reibungsverluste und Berücksichtigung des Keilschlupfes	60
Literatur zu Kapitel 5	62
6. Elastische Formänderungen und Spannungen	63
6.1 Unmittelbarer Verbund (Herstellung im Spannbett).....	65
6.2 Vorspannung mit nachträglichem Verbund	69
6.3 Formänderungen durch Eigengewicht und Verkehrslast	70
6.4 Formänderungen und Spannungen nach Überschreiten der Reißlast in vorgespannten Stahlbetonbalken mit Verbund.....	73
6.5 Formänderungen und Spannungen nach Überschreiten der Reißlast in vorgespannten Stahlbetonbalken ohne Verbund	80
6.6 Herstellung der Vorspannung auf der Baustelle unter Berücksichtigung der elastischen Verformungen	85
6.7 Zusammenstellung der Gleichungen für die Spannungsermittlung unter Gebrauchslast	88

7. Formänderungen und Spannungen aus Kriechen und Schwinden	89
7.1 Vorspannung eines statisch bestimmten Tragwerkes mit einem einzelnen Spannglied	90
7.1.1 Vorspannung ohne Verbund	90
7.1.2 Vorspannung mit Verbund	93
7.2 Vorspannung mit mehreren Spanngliedern	97
7.3 Statisch unbestimmte Systeme	100
7.4 Umlagerung der Schnittkräfte durch Kriechen bei Änderung des statischen Systems	104
7.5 Umlagerung der Spannungen durch Kriechen und Schwinden in vorgespannten Stahlbeton-Verbundbalken	108
7.6 Plastische Durchbiegungen statisch bestimmter vorgespannter Träger	110
Literatur zu Kapitel 7	112
8. Bemessung von Spannbetonquerschnitten auf Biegung	113
8.1 Bemessungsformeln	117
8.1.1 Ableitung für beschränkte Vorspannung	117
8.1.2 Volle Vorspannung	120
8.1.3 Zusammenfassung der Abschnitte 8.1.1 und 8.1.2	120
8.2 Praktische Anwendung der Bemessungsformeln	121
8.2.1 Freie Bemessung	121
8.2.2 Gebundene Bemessung (Ermittlung der erforderlichen Vorspannkraft bei vorgegebenem Querschnitt; häufig vorkommend)	123
8.2.3 Einige prinzipielle Überlegungen über das Verhalten einiger ausgewählter Querschnittsformen und Spanngliedlagen	124
9. Tragfähigkeit von Spannbetonbalken bei Beanspruchung durch Biegung und Normalkraft	134
9.1 Sicherheiten	134
9.2 Die mechanischen Grundlagen zur Berechnung des Bruchmomentes ..	137
9.3 Ermittlung des Bruchmomentes	143
9.3.1 Zeichnerisches Verfahren	144
9.3.2 Rechnerisches Verfahren	146
9.3.3 Überschlägliche Ermittlung des Bruchmomentes	148
9.4 Nachweis der Bruchsicherheit in statisch unbestimmten Systemen ...	149
9.5 Nachweis der Bruchsicherheit in Flächentragwerken	151
9.6 Bemessung von vorgespannten Stahlbetonträgern ohne Verbund im Bruchzustand	154
Literatur zu Kapitel 9	158
10. Schubsicherung	159
10.1 Schubsicherung bei Querkraftbeanspruchung	159
10.2 Schubsicherung bei Torsionsbeanspruchung	172
Literatur zu Kapitel 10	174

