

---

# Springer-Lehrbuch

---

Jan Lunze

# Regelungstechnik 2

Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung

8., überarbeitete Auflage

mit 274 Abbildungen, 58 Beispielen, 103 Übungsaufgaben  
sowie einer Einführung in das Programmsystem MATLAB

Professor Dr.-Ing Jan Lunze  
Ruhr-Universität Bochum  
Lehrstuhl für Automatisierungstechnik  
und Prozessinformatik  
44780 Bochum  
email: Lunze@atp.rub.de

ISSN 0937-7433

ISBN 978-3-642-53943-5

ISBN 978-3-642-53944-2 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-642-53944-2

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

MATLAB ist eingetragenes Warenzeichen der Fa. The MathWorks, Inc.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1997, 2002, 2005, 2006, 2008, 2010, 2013, 2014

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Vieweg ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

[www.springer-vieweg.de](http://www.springer-vieweg.de)

# Vorwort

Aufbauend auf den im ersten Band vermittelten Grundlagen linearer Regelungen behandelt der zweite Band die Modellierung und Analyse von Mehrgrößensystemen, den Entwurf von Mehrgrößenreglern sowie die digitale Regelung.

Obwohl für Mehrgrößensysteme zahlreiche Analyse- und Entwurfsverfahren im Zeitbereich und im Frequenzbereich zur Verfügung stehen, haben die theoretischen Grundlagen beider Betrachtungsweisen bisher nur begrenzt Eingang in Lehrbücher für das Ingenieurstudium gefunden. Insbesondere fehlen einführende Darstellungen, in denen die Theorie mit praxisrelevanten Beispielen und Übungsaufgaben verknüpft ist und in denen ein Anschluss an die rechnergestützten Entwurfswerkzeuge wie beispielsweise MATLAB hergestellt wird. Diese Lücke zu schließen, ist ein Anliegen des vorliegenden Buches.

Die Stoffauswahl wurde wesentlich durch die Erfahrungen des Autors bei der Behandlung praktischer Mehrgrößenregelungsaufgaben aus den Gebieten der Elektroenergieversorgung, der chemischen Verfahrenstechnik und der Bioverfahrenstechnik bestimmt. Diese Anwendungen legen es nahe, von der Vielzahl der im Laufe der Zeit entwickelten Verfahren diejenigen herauszugreifen, die einerseits von praktisch erfüllbaren Voraussetzungen ausgehend ein gutes theoretisches Fundament haben und andererseits zu überschaubaren Analyse- und Entwurfsergebnissen führen. Viele **Beispiele** verdeutlichen diesen Charakter der beschriebenen Methoden. Der praktische Hintergrund der Beispiele kann hier zwar nur kurz angesprochen werden. Die betrachteten Regelungsaufgaben sowie die zu ihrer Lösung verwendeten Modelle zeigen jedoch, worin die maßgebenden Schwierigkeiten dieser Regelungsaufgaben bestehen und welche praktisch akzeptablen Vereinfachungen möglich sind.

Die digitale Regelung wird im dritten Teil dieses Buches ausgehend von der Frage behandelt, welche Veränderungen sich für den Regelkreis ergeben, wenn anstelle eines kontinuierlich arbeitenden Reglers ein Abtastregler eingesetzt wird. Der Schwerpunkt liegt in der Behandlung derjenigen Probleme, die sich beim Übergang von der kontinuierlichen zur zeitdiskreten Betrachtungsweise ändern bzw. neu entstehen. Die Gliederung des dritten Teils ähnelt deshalb der des ersten Teils, wodurch die Parallelen bei der Behandlung kontinuierlicher und zeitdiskreter Systeme deutlich zum Ausdruck kommen und die neuen Aspekte der Abtastsysteme herausgehoben werden.

