

Statistik II

Induktive Statistik



Roland Dillmann

Statistik II

Induktive Statistik

Mit 3 Abbildungen

Physica-Verlag Heidelberg

Professor Dr. Roland Dillmann
Fachbereich Wirtschaftswissenschaft
Bergische Universität Gesamthochschule Wuppertal
Gauss-Straße 20
D-5600 Wuppertal 1

ISBN-13: 978-3-7908-0470-6 e-ISBN-13: 978-3-642-61533-7

DOI: 10.1007/978-3-642-61533-7

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdruckes, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendungen, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der Fassung vom 24. Juni 1985 zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Physica-Verlag Heidelberg 1990

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bindearbeiten: J. Schäffer GmbH u. Co. KG, Grünstadt
2142/7130-543210

Vorwort

Die Ausführungen in diesem Buch sind Grundlage meiner Lehrveranstaltungen in Statistik II im Grundstudium an der BUGH Wuppertal am Fachbereich Wirtschaftswissenschaft. Sie sind im Anschluß an den ersten Teil konzipiert, der den wahrscheinlichkeitstheoretischen Grundlagen der Statistik gewidmet ist. Da der Inhalt des zugrundegelegten Wahrscheinlichkeitsbegriffs bestimmt, was Gegenstand der Statistik zu sein hat, werden hier zwei Positionen dargestellt; die des Subjektivismus mit seiner Formulierung des "Lernens aus Erfahrung" und die des Objektivismus, für den die Sprechweise von unbekanntem, aber existierenden Wahrscheinlichkeiten eine sinnvolle ist. Im Objektivismus unterscheidet man Testprobleme und Schätzprobleme.

Der Subjektivismus ist grundlegend für moderne neoklassische Auffassungen bezüglich des Umgangs mit Unsicherheit, praktische Durchführungen des subjektivistischen Programms sind rar. Wegen der theoretischen Bedeutung des Subjektivismus werden die Grundkonzepte der subjektivistischen Auffassung dargelegt, wegen des hohen theoretischen Anspruchs, den Neoklassiker für ihre theoretischen Auffassungen einfordern, erscheint eine Kritik des Subjektivismus wichtig. Dabei ist zu unterscheiden zwischen solchen Kritiken, die dem Subjektivisten letztlich vorwerfen, das Weltbild des Kritikers nicht zu teilen, und einer Kritik, die sich auf die Grenzen des Subjektivismus bezieht. Wegen der Bedeutung der Behandlung von Unsicherheit in der Ökonomie als Weg zur Überwindung der Voraussetzung vollständiger Information erscheint bedeutsam, daß der Subjektivismus nicht in der Lage ist, das Problem unerwarteter Hypothesen in einer akzeptablen Weise anzugehen. Für eine sich auf den Subjektivismus stützende Variante der Neoklassik heißt das, daß alle denkbaren Erklärungsmuster von vornherein bekannt sein müssen und sich nicht innerhalb der geschichtlichen Entwicklung des ökonomischen Wissensstandes erst ergeben dürfen. Diese Konsequenz erscheint niederschmetternd, setzt man sie in Beziehung zum Selbstverständnis zahlreicher Vertreter der neoklassischen Theorie. Eine andere Formulierung des gleichen Phänomens legt folgender Kernsatz des subjektivistischen "Lernens aus Erfahrung" nahe: Gemäß subjektivistischer Auffassung kommen bei hinreichend langer "gemeinsamer Erfahrung" alle Personen zur gleichen Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten unabhängig von ihren a - priori - Auffas-

