



Hans-Jürgen Zimmermann
Lothar Gutsche

Multi-Criteria Analyse

Einführung in die Theorie
der Entscheidungen
bei Mehrfachzielsetzungen

Mit 78 Abbildungen

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Professor Dr. Dr. h. c. HANS - JÜRGEN ZIMMERMANN
Dipl.-Math. LOTHAR GUTSCHE, M.O.R.

Lehrstuhl für Unternehmensforschung
RWTH Aachen
Templergraben 64
D-5100 Aachen

ISBN 978-3-540-54483-8

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme.

Zimmermann, Hans-Jürgen: Multi-criteria-Analyse: Einführung in die Theorie der Entscheidungen bei Mehrfachzielsetzungen / Hans-Jürgen Zimmermann; Lothar Gutsche. - Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris; Tokyo; Hong Kong; Barcelona; Budapest: Springer, 1991

(Heidelberger Lehrtexte Wirtschaftswissenschaften)

ISBN 978-3-540-54483-8 ISBN 978-3-642-58198-4 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-642-58198-4

NE: Gutsche, Lothar:

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der Fassung vom 24. Juni 1985 zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1991

Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1991

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bindarbeiten: J. Schäffer GmbH u. Co. KG., Grünstadt
2142/7130-543210 - Gedruckt auf säurefreiem Papier

Vorwort

Selbst wenn Charnes und Cooper [Charnes/Cooper, 1961] schon Ende der fünfziger und Anfang der sechziger Jahre von "Goalprogramming" im Sinne des Vektormaximumproblems sprachen, ist man sich der Problematik der "Mehrziel-Entscheidungsfällung" im wesentlichen erst in den siebziger und achtziger Jahren bewußt geworden. Dies hat sicherlich zwei hauptsächliche Ursachen: Zum einen ist es ein wissenschaftlich interessantes Gebiet, zu erforschen, was man als eine "optimale" Lösung in einem Modell betrachten kann, in dem über eine Menge von Lösungen durch mehrere Zielkriterien verschiedene Ordnungen generiert werden bzw. in dem die verschiedenen Ergebnisse nicht durch reelle (Nutzen) Zahlen, sondern durch wertende Vektoren oder (Nutzen) Verteilungen charakterisiert werden. Zum anderen haben sich Entscheidungsprozesse, wenigstens in der deutschen Wirtschaft, in den letzten zwei Jahrzehnten sehr verändert: Nicht nur ist man sich darüber klar geworden, daß nicht nur "Maximaler Gewinn" oder "Minimale Kosten" über die Güte einer Lösung entscheiden, sondern eine Vielzahl weiterer Kriterien. Darüber hinaus hat die "Demokratisierung der Entscheidungsprozesse" dazu geführt, daß das Bild des individuellen Unternehmers durch entscheidungsfällende oder entscheidungsbeeinflussende Gruppen zunehmend ersetzt wird. Solche Gruppen, bestehend aus Kapitaleignern, Management, Belegschaftsvertretern, Kunden oder Vertretern der Öffentlichkeit, bringen wiederum eine Vielzahl zusätzlicher, oft konfliktärer Maßstäbe und Wertungen ins Entscheidungskalkül. Diese Entwicklung hat dazu geführt, daß wir uns zunehmend einer Tatsache bewußt werden, die unbewußt bei fast allen, auch privaten, Entscheidungen eine große Rolle spielte: Entscheidungen werden nicht aufgrund eines Entscheidungskriteriums gefällt, sondern auf der Basis von Kriterienbündeln. Die Reduktion solcher Kriterienbündel zu einer möglichst in reellen Zahlen ausgedrückten Ordnung wird damit - im Gegensatz zur klassischen Nutzentheorie - zum eigenen Forschungs- und Betrachtungsobjekt, dem Inhalt der Multi-Criteria-Analyse. Das Kernproblem der Multi-Criteria-Analyse scheint recht einfach und allgemeingültig beschreibbar zu sein. Trotzdem sind die vorgeschlagenen Lösungsansätze auch formal gesehen sehr unterschiedlich: In der Multi-Attribut-Analyse betrachtet man die in der Praxis weitaus häufiger vorkommenden Probleme mit diskretem Lösungsraum, d.h. mit endlich vielen und sehr oft sehr wenigen Handlungsalternativen. Lösungsansätze hierzu müssen offensichtlich kombinatorischen Charakter haben. Sie unterscheiden sich daher ganz wesentlich von den zur Lösung des "Multi-Objective"- oder Vektormaximumproblems verwandten: Hierbei geht man davon aus, daß das Problem als ein mathematisches Programmierungsmodell formulierbar sei, also im allgemeinen einen stetigen Lösungsraum

