

Nowotny
Mathematik am Computer

Springer

Berlin

Heidelberg

New York

Barcelona

Hongkong

London

Mailand

Paris

Singapur

Tokio

Dietrich Nowotny

Mathematik am Computer

Mit 63 Abbildungen



Springer

Dipl.-Math. Dietrich Nowottny

Universität Stuttgart

Mathematisches Institut A

Pfaffenwaldring 57

D-70569 Stuttgart

e-mail: nowottny@mathematik.uni-stuttgart.de

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Nowottny, Dietrich:

Mathematik am Computer / Dietrich Nowottny.-Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hongkong; London; Mailand; Paris; Santa Clara; Singapur; Tokio: Springer, 1999

Maple® ist ein eingetragenes Warenzeichen der Waterloo Maple Inc. Dieses Warenzeichen wird mit freundlicher Genehmigung von Maple Inc. verwendet.

MATLAB® ist ein eingetragenes Warenzeichen von The MathWorks Inc. Dieses Warenzeichen wird mit freundlicher Genehmigung von The MathWorks Inc. verwendet.

Mathematics Subject Classification (1991): 65-01, 65D05, 65D30, 65F05, 65L05, 68-01, 68Q40, 68U15

ISBN-13: 978-3-540-66058-3 e-ISBN-13: 978-3-642-60222-1

DOI: 10.1007/978-3-642-60222-1

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funktendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1999

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1999

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Einbandgestaltung: Künkel + Lopka, Heidelberg

Satz: Datenerstellung durch den Autor unter Verwendung eines Springer \LaTeX -Makropakets

Druck: Weihert-Druck GmbH, Darmstadt

Bindearbeiten: Fa. Schäffer, Grünstadt

SPIN 10731174

44/3143-5 4 3 2 1 0 – Printed on acid-free paper

Vorwort

Das vorliegende Buch „Mathematik am Computer“ hat zum Ziel, die notwendigen Grundkenntnisse zu vermitteln, um einen Computer in der Mathematik „gewinnbringend“ zur Berechnung, Visualisierung und Dokumentation einzusetzen. Es entstand begleitend zur gleichnamigen Vorlesung, die ich im Wintersemester 1997/98 und 1998/99 an der Universität Stuttgart gehalten habe.

Mit modernen Computersystemen wie MATLAB® oder Maple®, die inzwischen einen Standard für numerisches und symbolisches Rechnen darstellen, stehen leistungsfähige Programme zur Verfügung, mit denen sich mathematische Problemstellungen am Computer lösen und auch viele Ergebnisse ansprechend visualisieren lassen. Nach einer kurzen Einführung in diese Systeme wird dies anhand typischer Beispiele gezeigt. Darüber hinaus ist es auch wichtig, mathematische Ergebnisse wie Seminar- oder Diplomarbeiten geeignet zu dokumentieren. Hierzu wird mit L^AT_EX ein frei verfügbares Textsatzsystem vorgestellt, mit dem auch dieses Buch geschrieben wurde.

Das Buch richtet sich einerseits an Mathematikstudenten im Vordiplom, ist aber andererseits auch für Physik-, Ingenieur- und Informatikstudenten geeignet, die im Selbststudium oder begleitend zu einer Vorlesung in Höherer Mathematik daran interessiert sind, den dort behandelten Stoff am Computer nachzuvollziehen. Hier eignet sich besonders die Verwendung von Maple.

Die behandelten Beispiele sind weitgehend bereits für Erstsemester geeignet. Lediglich bei einigen Beispielen zur Differentialrechnung im \mathbb{R}^p und zu gewöhnlichen Differentialgleichungen sind etwas weiterreichende Vorkenntnisse nötig. Diese beiden Abschnitte können jedoch auch gegebenenfalls übergangen werden, ohne den eigentlichen Zweck, den Leser mit dem Arbeiten an einem Computer vertraut zu machen, zu beeinträchtigen.

Begleitend zur Lektüre des Buches empfehle ich dringend, den vermittelten Stoff selbständig am Rechner „in die Tat“ umzusetzen und eigene weitere Beispiele auszuprobieren. Dazu sollen auch zahlreiche Übungsaufgaben motivieren, wobei die meisten Übungen im Anhang ausführlich gelöst werden.

