

J. Wittenburg • E. Pestel

Festigkeitslehre

J. Wittenburg • E. Pestel

Festigkeitslehre

Ein Lehr- und Arbeitsbuch

3., neu bearbeitete und erweiterte Auflage
mit 510 Abbildungen



Springer

Professor Dr.-Ing. Jens Wittenburg
Universität Karlsruhe
Institut für Technische Mechanik
Kaiserstr. 12
D - 76128 Karlsruhe
E-mail: wittenburg@itm.uni-karlsruhe.de

Prof. Dr.-Ing. Eduard Pestel †

Ursprünglich erschienen im BI Wissenschaftsverlag

ISBN 978-3-642-62653-1 ISBN 978-3-642-56457-4 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-56457-4

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Wittenburg, Jens:

Festigkeitslehre : Ein Lehr- und Arbeitsbuch / Jens Wittenburg ;
Eduard Pestel. - 3., neu bearb. und erw. Aufl. - Berlin ; Heidelberg ;
New York ; Barcelona ; Hongkong ; London ; Mailand ; Paris ;
Tokio : Springer, 2011

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

<http://www.springer.de>

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011

Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011

Softcover reprint of the hardcover 3rd edition 2011

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Sollte in diesem Werk direkt oder indirekt auf Gesetze, Vorschriften oder Richtlinien (z.B. DIN, VDI, VDE) Bezug genommen oder aus ihnen zitiert worden sein, so kann der Verlag keine Gewähr für Richtigkeit, Vollständigkeit oder Aktualität übernehmen. Es empfiehlt sich, gegebenenfalls für die eigenen Arbeiten die vollständigen Vorschriften oder Richtlinien in der jeweils gültigen Fassung hinzuzuziehen.

Einbandgestaltung: medio Technologies AG, Berlin

Satz: PTP-Berlin, Stefan Sossna

Gedruckt auf säurefreiem Papier SPIN: 10694291 7/3020/M - 5 4 3 2 1 0

Vorwort zur 3. Auflage

Dieses Buch tritt die Nachfolge des Lehrbuches *Technische Mechanik Band 2: Festigkeitslehre* von Pestel und Wittenburg an, das im BI-Wissenschaftsverlag zwei von Lesern gut angenommene Auflagen erlebte. Die neue Ausgabe im Springer-Verlag verbindet in einem Band zwei Teile. Der erste ist eine gründlich überarbeitete Neuauflage des Lehrbuches. Im zweiten Teil erscheint erstmals die schon 1991 angekündigte Sammlung ausführlicher Lösungsgänge zu allen 208 Aufgaben des Lehrbuches. Sie schult den Leser in der Umsetzung von technischen Fragestellungen in mathematische Aufgaben.

Das Lehrbuch ist in elf Kapitel gegliedert. Zehn von ihnen behandeln Themen, die zu einer üblichen einführenden Vorlesung gehören. Jedes dieses Kapitel enthält auch Abschnitte, die i.allg. wegen Zeitmangel nicht angesprochen werden, obwohl sie mathematisch nicht schwieriger sind als die übrigen.

Das Kapitel 9 über Finite-Elemente-Methoden demonstriert, daß mit den Mitteln der elementaren Festigkeitslehre auch eine Einführung in dieses Gebiet möglich ist.

Der Autor dankt Herrn Prof. P. Vielsack für viele Anregungen zu Präzisionen und Herrn Prof. W. Heil für die kritische Lektüre von Kapitel 11.

Dem Springer-Verlag gebührt Dank für die gute Zusammenarbeit bei der Verarbeitung sehr unterschiedlich gestalteter TEX-Manuskripte und Abbildungsvorlagen.