Einige der hier angesprochenen Themen werden erstmals in einem Lehrbuch der Regelungstechnik behandelt, u. a. die strukturelle Steuerbarkeit und strukturelle Beobachtbarkeit, das Innere-Modell-Prinzip, Einstellregeln für Mehrgrößensysteme, die robuste Regelung sowie die Modellbildung gekoppelter Systeme und die dezent-

trale Regelung. Die zu diesen Themen vorgestellten Methoden entstanden aus Forschungsarbeiten, die zu praktikablen Analyse- und Entwurfsverfahren geführt haben bzw. die Regelungstheorie an wichtigen Punkten ergänzen.

Bei der Vermittlung des Stoffs wird Wert auf eine in allen Einzelheiten durchschaubare Darstellung gelegt. Für Mehrgrößensysteme entsteht dabei jedoch das Problem, dass selbst sehr einfache Beispiele nicht mehr von Hand gerechnet werden können und der Lösungsweg nicht immer in allen Einzelheiten aufgeschrieben werden kann. Hier kommt das bereits im ersten Band eingeführte **Programmsystem MATLAB** zum Einsatz, das umfangreiche numerische Rechnungen übernimmt. Die Behandlung der Beispiele kann sich deshalb auf die Herausarbeitung der numerisch zu lösenden Probleme beschränken und mit den von MATLAB gelieferten Ergebnissen weiterarbeiten.

Zahlreiche **Übungsaufgaben** dienen zur Festigung des Stoffs. Die Lösungen der wichtigsten Aufgaben sind im Anhang angegeben.

Die am Ende jedes Kapitels gegebenen **Literaturhinweise** beziehen sich auf Aufsätze und Bücher, die maßgeblich zur Entwicklung der Regelungstheorie beigetragen haben bzw. in denen einzelne Aspekte des beschriebenen Stoffs vertieft dargestellt sind.

Ein großer Teil der für Mehrgrößensysteme entwickelten Ansätze setzt umfangreiche mathematische Kenntnisse voraus. Die Stoffauswahl dieses Buches ist u. a. durch das Ziel bestimmt, die wichtigsten Herangehensweisen und Verfahren so darzustellen, dass von den Lesern lediglich Kenntnisse über die Matrizenrechnung sowie über die Anwendung der Fourier-, Laplace- und  $Z$ -Transformation vorausgesetzt werden müssen, die den Ingenieurstudenten in den ersten Semestern vermittelt werden.

Ich verwende dieses Buch an der Ruhr-Universität Bochum für eine weiterführende Regelungstechnikvorlesung des Masterstudiengangs Elektrotechnik und Informationstechnik. In dieser einsemestrigen Veranstaltung werden die meisten der hier behandelten Themen angesprochen, allerdings nicht immer in der beschriebenen Tiefe. Das Buch dient als Vorlesungsskript, beschreibt Erweiterungen des behandelten Stoffs und dient als Vorlage für die Rechenübungen. Die im Anhang angegebenen **Projektaufgaben** sind von den Hörern meiner Lehrveranstaltung parallel zur Vorlesung mit dem Programmsystem MATLAB zu lösen. Sie vermitteln erste Erfahrungen im Umgang mit Mehrgrößenregelungen und digitalen Regelkreisen.

An der mehrjährigen Umarbeitung meiner Vorlesung, aus der dieses Buch entstand, haben meine Mitarbeiter und Studenten großen Anteil. Herr M. Sc. DANIEL VEY hat in den letzten Jahren die zu dieser Vorlesung gehörende Übung geleitet und wertvolle Hinweise zur Verbesserung der Übungsaufgaben gegeben. Bedanken möchte ich mich auch für vielfältige Anregungen meiner Fachkollegen, die dieses Buch in ihren Vorlesungen einsetzen. Bei der Überarbeitung des Buches zeichnete Frau ANDREA MARSCHALL zahlreiche Bilder neu.

Die **achte Auflage** enthält viele kleinere Änderungen des Textes und der Übungsaufgaben. Die Beschreibung des Programmsystems MATLAB wurde der aktuellen Version (Release R2014a) angepasst.