Sämtliche Programme wurden in MATLAB® Version 5.2 bzw. Maple V® Release 5 implementiert und auf einem PC unter LINUX gerechnet. Sie sind, zusammen mit den MATLAB-Diarys, den Maple-Worksheet sowie den Lösungen ausgewählter Übungen, über ftp vom Ftp-Server der Fakultät Mathema-

tik an der Universität Stuttgart¹ erhältlich. Die meisten im Buch enthaltenen Bilder wurden ebenfalls direkt aus MATLAB und Maple erzeugt.

Mein Dank gilt Herrn Prof. Dr. K. Höllig für die Motivation zu diesem Buch, für viele wertvolle Ideen zu Beispielen und Übungen und für zahlreiche Verbesserungsvorschläge. Ich danke allen Mitarbeitern des 2. Lehrstuhls am Mathematischen Institut A der Universität Stuttgart für die gute Zusammenarbeit, insbesondere J. Hörner, der wertvolle Anregungen für den Anhang gab, J. Koch, der die Vorlesung in früheren Semestern gehalten hat und aus dessen Feder zahlreiche Themen für Computerpraktika stammen, sowie A. Fuchs, der weitere Themen für Praktika mit überlegte und die Studenten bei der Bearbeitung betreute. Mein Dank gilt auch dem Springer-Verlag für die gute Zusammenarbeit. Nicht zuletzt danke ich meiner Frau Karin für ihre verständnisvolle Geduld.

Stuttgart, im Mai 1999

Dietrich Nowottny

¹ URL: ftp://ftp.mathematik.uni-stuttgart.de/pub/Mathe_am_Computer/

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung	1
2. L^AT_EX	7
2.1 Einführung in L ^A T _E X	7
2.1.1 Was bietet L ^A T _E X?	7
2.1.2 Erstellung eines L ^A T _E X-Dokuments	8
2.1.3 Praktische Tips	8
2.2 Gestaltung eines Textes	9
2.2.1 Grundstruktur eines L ^A T _E X-Files	9
2.2.2 Dokument-Untergliederung	10
2.2.3 Hervorhebungen und Schriftgröße	10
2.2.4 Aufzählungen	11
2.2.5 Regelsätze	12
2.2.6 Boxen	12
2.2.7 Tabellen	13
2.2.8 Bilder	13
2.3 Mathematische Formeln	15
2.3.1 Mathematische Umgebungen	15
2.3.2 Mathematische Symbole	15
2.3.3 Konstruktionselemente	16
2.3.4 Ein abschließendes Beispiel	18
2.4 Weitere Konstruktionselemente	18
2.4.1 Textbezüge („labels“)	19
2.4.2 Benutzereigene Befehle und Strukturen	19
2.4.3 latex2html	20
3. MATLAB	25
3.1 Motivation	25
3.2 Grundzüge von MATLAB	27
3.2.1 Eingabe von Matrizen	27
3.2.2 Matrix-Elemente	28
3.2.3 Variablen und Arbeitsspeicher	29
3.2.4 Zahlen und Ausgabeformate	30
3.2.5 Online-Hilfe	31

3.2.6	Speichern und Verlassen	32
3.2.7	Betriebssystem-Befehle	32
3.3	Matrix-Arithmetik	32
3.3.1	Transponieren	32
3.3.2	Addition und Subtraktion	33
3.3.3	Multiplikation	34
3.3.4	Matrix-Potenz	34
3.3.5	Matrix-Division	34
3.3.6	Elementare Matrix-Funktionen	35
3.4	Matrix-Operationen	36
3.4.1	Vektoren erzeugen	37
3.4.2	Vergößern von Matrizen	37
3.4.3	Indizierung	38
3.4.4	Indizierung mit 0–1 und Löschen	39
3.4.5	Spezielle Matrizen	40
3.4.6	Manipulation	40
3.5	Komponentenweise und spaltenweise Operationen	41
3.5.1	Array- oder -Operatoren	42
3.5.2	Boolesche Variablen	42
3.5.3	Logische Operatoren &, , ~	43
3.5.4	Sortieren und Suchen	44
3.5.5	Mathematische Funktionen	45
3.5.6	Spaltenweise Funktionen	47
3.6	Polynome	48
3.7	Grafik	49
3.7.1	Plots	50
3.7.2	3D-Grafik	51
3.7.3	Ausgabe auf den Drucker	52
3.8	Programme in MATLAB	53
3.8.1	Kontrollfluß	53
3.8.2	Skript-Files	55
3.8.3	m-Files und MATLAB-Funktionen	56
3.9	Zusätze	58
3.9.1	Eingabe von Daten	58
3.9.2	Datei-Ausgabe	59
3.9.3	Globale Variablen	60
3.9.4	Übergabe von Funktionen, <code>feval</code>	61
4.	Beispiele zu MATLAB	67
4.1	FIBONACCI-Zahlen	67
4.2	Primzahlen: Sieb des ERATOSTHENES	70
4.3	Funktionen für Polynome	71
4.4	Stromstärke in einem Netzwerk	73
4.5	Deformation eines Stabtragwerks	75
4.6	Approximation eines Geländeprofiles	79