Jens Wittenburg
Karlsruhe, im Frühjahr 2001

Inhaltsverzeichnis

Teil I. Lehrbuch

1. Spannungen	3
1.1 Der Spannungsvektor. Normal- und Schubspannungen	3
1.1.1 Gleichheit zugeordneter Schubspannungen	5
1.2 Der allgemeine räumliche Spannungszustand	7
1.2.1 Normal- und Schubspannungen in einer beliebig gerichteten Schnittebene	7
1.2.2 Hauptnormalspannungen. Spannungshauptachsen	10
1.2.3 Eigenschaften der Hauptnormalspannungen	12
1.2.4 Invarianten des Spannungstensors	12
1.2.5 Hauptschubspannungen	13
1.2.6 Oktaederspannungen	15
1.3 Der ebene Spannungszustand	16
1.3.1 Normalspannung und Schubspannung in einer beliebig gerichteten Schnittebene	16
1.3.2 Der Mohrsche Spannungskreis	19
1.3.3 Invarianten des Spannungstensors	23
1.3.4 Spannungen in einer freien Körperoberfläche	23
1.4 Übungsaufgaben	24
2. Verformungen. Verzerrungen	28
2.1 Verschiebung und Verformung beim Zugstab	28
2.2 Verschiebungen und Verformungen in einer Ebene	30
2.2.1 Dehnungen und Scherung	31
2.2.2 Dehnungen und Scherung in einem gedrehten Koordinatensystem	33
2.2.3 Der Mohrsche Dehnungskreis	36
2.2.4 Dehnungsmessung	37
2.3 Verschiebungen und Verformungen im allgemeinen räumlichen Fall	40
2.4 Übungsaufgaben	42
3. Stoffgesetze	45
3.1 Der Zugversuch	45

3.2	Der Torsionsversuch	50
3.3	Querdehnung	51
3.4	Das Hookesche Gesetz	51
3.5	Der Zusammenhang zwischen E , G und ν	53
3.6	Volumendilatation	53
3.7	Wärmedehnung	54
3.8	Das Hookesche Gesetz bei Berücksichtigung von Wärmedehnungen	56
3.9	Übungsaufgaben	56
4.	Normalspannungen in Stäben und Scheiben	59
4.1	Grundsätzliche Bemerkungen zum Lösen von Aufgaben	59
4.2	Stab unter Eigengewicht	61
4.3	Stab zwischen starren Lagern bei Erwärmung	62
4.4	Schraubenbolzen und Hülse	65
4.5	Dehnschrauben	69
4.6	Dünnwandiges Rohr unter Innendruck. Kesselformeln	71
4.7	Rotierende Scheiben	74
4.8	Schrumpfpresung	79
4.9	Übungsaufgaben	83
5.	Biegung gerader Stäbe	92
5.1	Reine Biegung bei konstantem Stabquerschnitt	93
5.1.1	Symmetrische Querschnitte	93
5.1.2	Unsymmetrische Querschnitte	99
5.2	Flächenmomente 2. Grades	100
5.2.1	Flächenmomente für parallel verschobene Bezugsachsen	102
5.2.2	Flächenmomente für gedrehte Bezugsachsen. Der Mohrsche Kreis	104
5.3	Die Differentialgleichung der Biegelinie	109
5.3.1	Statisch unbestimmte Systeme. Das Kraftgrößenverfahren	116
5.4	Schiefe Biegung	119
5.5	Biegung von Verbundstäben	122
5.5.1	Spannbeton	128
5.6	Elastisch gebettete Stäbe. Winklerbettung	131
5.7	Schubspannungen in Biegestäben	138
5.8	Der Schubmittelpunkt	148
5.9	Übungsaufgaben	154
6.	Torsion gerader Stäbe	168
6.1	Stäbe mit Kreis- oder Kreisringquerschnitt	168
6.1.1	Konstanter Kreis(ring)-Querschnitt und konstantes Torsionsmoment	168