sungen, wenn nur alle Alternativen a - priori nicht ausgeschlossen waren. Dieses "Lernen aus Erfahrung" stützt sich allerdings auf das Konzept der bedingten Wahrscheinlichkeit, und zu dessen Anwendung ist es gleichgültig, ob die gemeinsame Erfahrung hypothetisch gedacht oder real existent ist. Von Geschehnissen sind aber verschiedene Personen unterschiedlich betroffen; trotz dieses unterschiedlichen Grades an Betroffenheit ist das Ergebnis des Lernprozesses das gleiche, ja, es reicht sogar aus, Erfahrungen von anderen zu übernehmen oder gar nur als Alternativen gedanklich durchzuspielen, um die entsprechenden Konsequenzen daraus zu ziehen. Die Wertungen bleiben also davon unberührt, ob man etwas nur durchdenkt oder ob man etwas als Betroffener erlebt. Der Homo Oeconomicus mit stabilen Wertungen grüßt in neuem Gewande. Ist so die Überwindung der Prämisse vollständiger Information wirklich überzeugend gelungen? Die meiste praktisch geleistete Tätigkeit von Statistikern beruht auf Konzepten des Objektivismus. Hier ist zunächst einmal festzuhalten, daß der Objektivist größte Schwierigkeiten hat mit dem, was er unter Wahrscheinlichkeit versteht. Ursprüngliche Versuche, Wahrscheinlichkeiten durch relative Häufigkeiten zu messen, waren nicht erfolgreich. Der einzige Weg besteht also darin, Wahrscheinlichkeit als einen Begriff zu verstehen, der seine Bedeutung erst innerhalb der Theorie erfährt, in der er als Schlüsselbegriff auftritt. Für die meisten Anwendungen in der Ökonomie liegt aber eine derartige Theorie nicht vor. Der Objektivist in der Ökonomie steht also vor dem Dilemma, einen Begriff als theoretischen Begriff zu benutzen, für den ihm die Theorie fehlt. Damit kann Statistik als methodische Disziplin nicht alle die Erwartungen erfüllen, die ihr im Wissenschaftsbetrieb von Seiten der Realwissenschaftler oft und gern voreilig zugeschoben werden. Man wird feststellen, daß diese Erwartungen von keiner Methodik einlösbar sind, da man immer wieder auf die bis heute ungelöste Frage stößt: Wie gelangt man zu Erkenntnissen über objektive Tatbestände? Ist unser Reden von Kausalbeziehungen ein die objektiven Gegebenheiten oder unser Denken über diese objektiven Gegebenheiten charakterisierendes Reden? Genaueres Nachdenken über die methodischen Grundlagen der Wissenschaft führt bisweilen zu der schmerzlichen Einsicht, daß viele Sachverhalte, die man als vorbehaltlos richtig unterstellt, nicht in einer Weise begründbar sind, daß sie neugierigen Fragen uneingeschränkt standhalten. Wir müssen also täglich entscheiden, ohne die Konsequenzen unserer Entscheidungen auch nur

annähernd zu kennen. In dieser Situation werden politische Entscheidungen gefällt, die unsere Umwelt in einer Weise verändern können, daß wir möglicherweise diese Veränderungen nicht überleben können. Es wäre leicht, könnte man derartige Entscheidungen umgehen; die an solchen Entscheidungen Beteiligten führen aber Sachzwänge als Argument ins Feld, die ihrer Auffassung nach das Eingehen derartiger Risiken unabdingbar machen, weil nichts tun auch hohe, oft höhere Risiken in sich birgt. Wissenschaftliche Argumentationen über solche Risiken benutzen oft statistische Methoden. Verunsicherung über die Aussagekraft derartiger Methoden führt also zu Existenzängsten, denen man sich ohne Not nicht aussetzen will.

Ich hoffe, dargelegt zu haben, daß der Statistiker nicht von einem anderen Stern spricht, sondern von täglichen, sehr unangenehmen Problemen. Insbesondere nimmt Statistik als methodische Disziplin eine wichtige Rolle in zahlreichen Studiengängen ein, ohne allerdings zu beanspruchen, einzige methodische Disziplin zu sein. Methodenstudium ist Studium des Erkenntnisproblems und damit unabdingbar Voraussetzung für ein Studium beliebiger Realdisziplinen.