Bochum, im Mai 2014

JAN LUNZE

Auf der Homepage [www.atp.rub.de/buch/rt2](http://www.atp.rub.de/buch/rt2) des Lehrstuhls für Automatisierungstechnik und Prozessinformatik der Ruhr-Universität Bochum finden Interessenten weitere Informationen zu den Beispielen, die zur Erzeugung von Bildern verwendeten MATLAB-Programme sowie die Abbildungen dieses Buches für den Gebrauch in Lehrveranstaltungen.

# Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Anwendungsbeispiele . . . . .	XVII
Inhaltsübersicht des ersten Bandes . . . . .	XXI
Hinweise zum Gebrauch des Buches . . . . .	XXIII

## Teil 1: Analyse von Mehrgrößensystemen

<b>1 Einführung in die Mehrgrößenregelung . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Regelungsaufgaben mit mehreren Stell- und Regelgrößen . . . . .	1
1.1.1 Charakteristika von Mehrgrößensystemen . . . . .	1
1.1.2 Beispiele für Mehrgrößenregelungsaufgaben . . . . .	4
1.2 Mehrgrößenregelkreis . . . . .	9
1.2.1 Regelungsaufgabe . . . . .	9
1.2.2 Regelkreisstrukturen . . . . .	10
1.3 Probleme und Lösungsmethoden für Mehrgrößenregelungen . . . . .	12
Literaturhinweise . . . . .	14
<b>2 Beschreibung und Verhalten von Mehrgrößensystemen . . . . .</b>	<b>15</b>
2.1 Beschreibung von Mehrgrößensystemen im Zeitbereich . . . . .	15
2.1.1 Differentialgleichungen . . . . .	15
2.1.2 Zustandsraummodell . . . . .	16
2.1.3 Übergangsfunktionsmatrix und Gewichtsfunktionsmatrix . . . . .	18
2.2 Beschreibung im Frequenzbereich . . . . .	20
2.2.1 E/A-Beschreibung . . . . .	20
2.2.2 Beschreibung des Übertragungsverhaltens mit Hilfe der ROSENBROCK-Systemmatrix . . . . .	23
2.3 Strukturierte Beschreibungsformen . . . . .	24
2.3.1 Reihen-, Parallel- und Rückführschaltungen . . . . .	25
2.3.2 Systeme in P- und V-kanonischer Struktur . . . . .	27
2.3.3 Beliebig verkoppelte Teilsysteme . . . . .	29
2.4 Verhalten von Mehrgrößensystemen . . . . .	37
2.4.1 Zeitverhalten . . . . .	37
2.4.2 Verhalten im Frequenzbereich . . . . .	43

2.4.3	Übergangsverhalten und stationäres Verhalten . . . . .	45
2.5	Pole und Nullstellen . . . . .	47
2.5.1	Pole . . . . .	47
2.5.2	Übertragungsnullstellen . . . . .	48
2.5.3	Invariante Nullstellen . . . . .	52
2.6	Stabilität von Mehrgrößensystemen . . . . .	57
2.7	MATLAB-Funktionen für die Analyse von Mehrgrößensystemen . .	58
	Literaturhinweise . . . . .	62
<b>3</b>	<b>Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit . . . . .</b>	<b>63</b>
3.1	Steuerbarkeit . . . . .	63
3.1.1	Problemstellung und Definition der Steuerbarkeit . . . . .	63
3.1.2	Steuerbarkeitskriterium von KALMAN . . . . .	65
3.1.3	Steuerbarkeit der kanonischen Normalform . . . . .	77
3.1.4	Steuerbarkeitskriterium von HAUTUS . . . . .	80
3.1.5	Nicht vollständig steuerbare Systeme . . . . .	82
3.1.6	Erweiterungen . . . . .	89
3.2	Beobachtbarkeit . . . . .	91
3.2.1	Problemstellung und Definition der Beobachtbarkeit . . . . .	91
3.2.2	Beobachtbarkeitskriterium von KALMAN . . . . .	93
3.2.3	Dualität von Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit . . . . .	99
3.2.4	Weitere Beobachtbarkeitskriterien . . . . .	99
3.2.5	Nicht vollständig beobachtbare Systeme . . . . .	101
3.3	KALMAN-Zerlegung des Zustandsraummodells . . . . .	107
3.4	Strukturelle Analyse linearer Systeme . . . . .	115
3.4.1	Struktur dynamischer Systeme . . . . .	115
3.4.2	Strukturelle Steuerbarkeit und strukturelle Beobachtbarkeit .	119
3.4.3	Strukturell feste Eigenwerte . . . . .	125
3.4.4	Aussagekraft der strukturellen Analyse . . . . .	128
3.5	Realisierbarkeit und Realisierung von Mehrgrößensystemen . . . . .	135
3.6	MATLAB-Funktionen zur Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitsanalyse . . . . .	141
	Literaturhinweise . . . . .	142

