

Adolf J. Schwab

Begriffswelt der Feldtheorie

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Adolf J. Schwab

Begriffswelt der Feldtheorie

Praxisnahe, anschauliche Einführung

Elektromagnetische Felder
Maxwellsche Gleichungen
Gradient, Rotation, Divergenz

Finite Elemente
Finite Differenzen
Ersatzladungsverfahren
Boundary-Element-Methode
Momentenmethode
Monte-Carlo-Verfahren

Mit Übungsaufgaben von F. Imo

6., unveränderte Auflage

Mit 95 Abbildungen



Springer

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. h.c. mult Adolf J. Schwab
Universität Fridericiana (TH) Karlsruhe
Institut für Elektroenergiesysteme
und Hochspannungstechnik
Kaiserstraße 12
76131 Karlsruhe

Dr.-Ing. Friedrich Imo
Konradin-Kreutzer-Straße 21
76275 Ettlingen

Einbandgrafik aus Bellm, H.: *Übertragungseigenschaften von Stoßspannungsmesskreisen unter Berücksichtigung des transienten Strahlungsfeldes*, Dissertation Universität Karlsruhe

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Schwab, Adolf: Begriffswelt der Feldtheorie: praxisnahe, anschauliche Einführung: elektromagnetische Felder, Maxwellsche Gleichungen, Gradient, Rotation, Divergenz. / Adolf Schwab. - 6. Aufl.

ISBN 978-3-642-62642-5 ISBN 978-3-642-56339-3 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-56339-3

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

<http://www.springer.de>

©Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2002

Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1985, 1987, 1990, 1993, 1998, and 2002
Softcover reprint of the hardcover 6th edition 2002

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Buch berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Sollte in diesem Werk direkt oder indirekt auf Gesetze, Vorschriften oder Richtlinien (z.B. DIN, VDI, VDE) Bezug genommen oder aus ihnen zitiert worden sein, so kann der Verlag keine Gewähr für die Richtigkeit, Vollständigkeit oder Aktualität übernehmen. Es empfiehlt sich, gegebenenfalls für die eigenen Arbeiten die vollständigen Vorschriften oder Richtlinien in der jeweils gültigen Fassung hinzuzuziehen.

Einband-Entwurf: Struve & Partner, Heidelberg

Satz: Camera-ready-Vorlage des Autors

Gedruckt auf säurefreiem Papier SPIN: 10728228 68/3020Rw - 5 4 3 2 1 0

No mathematical purist could ever do the work involved in Maxwell's treatise. He might have all the mathematics, and much more, but it would be to no purpose, as he could not put it together without the physical guidance. This is in no way to his discredit, but only illustrates different ways of thought.

Oliver Heaviside

Vorwort zur sechsten Auflage

Die Erfolgsgeschichte dieses Buches wird mit der nun vorliegenden sechsten Auflage fortgeschrieben. Inhaltliche Änderungen mußten nicht vorgenommen werden. Umso mehr freue ich mich und danke sehr herzlich der *Ingrid und Gunther Schroff Stiftung*, die es ermöglicht hat, daß dieses Buch zu einem für Studierende erschwinglichen Preis in Hard Cover erscheinen konnte. Dem Springer-Verlag danke ich für die rasche Fertigstellung und die ansprechende Ausstattung.