6.1.2	Veränderlicher Kreis(ring)-Querschnitt und veränderliches Torsionsmoment	174
6.2	Dünnwandige Hohlquerschnitte. Die Bredtschen Formeln	177
6.3	Mehrzellige dünnwandige Hohlquerschnitte	184
6.4	Saint-Venant-Torsion von Stäben mit beliebigen konstanten Vollquerschnitten	188
6.4.1	Prandtls Membran-Analogie zum Torsionsproblem	198
6.5	Torsion mit Wölbbehinderung	204
6.6	Übungsaufgaben	212
7.	Überlagerung von Belastungsfällen. Vergleichsspannungen	217
7.1	Überlagerung von Belastungsfällen	217
7.1.1	Längskraft und Biegemoment	217
7.1.2	Längskraft und Torsionsmoment	222
7.1.3	Biegemoment und Torsionsmoment	223
7.2	Festigkeitshypthesen. Vergleichsspannungen	224
7.2.1	Fließkriterien	224
7.2.2	Bruchkriterien	229
7.3	Übungsaufgaben	234
8.	Energie-Methoden der Elastostatik	237
8.1	Das Prinzip der virtuellen Arbeit für ideal elastische Körper	237
8.2	Formänderungsenergie eines Systems aus Hookeschem Werkstoff	240
8.2.1	Formänderungsenergie des Zugstabes	242
8.2.2	Formänderungsenergie des Torsionsstabes	243
8.2.3	Formänderungsenergie des Biegestabes	244
8.3	Äußere Formänderungsarbeit. Generalisierte Kräfte und generalisierte Verschiebungen	246
8.4	Das Verfahren der Formänderungsarbeit mit einer Hilfskraft .	252
8.4.1	Relative Verschiebungen	257
8.4.2	Vereinfachte Auswertung der Integrale	258
8.5	Statisch unbestimmte Systeme. Das Kraftgrößenverfahren . . .	260
8.5.1	Durchlaufträger. Dreimomentengleichung	262
8.5.2	Träger mit gleichen Feldern	265
8.6	Der Satz von Maxwell und Betti	268
8.7	Nachgiebigkeitsmatrix. Steifigkeitsmatrix	270
8.8	Der 1. Satz von Castigliano	272
8.8.1	Der Satz von Menabrea	274
8.9	Der 2. Satz von Castigliano	275
8.10	Der Satz vom stationären Wert der potentiellen Energie	277
8.10.1	Arten des Gleichgewichts	282
8.11	Das Verfahren von Ritz	286
8.11.1	Biegestäbe	286

8.11.2	Das Ritzsche Verfahren bei Platten	290
8.12	Übungsaufgaben	295
9.	Die Methode der finiten Elemente	307
9.1	Vorbemerkungen	307
9.2	Die Finite-Elemente-Methode für ebene Fachwerke	309
9.3	Die Finite-Elemente-Methode bei Scheibenproblemen	318
9.3.1	Bildung eines finiten Scheibenelements	319
9.3.2	Vereinfachende Annahmen	320
9.3.3	Die Steifigkeitsmatrix des Dreieckselements	322
9.3.4	Anwendung der Steifigkeitsmatrix auf Scheibenprobleme	325
9.3.5	Zur Frage der Genauigkeit von Näherungslösungen	328
9.4	Die Substrukturmethode	331
10.	Knickprobleme	333
10.1	Der Eulersche Knickstab	334
10.1.1	Verbesserte Näherung für die Differentialgleichung des Knickstabes	337
10.1.2	Stabilität und Instabilität der geraden Lage des Stabes	340
10.2	Kritische Lasten für Stäbe mit beliebigen Randbedingungen	345
10.3	Eulerhyperbel. Auslegung von Druckstäben	354
10.4	Energetische Näherungsmethoden für kritische Lasten	355
10.4.1	Der Rayleighquotient	355
10.4.2	Das Verfahren von Ritz	360
10.5	Knickbiegung	362
10.6	Übungsaufgaben	368
11.	Stabwerke mit plastischen Deformationen	373
11.1	Stoffgesetze	373
11.2	Belastungsgeschichten an 1-fach statisch unbestimmten Fachwerken	374
11.2.1	Eigenspannungszustände	375
11.2.2	Zustandspunkt. Zustandsebene	375
11.2.3	Belastungsgeschichten. Einspielen	377
11.2.4	Traglast	378
11.3	Fließgelenk. Fließbiegemoment. Bruchmechanismus	379
11.4	Fließbiegemomente für beliebig geformte Stabquerschnitte	382
11.5	Bruchmechanismen und Traglasten für statisch unbestimmt gelagerte Biegestäbe	387
11.6	Obere und untere Schranken für Traglasten	392
11.7	Traglasten für Durchlaufträger	393
11.8	Übungsaufgaben	396

Anhang	399
Tabelle 1: Elastizitätskonstanten von Werkstoffen	399
Tabelle 2: Bettungsmoduln k_s von Bodenarten	400
Tabelle 3: Axiale und biaxiale Flächenmomente 2. Grades	401
Tabelle 4: Torsionssteifigkeiten und Torsionswiderstandsmomente .	403
Tabelle 5: Werte von Integralen $\int_0^s P(x)K(x)dx$	404
 Literaturverzeichnis	 407
 Sachverzeichnis	 409

Teil II. Lösungsteil

Lösungen zu den Aufgaben	415
Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 1	417
Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 2	424
Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 3	428
Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 4	433
Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 5	455
Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 6	519
Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 7	533
Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 8	543
Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 10	601
Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 11	629