habe. Lösungsansätze stützen sich daher überwiegend auf Methoden aus dem Bereich des Linearen Programmierens.

In der Zwischenzeit bietet sich dem Betrachter eine Vielzahl von Lösungsansätzen und Hilfsmitteln. Sie reichen von formalwissenschaftlichen, entscheidungslogischen Theorien bis zu kommerziell erhältlichen und auf PC's laufenden Programmen, die die Entscheidungsfällung einschließlich des Modellierungsprozesses interaktiv unterstützen. Auch von der Zielsetzung und von den Informationsanforderungen her zeigt sich eine überraschende Vielfalt. Ein Teil der Veröffentlichungen versucht, "rationales Handeln" bei mehrfacher Zielsetzung zu explizieren. Hierbei wird im Sinne geschlossener Modelle gewöhnlich vorausgesetzt, daß die benötigte Information auf dem gewünschten Skalenniveau zur Verfügung steht und daß der Entscheidungsfäller eine vollständige Ordnung der Handlungsalternativen zu erhalten wünscht. Andere Autoren sind im Sinne einer pragmatischen Entscheidungstheorie mehr darum bemüht, tatsächliche Entscheidungsprozesse zu unterstützen. Sie berücksichtigen dabei, ob der Entscheidungsfäller tatsächlich eine vollständige Ordnung anstrebt, oder ob ihm nicht nur an der optimalen Lösung liegt und ihn die Ordnung der übrigen Alternativen wenig interessiert. Gemessen am Lösungsaufwand und an den zu stellenden Anforderungen an die benötigte Information bestehen hier sicherlich erhebliche Unterschiede. Diese Autoren berücksichtigen auch stärker, daß in realistischen Entscheidungssituationen Informationen nicht in der gewünschten Güte zur Verfügung stehen und daß menschliche Präferenzen oft eben nicht sehr wünschenswerte Eigenschaften, wie z.B. Transitivität etc., besitzen. Schließlich sehen diese Autoren Modellierungshilfen bis zur Visualisierung hin als sehr relevant an.

In die Lehre der deutschen Hochschulen hält die Multi-Criteria-Analyse seit geraumer Zeit ihren Einzug. Von Studenten und Kollegen wurde daher immer wieder der Wunsch nach einem möglichst gleichzeitig einführenden und umfassenden Lehrbuch geäußert. Wir hoffen, daß diese Wünsche durch das vorgelegte Buch erfüllt werden können. Es ist aus einer seit einigen Jahren gehaltenen Vorlesung entstanden. Herr Gutsche, ein Student dieser Vorlesung, hat versucht, das zu der Vorlesung bestehende Skriptum in ein Lehrbuch zu verwandeln. Ich meine, daß dies zwar eine mühsame Aufgabe war, sie aber erfolgreich gelöst wurde.

Nach einem einführenden Kapitel werden in Kapitel II diskrete Lösungsräume, in Kapitel III stetige Lösungsräume und in Kapitel IV entscheidungstechnologische Ansätze betrachtet. Innerhalb der Kapitel II und III wird dann jeweils die Art der zur Verfügung stehenden Information zur weiteren Strukturierung des Lehrstoffes herangezogen. Kapitel IV ist zwei Gebieten gewidmet, die in letzter Zeit besonderes Interesse gefunden

haben: § 12 betrachtet die "europäische Schule" der Multi-Criteria-Analyse, die mehr ordnungsbezogen als aggregativ ist, und die eine realitätsnähere Betrachtung anstrebt als die klassische angelsächsische Richtung. In § 13 werden Multi-Criteria-Entscheidungen in schlecht strukturierten Situationen besprochen und Lösungsansätze auf der Grundlage der Theorie unscharfer Mengen angeboten.