Karlsruhe, Januar 2002

Adolf J. Schwab

Vorwort zur fünften Auflage

Die Maxwellschen Gleichungen bilden das theoretische Fundament der gesamten Elektrotechnik. Häufig treten sie nur implizit in Erscheinung, beispielsweise in der Regelungstechnik oder Digitaltechnik, dagegen führt in der Elektromagnetischen Verträglichkeit, der Antennentheorie, der rechnergestützten numerischen Berechnung elektrischer und magnetischer Felder in der Energietechnik, Plasmaphysik, Elektromedizin usw. kein Weg an ihnen vorbei. Trotz ihrer Bedeutung sind viele Studierende mit diesen Gleichungen nicht im gewünschten Maße vertraut, manchem Elektrotechniker bleiben sie Zeit seines Lebens ein Buch mit sieben Siegeln. Im vorliegenden Buch wird versucht, dem Studierenden der Elektrotechnik und dem Praktiker, der bisher nur wenig Berührung mit der Feldtheorie hatte, die Begriffswelt der Feldtheorie näherzubringen und die Substanz der Maxwellschen Gleichungen in knapper Form anschaulich darzustellen. Im Gegensatz zu klassischen Büchern über Feldtheorie, die gewöhnlich zu Beginn elektrostatische und magnetostatische Felder einschließlich der ihnen innewohnenden Energie und Kräfte sowie ihre Wechselwirkung mit Materie sequentiell behandeln, beginnt diese Darstellung mit der parallelen Vorstellung aller elektrischer und magnetischer Feldgrößen – \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{H} , \mathbf{B} und \mathbf{J} – ihrer generischen Gemeinsamkeiten sowie ihrer Verknüpfung durch die Maxwellschen Gleichungen. Von Anfang an und im gesamten Text wird großer Wert auf die konsequente Betonung des Unterschieds zwischen Quellen- und Wirbelfel-

dern gelegt. Öfter anzutreffende ähnlich lautende Formulierungen bezwecken eine Betonung generischer Gemeinsamkeiten sowie einen tutorischen Wiederholungseffekt. Dieser innovative, pädagogisch und didaktisch vorteilhafte Ansatz hat sich seit vielen Jahren in der Lehre bewährt und ist eine unverzichtbare Voraussetzung für eine leicht zu erfassende, systematisch strukturierte elektromagnetische Feldtheorie.

Erfahrungsgemäß bereiten schon die in den Maxwell'schen Gleichungen verknüpften physikalischen Größen *Fluß*, *Induktion*, *Verschiebungsdichte* etc. dem Anfänger nachhaltiges Unbehagen, weswegen zunächst eine vergleichende Analogiebetrachtung der Größen des elektrischen und magnetischen Felds sowie des Strömungsfelds vorangestellt wird. Anschließend folgt eine ausführliche Interpretation der Maxwell'schen Gleichungen in Integralform.

Die Differentialform der Maxwell'schen Gleichungen verlangt nach einer eingängigen Erläuterung der Abkürzungen *rot* und *div*, die sich unter konsequenter Verwendung des anschaulichen Zusammenhangs zwischen *Wirbelstärken* und *Wirbeldichten* zwanglos aus der Integralform ergeben.

Nach Einführung der Begriffe *Gradient*, *Potential* und *Potentialfunktion* folgen die Potentialgleichungen für raumladungsfreie und raumladungsbehaftete Felder. Der Herleitung des *skalaren magnetischen Potentials* und des *magnetischen Vektorpotentials* schließen sich die skalare und vektorielle Potentialgleichung magnetischer Felder an. Ein eigenes Kapitel stellt neue Integraloperatoren rot^{-1} , div^{-1} , grad^{-1} vor. Diese neuen Integraloperatoren stellen eine wertvolle Bereicherung des *Nabla-Kalküls* dar, leisten einen Beitrag zur Didaktik der Elektrodynamik und haben sich bei zahllosen Problemen, beispielsweise der Herleitung von Potential- und Wellengleichungen für skalare und vektorielle Potentiale, der Wellengleichung elektromagnetischer Wellen usw., bewährt.

Im Rahmen der Einteilung elektrischer und magnetischer Felder nach ihrer Zeitabhängigkeit wird großer Wert auf das Verständnis der Begriffe *quasi-statische* und *quasistationäre* Felder sowie auf die Herleitung der Wellengleichung gelegt. Schließlich läßt sich aus den leicht verständlichen Leitungsgleichungen eine gewisse Systematik in Begriffe wie *Telegrafengleichung*, *Wellengleichung*, *Diffusionsgleichung*, *Laplace-Gleichung*, *Helmholtz-Gleichung*, nicht zuletzt die bekannte *Schrödinger-Gleichung* bringen, die wesentlich zur Erleichterung des Einstiegs in das fachspezifische Schrifttum beiträgt.