## Teil 2: Entwurf von Mehrgrößenreglern

<b>4</b>	<b>Struktur und Eigenschaften von Mehrgrößenregelkreisen . . . . .</b>	<b>143</b>
4.1	Struktur von Mehrgrößenreglern . . . . .	143
4.1.1	Zustands- und Ausgangsrückführungen . . . . .	143
4.1.2	Dynamische Mehrgrößenregler . . . . .	148
4.1.3	Dezentrale Regelung . . . . .	153
4.2	Grundlegende Eigenschaften von Mehrgrößenregelkreisen . . . . .	155
4.2.1	Pole und Nullstellen des Führungsverhaltens . . . . .	155



4.2.2	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit des Regelkreises . . . . .	159
4.3	Stabilität von Mehrgrößenregelkreisen . . . . .	161
4.3.1	Stabilitätsanalyse anhand der Pole des Regelkreises . . . . .	161
4.3.2	HSU-CHEN-Theorem . . . . .	162
4.3.3	Nyquistkriterium für Mehrgrößensysteme . . . . .	165
4.3.4	Stabilität bei kleiner Kreisverstärkung . . . . .	169
4.3.5	Robuste Stabilität . . . . .	171
4.4	Stationäres Verhalten von Regelkreisen . . . . .	179
4.4.1	Führungsgrößengenerator und Störgrößengenerator . . . . .	179
4.4.2	Vorfilterentwurf . . . . .	180
4.4.3	Störgrößenaufschaltung . . . . .	182
4.4.4	PI-Mehrgrößenregler . . . . .	183
4.4.5	Inneres-Modell-Prinzip . . . . .	185
4.4.6	Verallgemeinerte Servoregelung . . . . .	189
4.5	Kriterien für die Wahl der Regelkreisstruktur . . . . .	195
4.5.1	Auswahl von Stell- und Regelgrößen anhand der Pole und Nullstellen der Regelstrecke . . . . .	195
4.5.2	Kopplungsanalyse einer dezentralen Regelung . . . . .	196
4.5.3	Auswahl von Stellgrößen . . . . .	199
4.5.4	Beispiele . . . . .	201
	Literaturhinweise . . . . .	209
<b>5</b>	<b>Einstellregeln für PI-Mehrgrößenregler . . . . .</b>	<b>211</b>
5.1	Zielstellung . . . . .	211
5.2	Gegenkopplungsbedingung für I-Mehrgrößenregler . . . . .	213
5.3	Einstellung von I-Reglern . . . . .	220
5.3.1	Idee der Reglereinstellung . . . . .	220
5.3.2	Festlegung der Reglermatrix . . . . .	221
5.3.3	Festlegung des Tuningfaktors . . . . .	224
5.3.4	Erweiterung auf PI-Regler . . . . .	227
5.3.5	Beispiel . . . . .	228
5.4	Robustheit des eingestellten PI-Reglers . . . . .	235
5.5	MATLAB-Programm zur Reglereinstellung . . . . .	238
	Literaturhinweise . . . . .	240
<b>6</b>	<b>Reglerentwurf zur Polzuweisung . . . . .</b>	<b>241</b>
6.1	Zielstellung . . . . .	241
6.2	Polzuweisung durch Zustandsrückführung . . . . .	243
6.2.1	Polzuweisung für Systeme in Regelungsnormalform . . . . .	243
6.2.2	Erweiterung auf beliebige Modellform . . . . .	245
6.2.3	Diskussion der Lösung . . . . .	247
6.2.4	Darstellung der Reglerparameter in Abhängigkeit von den Eigenwerten . . . . .	252
6.3	Erweiterung auf Regelstrecken mit mehreren Stellgrößen . . . . .	254
6.3.1	Dyadische Regelung . . . . .	255