Das gesamte Buch beschränkt sich auf die Behandlung von Entscheidungen bei Sicherheit. Risiko kann sicherlich als eine Komponente des Zielbündels betrachtet werden. Alternativ kann man die Unsicherheitsproblematik im klassischen stochastischen Sinne zumeist unter Verwendung der bekannten Ansätze der Entscheidungslogik erfassen und Multi-Criteria-Analyse auf die dann bereits reduzierten Modelle anwenden.

Möge dieses Buch Studenten wie auch Praktikern, die in das Gebiet der Multi-Criteria-Analyse eindringen wollen, nützlich sein und ihr Interesse an dieser Problematik wecken und vertiefen.

Aachen, Mai 1991

H.-J. Zimmermann

Inhaltsübersicht

KAPITEL I: Grundlagen	S. 1
§ 1 Einführung in die allgemeine Entscheidungstheorie	S. 2
§ 2 Elemente der Meßtheorie und der Nutzentheorie	S. 11
§ 3 Multi-Criteria-Entscheidungen	S. 21
KAPITEL II: Klassische MADM-Ansätze	S. 34
§ 4 Grundbegriffe des MADM	S. 35
§ 5 Entscheiden ohne Information über Präferenzen	S. 42
§ 6 Entscheiden mit Anspruchsniveaus oder ordinaler Attribut-Information	S. 47
§ 7 Methoden bei kardinaler Attribut-Information	S. 54
KAPITEL III: Multi-Objective-Entscheidungen (Vektormaximumprobleme)	S. 96
§ 8 Grundbegriffe des MODM	S. 97
§ 9 Entscheiden mit a priori Information	S.110
§ 10 Interaktive Verfahren mit explizitem Trade-off	S.137
§ 11 Interaktive Verfahren mit implizitem Trade-off	S.164
KAPITEL IV: Entscheidungstechnologische Ansätze	S.202
§ 12 Outranking	S.204
§ 13 Entscheiden bei unscharfer Information	S.240
KAPITEL V: Schlußbemerkungen	S.273
§ 14 Vergleichende Betrachtungen	S.274
Literaturverzeichnis	S.282
Sachwortverzeichnis	S.296

Inhaltsverzeichnis

KAPITEL I: Grundlagen	S. 1
<u>§ 1 Einführung in die allgemeine Entscheidungstheorie</u>	S. 2
1.1 Entscheidungslogik	S. 2
1.2 Deskriptive Entscheidungstheorie	S. 5
Literatur zu § 1	S. 9
<u>§ 2 Elemente der Meßtheorie und der Nutzentheorie</u>	S. 11
2.1 Messen und Maßskalen	S. 11
2.1.1 Skalenniveaus	S. 11
2.1.2 Meßmethoden	S. 13
2.2 Elemente der Nutzentheorie	S. 15
2.2.1 Ordnungsrelationen	S. 15
2.2.2 Sätze über die Existenz einer Nutzenfunktion	S. 17
Literatur zu § 2	S. 19
<u>§ 3 Multi-Criteria-Entscheidungen</u>	S. 21
3.1 Abgrenzung des Problems	S. 21
3.2 Prozeßcharakter der Entscheidung	S. 22
3.3 Klassifizierung von Multi-Criteria-Entscheidungen	S. 25
3.3.1 Klassifikation von einigen klassischen MADM-Methoden	S. 27
3.3.2 Klassifikation von entscheidungstechnologischen Ansätzen	S. 29
3.3.3 Klassifikation von MODM-Methoden	S. 30
Literatur zu § 3	S. 32