Daß der Unterschied zwischen elektrischen und magnetischen Feldern nicht so groß ist wie der technische Alltag zu glauben Anlaß gibt, erläutert ein Kapitel über die *Lorentz-Invarianz* der Maxwellschen Gleichungen.

Dem zunehmenden Einsatz von Rechnern bei der Lösung von Feldproblemen wird ein neues umfangreiches Kapitel über die numerische Berechnung von Potentialfeldern gerecht, in dem das *Ersatzladungsverfahren*, das *Differenzenverfahren*, die Methode der *Finiten Elemente*, die *Boundary-Element-Methode*, die *Momentenmethode* sowie die *Monte-Carlo-Methode* vorgestellt werden. Insbesondere wird dabei auf das Wie der Berücksichtigung von Randbedingungen eingegangen.

Die vorstehende Aufzählung der Inhalte läßt erkennen, daß der Leser schrittweise von einfachen Definitionen physikalischer Größen zu schwierigen Begriffen, Gleichungen und Verfahren hingeführt wird. Das Buch sollte daher von Anfang an und Kapitel für Kapitel gelesen werden. Wer dieser Empfehlung folgt, wird sich in kürzester Zeit eine gute Grundlage für das tiefere Eindringen in die Theorie elektrischer und magnetischer Felder aneignen.

Auf vielfachen Wunsch aus dem bisherigen Leserkreis wurde ab der vierten Auflage eine von Dr.-Ing. *Friedrich Imo* erstellte Aufgabensammlung angegliedert, die wesentlich zur Veranschaulichung der im Hauptteil vorgestellten Begriffe beiträgt.

Für zahlreiche Diskussionen und Verbesserungsvorschläge beim Korrekturlesen der umfassend überarbeiteten 5. Auflage danke ich den Herren *Prof. Manfred Schneider*, *Peter Fischer*, *Hans Krattenmacher*, *Hans Wolfsperger* sowie *Frau Uta Stabel*. Für das Schreiben des kamerafertigen Manuskripts gebührt mein Dank den Damen *Sonja Ander* und *Ulrike Bächle*, für das Schreiben des Aufgabenteils und Erstellen der zugehörigen Zeichnungen *Frau Birgitta Scherr* und *Herrn Armin Hudetz*, für das Erstellen der Zeichnungen des Haupttextes sowie für die redaktionelle Gesamtbearbeitung *Frau Gerdi Ottmar*. Dem Springer-Verlag danke ich für die rasche Fertigstellung und die ansprechende Ausstattung des Buches.

Inhaltsverzeichnis

1	Elementare Begriffe elektrischer und magnetischer Felder	1
1.1	Feldstärke, Fluß und Flußdichte von Vektorfeldern	4
1.1.1	Elektrisches Vektorfeld E	4
1.1.2	Magnetisches Feld H	9
1.1.3	Strömungsfeld J	11
1.2	Materialgleichungen - Grenzflächenbedingungen	12
2	Arten von Vektorfeldern	17
2.1	Elektrische Quellenfelder	17
2.2	Elektrische und magnetische Wirbelfelder	21
2.3	Allgemeine Vektorfelder	22
3	Feldtheorie-Gleichungen	25
3.1	Maxwellsche Gleichungen in Integralform	26
3.1.1	Induktionsgesetz in Integralform (Faradaysches Gesetz) <i>Wirbelstärke</i> elektrischer Wirbelfelder	27
3.1.2	Durchflutungsgesetz in Integralform (Ampèresches Gesetz) <i>Wirbelstärke</i> magnetischer Wirbelfelder	29
3.1.3	Gaußsches Gesetz des elektrischen Felds <i>Quellenstärke</i> elektrischer Felder	35
3.1.4	Gaußsches Gesetz des magnetischen Felds <i>Quellenstärke</i> magnetischer Felder	36
3.2	Kontinuitätsgesetz in Integralform <i>Quellenstärke</i> elektrischer Strömung	37
3.3	Maxwellsche Gleichungen in Differentialform	42
3.3.1	Induktionsgesetz in Differentialform <i>Wirbelstärke</i> elektrischer Wirbelfelder	43