6.3.2	Vollständige Modale Synthese	257
6.4	Polzuweisung durch Ausgangsrückführung	260
6.4.1	Überlegungen zu den Freiheitsgraden von Ausgangsrückführungen	260
6.4.2	Ersetzen einer Zustandsrückführung durch eine äquivalente Ausgangsrückführung	263
6.4.3	Näherung einer Zustandsrückführung durch eine Ausgangsrückführung	264
6.4.4	Ersetzen einer Zustandsrückführung durch einen dezentralen Regler	271
6.5	MATLAB-Programme für den Entwurf zur Polzuweisung	279
	Literaturhinweise	283
<b>7</b>	<b>Optimale Regelung</b>	<b>285</b>
7.1	Grundgedanke der optimalen Regelung	285
7.2	Lösung des LQ-Problems	293
7.2.1	Umformung des Gütefunktional	293
7.2.2	Ableitung einer notwendigen Optimalitätsbedingung	295
7.2.3	Optimalreglergesetz	297
7.2.4	Lösung der Riccatigleichung	299
7.3	Eigenschaften des LQ-Regelkreises	300
7.3.1	Stabilität des Regelkreises	301
7.3.2	Eigenschaft der Rückführdifferenzmatrix	301
7.3.3	Stabilitätsrand	303
7.3.4	Abhängigkeit der Eigenwerte des Regelkreises von den Wichtungsmatrizen	305
7.3.5	Diskussion der angegebenen Eigenschaften	307
7.4	Rechnergestützter Entwurf von LQ-Regelungen	307
7.4.1	Entwurfsalgorithmus	307
7.4.2	Wahl der Wichtungsmatrizen	308
7.4.3	Beispiele	311
7.5	Erweiterungen	316
7.6	Optimale Ausgangsrückführung	320
7.7	$H^\infty$ -optimaler Regler	325
7.7.1	Erweiterungen der optimalen Regelung	325
7.7.2	$H^\infty$ -Optimierungsproblem	326
7.7.3	Lösung des $H^\infty$ -Optimierungsproblems	330
7.8	Optimalreglerentwurf mit MATLAB	333
	Literaturhinweise	335
<b>8</b>	<b>Beobachterentwurf</b>	<b>337</b>
8.1	Beobachtungsproblem	337
8.2	LUENBERGER-Beobachter	341
8.2.1	Struktur des Beobachters	341
8.2.2	Konvergenz des Beobachters	343

8.2.3	Wahl der Rückführmatrix $L$ . . . . .	343
8.2.4	Berechnung des Beobachters aus der Beobachtungsnormalform . . . . .	344
8.2.5	Störverhalten des Beobachters . . . . .	345
8.3	Realisierung einer Zustandsrückführung mit Hilfe eines Beobachters	347
8.3.1	Beschreibung des Regelkreises . . . . .	347
8.3.2	Separationstheorem . . . . .	348
8.3.3	Entwurfsverfahren . . . . .	350
8.4	Reduzierter Beobachter . . . . .	357
8.5	Weitere Anwendungsgebiete von Beobachtern . . . . .	362
8.6	Beziehungen zwischen LUENBERGER-Beobachter und KALMAN-Filter . . . . .	365
8.7	Beobachterentwurf mit MATLAB . . . . .	368
	Literaturhinweise . . . . .	370
<b>9</b>	<b>Reglerentwurf mit dem Direkten Nyquistverfahren . . . . .</b>	<b>371</b>
9.1	Grundidee des Direkten Nyquistverfahrens . . . . .	371
9.2	Stabilitätsanalyse unter Verwendung von Abschätzungen . . . . .	372
9.2.1	Betrachtungen zum Nyquistkriterium . . . . .	373
9.2.2	Abschätzung der Eigenwerte der Rückführdifferenzmatrix . . . . .	375
9.2.3	Stabilitätsbedingung für ein dezentral geregeltes System . . . . .	378
9.2.4	Integrität des Regelkreises . . . . .	379
9.3	Entwurf mit dem Direkten Nyquistverfahren . . . . .	380
9.4	Verbesserung der Analyse des Regelkreises . . . . .	386
9.4.1	Ableitung einer Stabilitätsbedingung aus Robustheitsbetrachtungen . . . . .	387
9.4.2	Abschätzung des E/A-Verhaltens des Regelkreises . . . . .	391
9.5	Entkopplung der Regelkreise . . . . .	400
9.6	Entwurfsdurchführung mit MATLAB . . . . .	405
	Literaturhinweise . . . . .	411