KAPITEL II: Klassische MADM-Ansätze	S. 34
§ 4 <u>Grundbegriffe des MADM</u>	S. 35
4.1 Lösungsbegriffe	S. 35
4.2 Zielerreichungsmatrix	S. 36
4.3 Normierung	S. 37
Literatur zu § 4	S. 41
§ 5 <u>Entscheiden ohne Information über Präferenzen</u>	S. 42
5.1 Dominanz-Strategie	S. 42
5.2 Maximin-Strategie	S. 43
5.3 Maximax-Strategie	S. 44
Literatur zu § 5	S. 46
§ 6 <u>Entscheiden mit Anspruchsniveaus oder ordinaler Attribut-Information</u>	S. 47
6.1 Entscheiden bei gegebenen Anspruchsniveaus	S. 47
6.1.1 Konjunktives Vorgehen	S. 47
6.1.2 Disjunktives Vorgehen	S. 48
6.2 MADM bei ordinaler Information über die Attribute	S. 48
6.2.1 Lexikographische Methode	S. 49
6.2.2 Lexikographische Methode mit Halbordnung	S. 50
6.2.3 Aspektweise Elimination	S. 51
Literatur zu § 6	S. 53
§ 7 <u>Methoden bei kardinaler Attribut-Information</u>	S. 54
7.1 Bestimmung von Gewichten	S. 54
7.1.1 Der Gewichtevektor	S. 54
7.1.2 Methode der gewichteten kleinsten Quadrate	S. 56
7.1.3 Saaty's Eigenvektor-Methode	S. 57
7.2 Lineare Zuordnungsmethode	S. 60
7.3 Einfache additive Gewichtung	S. 62
7.4 Der Analytic Hierarchy Process (AHP)	S. 65
7.4.1 Philosophie des AHP	S. 65
7.4.2 Theoretische Grundlagen des AHP	S. 66
7.4.3 Vorgehensweise des AHP	S. 69
7.4.4 Beispiele zum AHP	S. 74

7.4.5 Kritische Bemerkungen zum AHP	S. 90
Literatur zu § 7	S. 92
KAPITEL III: Multi-Objective-Entscheidungen (Vektormaximumprobleme)	S. 96
§ 8 Grundbegriffe des MODM	S. 97
8.1 Definition des MODM-Problems	S. 97
8.2 Lösungsbegriffe	S. 98
8.2.1 Definitionen	S. 98
8.2.2 Beispiele	S.100
8.3 Bestimmung funktional-effizienter Lösungen	S.103
8.3.1 Effizienztheoreme	S.104
8.3.2 Skizze eines Algorithmus	S.105
Literatur zu § 8	S.108
§ 9 Entscheiden mit a priori Information	S.110
9.1 Allgemeine Definition von Kompromißmodellen	S.110
9.2 Nutzenmodelle	S.111
9.2.1 Existenz einer Nutzenfunktion	S.111
9.2.2 Konstruktion einer Nutzenfunktion	S.112
9.2.3 Spezialfall konstante Zielgewichtung	S.113
9.2.4 Beispiele zur konstanten Zielgewichtung	S.115
9.3 Verfahren mit Anspruchsniveaus	S.119
9.4 Zielprogrammierung	S.121
9.4.1 Archimedisches Zielprogrammieren	S.122
9.4.2 Lexikographisches Zielprogrammieren	S.125
9.4.3 Effizienz der Lösungen beim Zielprogrammieren	S.130
9.4.4 Bemerkungen zum Zielprogrammieren	S.132
Literatur zu § 9	S.133
§ 10 Interaktive Verfahren mit explizitem Trade-off	S.137
10.1 Allgemeine Definition interaktiver Verfahren	S.137
10.1.1 Kennzeichen interaktiver Verfahren	S.137
10.1.2 Vor- und Nachteile interaktiver Verfahren im Vergleich zu nicht-interaktiven Verfahren	S.139
10.1.3 Unterscheidung von interaktiven Verfahren mit expliziten und impliziten Trade-offs	S.141