3.3.2	Durchflutungsgesetz in Differentialform <i>Wirbeldichte</i> magnetischer Wirbelfelder	46
3.3.3	Divergenz des elektrischen Felds <i>Quellendichte</i> elektrischer Felder	48
3.3.4	Divergenz des magnetischen Felds <i>Quellendichte</i> magnetischer Felder	50
3.4	Kontinuitätsgesetz in Differentialform <i>Quellendichte</i> elektrischer Strömung	51
3.5	Analyse von Vektorfeldern bezüglich ihrer Wirbel- und Quellennatur	54
3.6	Die Maxwellschen Gleichungen in komplexer Schreibweise	58
3.7	Integralsätze von Stokes und Gauß.....	59
3.8	Netzwerkmodell des Induktionsvorgangs	60
4	Potentialfunktion, Gradient, Potentialgleichung	65
4.1	Potentialfunktion und Potential eines elektrostatischen Felds	68
4.2	Ermittlung der Potentialfunktion ausgewählter Ladungsverteilungen	73
4.2.1	Potentialfunktion einer Punktladung außerhalb des Ursprungs	73
4.2.2	Potentialfunktion einer Linienladung	75
4.2.3	Potentialfunktion einer allgemeinen Ladungskonfiguration	77
4.3	Gradient eines Potentialfelds	79
4.4	Potentialgleichungen	84
4.4.1	Potentialgleichungen für raumladungsfreie Felder	84
4.4.2	Potentialgleichung für raumladungsbehaftete Felder.....	87
4.4.3	Integraloperator Δ^{-1}	90
4.5	Elektrisches Vektorpotential	96
4.6	Vektorpotential des Strömungsfelds	98
5	Potential und Potentialfunktion magnetischer Felder	101
5.1	Magnetisches Skalarpotential	101
5.2	Potentialgleichung des magnetischen Skalarpotentials	106
5.3	Magnetisches Vektorpotential	107
5.4	Potentialgleichung des magnetischen Vektorpotentials	113
6	Einteilung elektrischer und magnetischer Felder	117
6.1	Stationäre Felder	121
6.1.1	Elektrostatische Felder	121

6.1.2	Magnetostatische Felder	122
6.1.3	Statisches Strömungsfeld (Gleichstrom-Strömungsfeld) ...	123
6.2	Quasistationäre Felder	127
6.2.1	Quasistatische elektrische Felder	127
6.2.2	Quasistatische magnetische Felder	129
6.2.3	Quasistatische Strömungsfelder	131
6.2.4	Strömungsfelder mit Stromverdrängung	131
6.3	Nichtstationäre Felder – Elektromagnetische Wellen	137
6.3.1	Wellengleichung	137
6.3.2	Retardierte Potentiale	142
6.3.3	Hertzsche Potentiale	149
6.3.4	<i>Energiedichte</i> elektrischer und magnetischer Felder <i>Energieflußdichte</i> elektromagnetischer Wellen	151
7	Integraloperatoren div^{-1}, rot^{-1}, grad^{-1}	153
7.1	Integraloperator div^{-1}	154
7.2	Integraloperator rot^{-1}	157
7.3	Integraloperator grad^{-1}	159
7.4	Berechnung eines allgemeinen Vektorfelds $\mathbf{E}(\mathbf{r})$	159
8	Spannungs- und Stromgleichungen langer Leitungen	161
9	Typische Differentialgleichungen der Elektrodynamik bzw. der mathematischen Physik	173
9.1	Verallgemeinerte Telegraphengleichung	173
9.2	Telegraphengleichung mit $a, b > 0$; $c = 0$	174
9.3	Telegraphengleichung mit $a > 0$; $b = 0$; $c = 0$	175
9.4	Telegraphengleichung mit $b > 0$; $a = 0$; $c = 0$	177
9.5	Helmholtz-Gleichung	178
9.6	Schrödinger-Gleichung	182
9.7	Lorentz-Invarianz der Maxwell'schen Gleichungen	184
10	Numerische Feldberechnung	193
10.1	Finite-Elemente-Methode	194
10.2	Differenzenverfahren	209
10.3	Ersatzladungsverfahren	214
10.4	Boundary-Element-Methode	217
10.5	Momenten-Methode	219
10.6	Monte-Carlo-Methode	224
10.7	Allgem. Bemerkungen zur numerischen Feldberechnung	226