Wuppertal, im Januar 1990

Roland Dillmann

Inhaltsverzeichnis

10.	Die Wahrscheinlichkeitskonzeption der Subjektivisten	1
10.1.	Der Wettansatz der Subjektivisten	1
10.2.	Der Begriff der Austauschbarkeit	6
10.3.	Gemischte Verteilungen und das Lernen aus Erfahrung	8
10.4.	Ein Beispiel zum Lernen aus Erfahrung	11
10.5.	Die Konzepte a - priori -, a - posteriori - Verteilung und Likelihood	12
10.6.	Gleiche Erfahrungen führen zu gleichen Wahrscheinlich- keitsbewertungen	13
10.7.	Das Wissenschaftsprogramm der Subjektivisten	17
10.8.	Gemischte Verteilungen	19
11.	Beispiele für parametrische Klassen	22
11.1.	Binomial - Verteilung und Poisson - Verteilung	22
11.2.	Rechteckverteilung	22
11.3.	Negative Binomialverteilung	22
11.4.	n - dimensionale Normalverteilung	23
11.5.	Eindimensionale Normalverteilung	23
11.6.	Beta(r, s) - Verteilung	23
11.7.	$\chi^2(n)$ - Verteilung mit Parameter $n \in \mathbb{N}$	28
11.8.	Γ - Verteilung	30
11.9.	Inverse Γ - Verteilung	31
11.10.	Fisher's F - Verteilung	32
11.11.	Student's t - Verteilung	34
11.12.	Nicht - zentrale Verteilungen	36
11.13.	Zusammenfassung	39
12.	Das Konzept suffizienter (erschöpfender) Statistiken	44
12.1.	Einleitung	44
12.2.	Definition suffizienter Statistiken	45
12.3.	Beispiele	49
12.3.1.	Normalverteilung	49
12.3.2.	Γ - Verteilung	50

12.3.3.	Poisson - Verteilung	50
12.3.4.	Binomial - Verteilung	51
13.	Natürlich konjugierte a - priori - Verteilungen als Konzept der mathematisch leichten Durchführbarkeit des Lernens aus Erfahrung	55
13.1.	Überlegungen zur Wahl der a - priori - Verteilung	55
13.2.	Beispiele	57
13.2.1.	Binomial - Verteilung	57
13.2.2.	Eindimensionale Normalverteilung	58
13.2.2.1.	Bei bekannter Varianz	58
13.2.2.2.	Bei bekanntem Erwartungswert	59
13.2.2.3.	Erwartungswert und Varianz unbekannt	61
13.2.3.	Poisson - Verteilung	63
13.2.4.	Die a - posteriori - Wahrscheinlichkeit von Ereignissen	64
13.3.	Kritik am Subjektivismus	64
14.	Die Wahrscheinlichkeitskonzeption der Objektivisten	67
14.1.	Einige einleitende Bemerkungen	67
14.2.	Die Wahrscheinlichkeitsauffassungen verschiedener Objektivisten	68
14.2.1.	Die relative - Häufigkeitsinterpretation	68
14.2.2.	Das Problem der Wahrscheinlichkeit des Einzelereignisses	69
14.2.3.	Die Einzelfall - Interpretation der Wahrscheinlichkeit	70
14.2.4.	Wahrscheinlichkeit als ungeklärtes Konzept mit hohem pragmatischem Wert	73
14.2.5.	Bemerkungen zum Einsatzbereich objektiver Wahrschein- lichkeitsauffassungen	74
14.3.	Diskussion der Möglichkeiten der Beantwortung verschie- dener Fragen aus objektivistischer Sicht	76
14.4.	Likelihood als komparatives Stützungsmaß	81
14.4.1.	Anforderungen an ein komparatives Stützungsmaß	81
14.4.2.	Die Likelihood als objektivistisches Konzept	82
14.4.2.1.	Likelihood und zusammengesetzte Hypothesen	83
14.4.2.2.	Likelihood und unterschiedliche Erfahrungen für unterschiedliche Hypothesen	85