11. Einleitung der Vorspannkraft	175
11.1 Konstruktion des Ankers und Ankerkörpers	177
11.2 Bewehrung des Verankerungsbereiches	182
Literatur zu Kapitel 11	187
12. Berechnungsbeispiele	188
12.1 Im Spannbett vorgespannter Dachbinder	188
12.1.1 Abmessungen, Baustoffe und Spanngliedführung	188
12.1.2 Belastung und kritischer Querschnitt	188
12.1.3 Querschnittswerte	189
12.1.4 Schnittkräfte aus äußeren Lasten ($x = 6,73$ m)	190
12.1.5 Spannungsnachweise unter Vorspannung und äußeren Lasten	190
12.1.6 Spannungen infolge Kriechens und Schwindens des Betons	191
12.1.7 Spannungszusammenstellung für $x = 6,73$ m im Gebrauchszustand	194
12.1.8 Zugkeildeckung	194
12.1.9 Bruchsicherheitsnachweis ($x = 6,73$ m)	195
12.1.10 Nachweis der schrägen Hauptspannungen	196
12.1.11 Einleitung der Vorspannkraft	200
12.2 Bemessung eines Hohlquerschnittes	202
12.2.1 Volle Vorspannung	203
12.2.2 Beschränkte Vorspannung	205
12.2.3 Vergleich der Ergebnisse	208
12.3 In zwei Richtungen vorgespannte schiefwinklige Plattenbrücke	208
12.3.1 Darstellung des Bauwerks, Spanngliedführung und Baustoffe	208
12.3.2 Nachweis unter Gebrauchslast	209
12.3.3 Nachweis der Bruchsicherheit	218
12.4 Spannungen aus Kriechen und Schwinden in einem vorgespannten Stahlbeton-Verbundquerschnitt	220
12.4.1 Querschnittswerte	221
12.4.2 Spannungen im Steg (Teil I) zum Zeitpunkt t_I	222
12.4.3 Spannungen zum Zeitpunkt t_{II}	223
12.4.4 Umlagerungsgrößen aus Kriechen und Schwinden zum Zeitpunkt $t = \infty$	224
12.5 Mit nachträglichem Verbund vorgespannte Straßenbrücke	228
12.5.1 Statisches System, Querschnittswerte, Baustoffe, Belastung ..	228
12.5.2 Schnittkräfte infolge Eigengewicht und Verkehrslast	230
12.5.3 Spanngliedführung, Reibungsverluste, Zwängungsmomente ..	233
12.5.4 Ermittlung der erforderlichen Vorspannkraft	237
12.5.5 Spannungsabfall infolge Kriechen und Schwinden	240
12.5.6 Nachweis der Normalspannungen	241
12.5.7 Schiefe Hauptspannungen in Querschnitt 5a	244
12.5.8 Nachweis zur Rissbeschränkung in Punkt 7a	250
12.5.9 Bruchsicherheitsnachweis in Punkt 7a	251
12.5.10 Aufnahme der Spaltzugkräfte im Eintragungsbereich der Vorspannung	253
12.5.11 Ermittlung der Dehnwege	255
Tabelle von Querschnittswerten	257
Sachverzeichnis	281

Bezeichnungen

Die verwendeten Bezeichnungen lehnen sich an die DIN 1080, Zeichen für statische Berechnungen im Bauingenieurwesen, an.

Die Zeichen für die mechanischen und geometrischen Grundbegriffe werden vielfach mit Fuß- oder Kopfzeiger versehen. Ein einzelner *Fußzeiger* kann den Ort der Wirkung, den Ort der Ursache, die Ursache selbst, die Zugehörigkeit, die Bezugsrichtung oder einen Zeitpunkt ausdrücken. Häufig werden mehrere Fußzeiger benötigt. Dabei sollen sich die Fußzeiger der Reihe nach auf folgende Angaben beziehen: Ort der Wirkung, Ort der Ursache, Ursache selbst und Zeitpunkt. Bei gerichteten Strecken werden durch zwei hintereinander folgende Fußzeiger der Ausgangs- und Endpunkt der Strecke gekennzeichnet. Kopfzeiger kennzeichnen ein statisches System oder den Bezugspunkt einer Funktion.

Mehrere Zeiger müssen durch Satz- oder Hilfszeichen getrennt werden, wenn die Eindeutigkeit der Aussage es verlangt. Ein Komma zwischen zwei Fußzeigern bedeutet „verursacht durch“ oder „verursacht durch eine Einheit in“. Sind jedoch nur zwei Fußzeiger angegeben, z. B. ein Orts- und ein Ursachenzeiger, so kann der Einfachheit halber das Komma entfallen. Zwischen mehreren Zeigern für die Ursache steht ein Pluszeichen. Um einen Kopfzeiger müssen zum Unterschied von einer Potenz stets runde Klammern gesetzt werden.

Als allgemeine Regel für die Anwendung der Fuß- und Kopfzeiger gilt, daß nur so viele Zeiger geschrieben werden sollen, wie zum Verständnis erforderlich sind. So kann bei der Behandlung spezieller Fragen auf Zeiger verzichtet werden, die sich aus dem Text eindeutig ergeben.

Gerichtete Größen enthalten ein Vorzeichen. Sie sind positiv, wenn sie in der als positiv definierten Richtung wirken. Zum Beispiel sind Zugkräfte und Zugspannungen positiv, Druckkräfte und Druckspannungen negativ. Gelegentliche Ausnahmen sind im Text besonders vermerkt. Momente sind positiv, wenn sie in einer bezeichneten (gestrichelten) Randfaser Zug erzeugen.

Im einzelnen werden folgende Bezeichnungen verwendet:

a) Statische Größen

<i>Schnittkräfte</i>		<i>Winkel</i>	
M	Biegemoment	}	des Gesamt-
N	Normalkraft		
Q	Querkraft		
Z	Zugkraft eines Querschnittsteiles, ohne Bezeichnung des Querschnittsteiles diejenige des Spanngliedes	ϑ	Planmäßiger Umlenkwinkel des Spanngliedes von der Spann- stelle aus gemessen
D	Druckkraft eines Querschnittsteiles	β	Ungewollter Umlenkwinkel des Spanngliedes je Längeneinheit
		ψ	Winkel zwischen Balkenachse und Spannglied
<i>Spannungen</i>		<i>Formänderungsgrößen</i>	
σ	Längsspannung	ε	Dehnung
τ	Schubspannung	γ	Gleitung
σ_I	schräge Hauptzugspannung	δ	Verschiebung
		f	Durchbiegung
		E	Elastizitätsmodul
		n	Verhältnis der Elastizitätsmoduli, $\bar{n} = n - 1$
		ε_s	Schwindverkürzung des Betons bei unbehindertem Schwinden
		φ	Kriechzahl bzw. Kriechfunktion
<i>Querschnittswerte</i>		<i>Festigkeitswerte</i>	
F	Querschnittsfläche	β_{w28}	Würfelfestigkeit des Betons (Zahl im Index = Erhärtungszeit in Tagen)
I	Trägheitsmoment des Querschnittes	β_{ws}	Serienfestigkeit (Mittelwert)
W	Widerstandsmoment des Querschnittes	β_{wN}	Nennfestigkeit
S	Statisches Moment eines Querschnittsteiles, bezogen auf die Schwerlinie	β_C	Zylinderfestigkeit
y_b	Abstand einer Querschnittsfaser vom Schwerpunkt des Betonquerschnittes	β_p	Prismenfestigkeit
y_i	Abstand einer Querschnittsfaser vom Schwerpunkt des ideellen Querschnittes	$\beta_{0,01}$	Proportionalitätsgrenze des Stahles (0,01% bleibende Dehnung)
b	Größte Breite der Druckzone	$\beta_{0,2}$	Technische Fließgrenze des Stahles (0,2% bleibende Dehnung)
$x = k_x \cdot h$	Abstand der Nulllinie vom gedrückten Querschnittsrand	β_S	Streckgrenze des Stahles
h	Abstand der Bewehrung vom Druckrand	β_F	Wöhlerfestigkeit
$z = k_z \cdot h$	Hebelarm der inneren Kräfte	β_Z	Zugfestigkeit
$\alpha = k_a \cdot x$	Abstand der Resultierenden der Betondruckspannungen vom gedrückten Rand		
k_v	Völligkeitswert, Verhältnis der Fläche des Druckspannungsdiagramms zum umschließenden Rechteck	<i>Beiwerte</i>	
		k	(mit Fußzeiger), Beiwert allgemein
		μ	Reibungsbeiwert für die Reibung beim Spannen
		ν	Sicherheitsbeiwert

h) Fußzeiger

<i>Querschnittsteile</i> (1. Ortszeiger)		<i>Lastfälle</i> (Ursachenzeiger)	
<i>b</i>	Beton	<i>g</i>	Ständige Last
<i>z</i>	Spannglied (Zugglied)	<i>p</i>	Verkehrslast
<i>e</i>	schlaife Bewehrung	<i>q</i>	$q = g + p$
<i>i</i>	ideeller Querschnitt (Verbund)	<i>v</i>	Vorspannung
		<i>U</i>	Bruchlast
		<i>s</i>	Schwinden
		<i>k</i>	Kriechen
		<i>d</i>	kriecherzeugende Last (dauernd vorhandener Lastanteil)
	<i>Querschnittsfaser</i> (2. Ortszeiger)	<i>r</i>	Reibung
<i>o</i>	Obere Randfaser	<i>BZ</i>	Biegezug
<i>u</i>	Untere Randfaser	<i>BD</i>	Biegedruck
<i>z</i>	Faser in Höhe des Spannstranges		

c) Kopfzeiger

⁽⁰⁾	Spannbettzustand	Herstellung des Betons an, zu dem die kriecherzeugende Last aufgebracht wird, und definiert damit den Nullpunkt der Kriechfunktion φ
*	Gesamtbeanspruchung aus Eigen- spannung und Zwängung beim Lastfall „Vorspannung“	
$\varphi^{(n)}$	Die Zahl n gibt in Tagen oder Monaten den Zeitpunkt nach	

Beispiele zum Gebrauch der Zeiger

- $M_{b,v}$ Der auf den Betonquerschnitt wirkende Teil des Eigenspannungsmomentes aus Vorspannung. Man läßt hier meist den Zeiger b entfallen.
- y_{bz} Abstand der Spanngliedachse von der Schwerachse des Betonquerschnitts (y ist positiv, wenn der Endpunkt der Strecke in bezug auf den Ausgangspunkt nach der gestrichelten Faser hin liegt).
- $\delta_{bz,v}$ Verschiebung des Betons in Höhe der Spanngliedachse auf Grund des Lastfalles Vorspannung (Verschiebung tangential zur Achse des Spanngliedes).
- $Z_{k+s}^{(0)}$ Die auf den Spannbettzustand (spannungsloser Beton) bezogene Stahlkraft aus Kriechen und Schwinden.
- M_U Bruchmoment des Gesamtquerschnitts.
- $\varphi_{\infty}^{(28)}$ Der zum Zeitpunkt $t = \infty$ erreichte Kriechbeiwert eines 28 Tage nach der Herstellung belasteten Betons.