Anhang	229
A1 Einheiten der verwendeten Größen	229
A2 Skalar- und Vektorintegrale	231
A3 Vektoroperationen in speziellen Koordinatensystemen	232
A4 Die inversen Operatoren rot^{-1} , div^{-1} und grad^{-1}	237
A5 Komplexe Darstellung sinusförmiger Größen	244
A6 Lorentz-Eichung und Coulomb-Eichung	246
A6.1 Stromdichten einer Dipolantenne im nichtstationären Fall	247
A6.2 Wellengleichung des magnetischen Vektorpotentials in der Coulomb-Eichung	249
A6.3 Abschließende Bemerkungen	253
Aufgabenteil	257
1 Elementare Begriffe elektrischer und magnetischer Felder	259
1.1 Skalarfelder	259
1.2 Vektorfelder	260
1.3 Fluß als Oberbegriff	262
1.4 Geschichtete Dielektrika	265
2 Arten von Vektorfeldern	271
2.1 Gradienten-, Quellen- und Wirbelfelder	271
3 Feldtheorie-Gleichungen	273
3.1 Induktionsgesetz	273
3.2 Induktionsspannung	275
3.3 Wirbelfelder	277
3.4 Durchflutungsgesetz; Induktivität	278
3.5 Durchflutungsgesetz; Feldstärkeverlauf	281
3.6 Magnetische Umlaufspannung	283
3.7 Magnetischer Fluß	284
3.8 Magnetischer Kreis	286
3.9 Satz vom Hüllenfluß: Kapazität	288
3.10 Satz vom Hüllenfluß: Feldstärke und Potential	289
3.11 Induktionsgesetz in Differentialform	291
3.12 Integral- und Differentialform des Gaußschen Satzes	292
3.13 Wirbeldichte des magnetischen Feldes	293
3.14 Integralsatz von Gauß	295
4 Gradient, Potential, Potentialfunktion	297

4.1 Potentialverteilung im Dielektrikum einer Koaxialleitung	297
4.2 Elektrisches Potential und elektrische Feldstärke	302
5 Potential und Potentialfunktion magnetostatischer Felder	307
5.1 Magnetfeld eines gleichstromdurchflossenen Leiters	307
5.2 Magnetfeld einer Zweidrahtleitung	312
5.3 Feldgrößen einer Koaxialleitung	313
6 Berechnung von Feldern aus ihren Quellen- und Wirbeldichten	321
6.1 Quellenfeld	321
6.2 Wirbelfeld	323
7 Einteilung elektrischer und magnetischer Felder	325
7.1 Stationäre Felder: Gleichstromfeld	325
7.2 Quasistationäre Felder: Stromverdrängung	327
7.3 Stromverdrängung im Rundleiter	332
7.4 Die schirmende Wirkung von Wirbelströmen	333
7.5 Elektromagnetische Wellenfelder	339
7.6 Helmholtz-Gleichung	340
Literaturverzeichnis	347
Sachverzeichnis	353