### Teil 3: Digitale Regelung

<b>10</b>	<b>Einführung in die digitale Regelung . . . . .</b>	<b>415</b>
10.1	Digitaler Regelkreis . . . . .	415
10.2	Abtaster und Halteglied . . . . .	417
10.2.1	Abtaster . . . . .	417
10.2.2	Halteglied . . . . .	424
10.2.3	Wahl der Abtastzeit . . . . .	426
10.3	Vergleich von kontinuierlichem und zeitdiskretem Regelkreis . . . . .	428
	Literaturhinweise . . . . .	430

<b>11</b>	<b>Beschreibung und Analyse zeitdiskreter Systeme im Zeitbereich</b>	431
11.1	Beschreibung zeitdiskreter Systeme	431
11.1.1	Modellbildungsaufgabe	431
11.1.2	Beschreibung zeitdiskreter Systeme durch Differenzgleichungen	432
11.1.3	Zustandsraummodell	436
11.1.4	Ableitung des Zustandsraummodells aus der Differenzgleichung	438
11.1.5	Zeitdiskrete Systeme mit Totzeit	441
11.1.6	Ableitung des Zustandsraummodells eines Abtastsystems aus dem Modell des kontinuierlichen Systems	443
11.1.7	Kanonische Normalform	450
11.2	Verhalten zeitdiskreter Systeme	451
11.2.1	Lösung der Zustandsgleichung	451
11.2.2	Bewegungsgleichung in kanonischer Darstellung	452
11.2.3	Übergangsfolge und Gewichtsfolge	455
11.2.4	Darstellung des E/A-Verhaltens durch eine Faltungssumme	462
11.2.5	Übergangsverhalten und stationäres Verhalten	463
11.3	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit zeitdiskreter Systeme	466
11.3.1	Definitionen und Kriterien	466
11.3.2	Steuerbarkeitsanalyse	467
11.3.3	Beobachtbarkeitsanalyse	476
11.3.4	Weitere Ergebnisse zur Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit	479
11.4	Pole und Nullstellen	480
11.5	Stabilität	482
11.5.1	Zustandsstabilität	482
11.5.2	E/A-Stabilität	486
11.6	MATLAB-Funktionen für die Analyse zeitdiskreter Systeme im Zeitbereich	488
	Literaturhinweise	490
<b>12</b>	<b>Beschreibung und Analyse zeitdiskreter Systeme im Frequenzbereich</b>	491
12.1	$\mathcal{Z}$ -Transformation	491
12.1.1	Definition	491
12.1.2	Eigenschaften	496
12.2	$\mathcal{Z}$ -Übertragungsfunktion	499
12.2.1	Definition	499
12.2.2	Berechnung	500
12.2.3	Eigenschaften und grafische Darstellung	503
12.2.4	Pole und Nullstellen	506
12.2.5	Übertragungsfunktion zusammengesetzter Übertragungsglieder	510
12.3	MATLAB-Funktionen für die Analyse zeitdiskreter Systeme im Frequenzbereich	510
	Literaturhinweise	511