4.7	GAUSS-Algorithmus	83
4.7.1	Der GAUSS-Algorithmus für reguläres A	83
4.7.2	Der GAUSS-Algorithmus für beliebiges A	84
4.8	Integration	88
4.9	Minimierung einer Funktion	94
4.9.1	Minimierung von Funktionen einer Veränderlicher	94
4.9.2	Erweiterung: Minimierung von $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$	96
5.	Maple	101
5.1	Elementare Einführung	101
5.1.1	Aufrufen, Hilfesystem, Ausgabe, Beenden	102
5.1.2	Zahlen	103
5.1.3	Variablen und Konstanten	104
5.1.4	Elementare mathematische Funktionen	106
5.1.5	Vereinfachungen und Manipulation	107
5.1.6	Listen und Mengen	108
5.2	Einfache Berechnungen	109
5.2.1	Gleichungen lösen	110
5.2.2	Funktionen	112
5.3	Grafik mit Maple	114
5.3.1	2D-Grafiken	114
5.3.2	3D-Grafiken	114
5.3.3	Parametrisierte Plots	115
5.4	Lineare Algebra	116
5.4.1	Matrizen und Vektoren	117
5.4.2	Matrix-Operationen	119
5.4.3	Lineare Gleichungssysteme	121
5.5	Analysis einer Veränderlichen	122
5.5.1	Grenzwerte und Differentiation	122
5.5.2	Entwicklung in eine TAYLOR-Reihe	125
5.5.3	Integration	126
5.5.4	Achtung Fehler	128
5.6	Differentialrechnung im \mathbb{R}^p	129
5.6.1	Partielle Ableitungen	129
5.6.2	TAYLOR-Entwicklung	132
5.6.3	Lokale Extrema	134
5.6.4	Extrema mit Nebenbedingungen	137
5.7	Gewöhnliche Differentialgleichungen	139
5.7.1	Der Befehl <code>dsolve</code>	140
5.7.2	Numerische Lösungen	142
5.7.3	Phasendiagramme	144
5.7.4	Stabilität kritischer Punkte	145
5.8	Programme in Maple	148
5.8.1	Kontrollfluß	148
5.8.2	Maple-Prozeduren	152

5.8.3	Weitere Beispiele	155
6.	Beispiele zu Maple	163
6.1	Roboter-Kinematik	163
6.2	Mathematisches Pendel	167
6.3	Der Hund und die Wurst	169
6.4	Das Billard-Problem	176
7.	Weiterführende Aufgaben	187
A.	UNIX	195
A.1	Erste Gehversuche an Workstations	195
A.1.1	Anmelden am Computer – Login	195
A.1.2	Der Window-Manager	196
A.1.3	Abmelden vom System – Logout	196
A.2	Kurzeinführung in UNIX	196
A.2.1	Was ist UNIX?	197
A.2.2	Datei-Verwaltung	197
A.2.3	Hilfesystem	199
A.2.4	Weitere nützliche UNIX-Befehle	200
A.2.5	Einige hilfreiche Programme	201
A.3	Editoren	202
A.3.1	Der vi-Editor	202
A.3.2	Emacs – mehr als ein Editor	203
B.	Lösungen ausgewählter Übungen	207
B.1	Lösungen der Übungen zu \LaTeX	207
B.2	Lösungen der Übungen zu MATLAB	209
B.3	Lösungen der Übungen zu Maple	220
C.	Befehlsübersicht	239
C.1	\LaTeX -Befehlsübersicht	239
C.2	MATLAB-Befehlsübersicht	243
C.3	Maple-Befehlsübersicht	247
	Kontaktadressen	251
	Literaturverzeichnis	253
	Sachverzeichnis	255