15.	Objektivistische Testtheorien	88
15.1.	Klassifikation der objektivistischen Testtheorien	88
15.2.	Die Testtheorie von Neyman - Pearson	90
15.2.1.	Wie Neyman - Pearson die Konsequenzen des Hypothesen- tests einbeziehen	90
15.2.2.	Mathematische Beschreibung eines Tests	92
15.2.3.	Überblick über die hier präsentierten Ergebnisse der Neyman - Pearson - Testtheorie	96
15.2.4.	Das Neyman - Pearson - Fundamentallema	98
15.2.5.	Beispiele zum Neyman - Pearson - Fundamentallema	103
15.2.5.1.	Normalverteilung	103
15.2.5.2.	Binomial - Verteilung	106
15.2.5.3.	Poisson - Verteilung	107
15.2.5.4.	Rechteck - Verteilung	108
15.2.6.	Das Konzept des monotonen Dichtequotienten und einseitige Testprobleme	110
15.2.7.	Zweiseitige Testprobleme bei einparametrischen Klassen von Verteilungen: das verallgemeinerte Neyman - Pearson - Fundamentallema	113
15.2.7.1.	Einseitige Tests sind nicht universell beste zwei- seitige Tests	113
15.2.7.2.	Unverzerrte Tests und das verallgemeinerte Neyman - Pearson - Fundamentallema	114
15.2.7.3.	Zweiseitige Testprobleme in der Exponentialfamilie	117
15.2.7.3.1.	Beidseitige Tests in der einparametrischen Exponential- familie	123
15.2.7.3.2.	Beispiele	126
15.2.7.3.2.1.	Normalverteilung bei bekannter Varianz	126
15.2.7.3.2.2.	Normalverteilung bei bekanntem Erwartungswert	127
15.2.7.3.2.3.	Binomial - Verteilung bei bekanntem n	128
15.2.7.3.2.4.	Poisson - Verteilung	129
15.2.8.	Zusammenfassung	129
15.3.	Testprobleme bei mehrparametrischen Klassen von Verteilungen	130
15.3.1.	Das Konzept der Ähnlichkeit	130
15.3.2.	Ähnliche Tests und Exponentialfamilien	132

15.3.2.1.	Die Schwierigkeit beim Testen in mehrparametrischen Familien	132
15.3.2.2.	Bedingte Tests und Tests mit Neyman - Struktur	134
15.3.2.3.	Bedingte Tests und Transformation der suffizienten Statistiken	136
15.3.2.4.	Beispiele	139
15.3.2.4.1.	Testen des Erwartungswertes bei Normalverteilung (t - Test)	139
15.3.2.4.2.	Varianztest bei Normalverteilung (χ^2 - Test)	142
15.3.2.4.3.	Varianzvergleich unter der statistischen Oberhypothese der Normalverteilung	144
15.3.2.4.4.	Vergleich der Erwartungswerte auf der Basis zweier Stichproben	148
15.3.3.	Das Invarianzprinzip	152
15.3.4.	Zusammenfassung und Lösungsprinzip für die Beispiele	154
15.4.	Tests ohne explizite Formulierung der Gegenhypothese	156
15.4.1.	Likelihood - Quotienten - Tests	156
15.4.2.	Signifikanz - Tests	157
15.4.3.	Beispiele für Signifikanz - Tests	158
15.4.3.1.	Kolmogoroff - Tests zum Vergleich von einer theoretischen mit einer empirischen Verteilungsfunktion	158
15.4.3.2.	Smirnow - Tests zur Prüfung, ob zwei Zufallsstichproben die gleiche stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung zugrundeliegt	159
15.4.3.3.	Die Pearson'sche χ^2 - Anpassungsfunktion	161
16.	Das Schätzproblem	174
16.1.	Modell und Struktur	174
16.2.	Das Schätzproblem	176
16.3.	Ziele der Schätzung	177
16.4.	Eigenschaften von Schätzern	180
16.4.1.	Erwartungstreue	180
16.4.2.	Effizienz	181
16.4.3.	Konsistenz	182
16.4.4.	Asymptotisch erwartungstreu	182
16.4.5.	Asymptotische Effizienz	183

17.	Modelle in der Ökonomie	190
17.1.	Das klassische Regressionsmodell	190
17.1.1.	Schätzen im klassischen Regressionsmodell	191
17.1.2.	Testen im klassischen Regressionsmodell	191
17.1.2.1.	Testen einer Komponente von β (t - Test)	191
17.1.2.2.	Testen eines Teilvektors für β (F - Test)	193
17.1.3.	Ein Sonderfall des klassischen Regressionsmodells: Varianzanalyse	195
17.2.	Verallgemeinerte lineare Modelle	197
17.3.	Ein Beispiel zur Regressionsanalyse	200
17.3.1.	Die Daten	200
17.3.2.	Die Schätzung	202
17.3.3.	Einige Bemerkungen zur Interpretation	204
A1.	Multiple - Choice - Aufgaben	212
A2.	Tabellen	233
A3.	Abbildungen	245
A4.	Literaturverzeichnis	248
A5.	Stichwortverzeichnis	251