10.2 Das Verfahren von Geoffrion, Dyer und Feinberg (GDF)	S.142
10.2.1 Voraussetzungen des GDF-Verfahrens	S.142
10.2.2 Grundlage des Verfahrens	S.143
10.2.3 Ablauf des GDF-Verfahrens	S.145
10.2.4 Kritik am GDF	S.149
10.3 Das Verfahren von Zionts und Wallenius	S.150
10.3.1 Das Mehrziel-Simplextableau	S.150
10.3.2 Grundversion des Verfahrens von Zionts und Wallenius	S.155
10.3.3 Erweiterungen von Zionts und Wallenius	S.159
Literatur zu § 10	S.162
§ 11 <u>Interaktive Verfahren mit implizitem Trade-off</u>	S.164
11.1 STEM	S.164
11.1.1 Idee der Methode	S.164
11.1.2 Ablauf des Verfahrens	S.165
11.1.3 Modifikationen von STEM	S.168
11.1.4 Kritik an STEM	S.169
11.2 Die Methode der verschobenen Ideallösung	S.171
11.2.1 Der Algorithmus von Zeleny	S.171
11.2.2 Erfassen der Unschärfe im Algorithmus	S.172
11.2.3 Verschiebung der Ideallösung	S.175
11.2.4 Verfeinerung der Methode	S.176
11.3 VIG - Der Ansatz von Korhonen	S.176
11.3.1 Theoretische Grundlagen von Korhonen	S.176
11.3.2 Vorgehen von VIG	S.180
11.3.3 Kommentare zum VIG	S.183
11.4 Ein Verfahren von Steuer	S.183
11.4.1 Überblick über das Verfahren	S.184
11.4.2 Kontraktion des Kriterienkegels	S.185
11.4.3 Ablauf des Verfahrens	S.191
11.4.4 Bemerkungen	S.196
Literatur zu § 11	S.198
KAPITEL IV: Entscheidungstechnologische Ansätze	S.202
§ 12 <u>Outranking</u>	S.204

12.1 Ausgangspunkte des Outranking	S.204
12.1.1 Erweiterung des Begriffs Präferenz	S.205
12.1.2 Erweiterung des Begriffs Entscheidung	S.206
12.2 ELECTRE	S.207
12.2.1 Idee des Verfahrens	S.207
12.2.2 Vorgehen von ELECTRE	S.208
12.2.3 Bemerkungen zu ELECTRE	S.212
12.2.4 Beispiel zu ELECTRE	S.213
12.3 PROMETHEE	S.220
12.3.1 Verallgemeinerte Kriterien	S.221
12.3.2 Bestimmung einer Outranking-Relation	S.226
12.3.3 Auswertung der Outranking-Relation	S.229
12.3.4 Beispiel zu PROMETHEE	S.230
12.4 Gemeinsamkeiten von ELECTRE und PROMETHEE	S.234
Literatur zu § 12	S.237
§ 13 <u>Entscheiden bei unscharfer Information</u>	S.240
13.1 Unscharfe Mengen	S.240
13.2 Operationen mit unscharfen Mengen	S.243
13.3 Unscharfe Entscheidungen	S.247
13.4 Unscharfe Mengen beim MODM	S.251
13.4.1 Unscharfe Version des linearen Vektormaximumproblems	S.252
13.4.2 Beispiel zur Anwendung unscharfer Mengen beim MODM	S.256
13.5 Unscharfe Mengen beim MADM	S.260
13.5.1 Das Verfahren von Yager	S.261
13.5.2 Das Verfahren von Jain	S.264
13.5.3 Kriterien zum Vergleich von MADM-Verfahren	S.267
Literatur zu § 13	S.270
KAPITEL V: Schlußbemerkungen	S.273
§ 14 <u>Vergleichende Betrachtungen</u>	S.274
14.1 Entsprechung der Problem- und Verfahrensstruktur	S.274
14.2 Güte der zu bestimmenden Lösungen	S.275
14.3 Effizienz	S.276

14.4 Benutzerfreundlichkeit	S.277
Literatur zu § 14	S.280
Literaturverzeichnis	S.282
Sachwortverzeichnis	S.296
Abbildungsverzeichnis	S.303