<b>13 Digitaler Regelkreis</b> .....	513
13.1 Regelkreisstrukturen .....	513
13.2 Stabilitätsprüfung digitaler Regelkreise .....	515
13.2.1 Stabilitätsprüfung anhand der Pole des geschlossenen Kreises	515
13.2.2 Nyquistkriterium .....	516
13.3 Stationäres Verhalten digitaler Regelkreise .....	520
<b>14 Entwurf von Abtastreglern</b> .....	523
14.1 Entwurfsvorgehen .....	523
14.2 Zeitdiskrete Realisierung kontinuierlicher Regler .....	524
14.2.1 Approximation kontinuierlicher Regler durch Verwendung von Methoden der numerischen Integration .....	524
14.2.2 Approximation des PN-Bildes .....	531
14.2.3 Anwendungsgebiet .....	533
14.3 Reglerentwurf anhand des zeitdiskreten Streckenmodells .....	533
14.3.1 Entwurf einschleifiger Regelungen anhand des PN-Bildes des geschlossenen Kreises .....	533
14.3.2 Entwurf von Mehrgrößenreglern durch Polzuweisung .....	535
14.3.3 Zeitdiskrete optimale Regelung .....	536
14.3.4 Beobachter für zeitdiskrete Systeme .....	537
14.4 Regler mit endlicher Einstellzeit .....	538
14.5 MATLAB-Funktionen für den Entwurf digitaler Regler .....	547
Literaturhinweise .....	547
<b>15 Ausblick auf weiterführende Regelungskonzepte</b> .....	549
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	551

## Anhänge

<b>Anhang 1: Lösung der Übungsaufgaben</b> .....	557
<b>Anhang 2: Matrizenrechnung</b> .....	627
A2.1 Bezeichnungen und einfache Rechenregeln .....	627
A2.2 Eigenwerte und Eigenvektoren .....	629
A2.3 Singulärwertzerlegung .....	633
A2.4 Determinantensätze .....	634
A2.5 Normen von Vektoren und Matrizen .....	635
A2.6 Definitheit .....	636
A2.7 Lösung linearer Gleichungssysteme .....	637
A2.8 Nichtnegative Matrizen und M-Matrizen .....	638
Literaturhinweise .....	643

---

<b>Anhang 3: MATLAB-Programme</b> . . . . .	645
A3.1 Funktionen für den Umgang mit Matrizen und Vektoren . . . . .	645
A3.2 MATLAB-Funktionen für die Systemanalyse . . . . .	646
A3.3 Funktionen für den Reglerentwurf. . . . .	649
A3.4 Zusammenstellung der Programme . . . . .	650
<b>Anhang 4: Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung</b> . . . . .	651
<b>Anhang 5: Projektaufgaben</b> . . . . .	655
<b>Anhang 6: Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen</b> . . . . .	665
<b>Anhang 7: Korrespondenztabelle der Laplace- und Z-Transformation</b> . . . . .	669
<b>Anhang 8: Fachwörter deutsch – englisch</b> . . . . .	671
<b>Sachwortverzeichnis</b> . . . . .	677

# Verzeichnis der Anwendungsbeispiele

## Regelung von Elektroenergieversorgungssystemen

### • Frequenz-Übergabeleistungsregelung (FÜ-Regelung)

Kalmanzerlegung eines Elektroenergieversorgungsnetzes (Aufgabe 3.12) . . . .	115
Netzkennlinienverfahren für die FÜ-Regelung von Elektroenergienetzen (Aufgabe 5.1 mit Lösung) . . . . .	218, 572
Dezentrale FÜ-Regelung (Beispiel 6.4) . . . . .	273
Entwurf einer FÜ-Regelung als Optimalregler (Aufgabe 7.5 mit Lösung) . . . .	334, 590
Entwurf einer FÜ-Regelung mit dem Direkten Nyquistverfahren (Aufgabe 9.6 mit Lösung) . . . . .	411, 603
Entwurf einer dezentralen FÜ-Regelung (Projektaufgabe A5.6 mit Lösung) . .	659, 620

### • Knotenspannungsregelung

Spannungs-Blindleistungsverhalten eines Elektroenergienetzes (Aufgabe 2.4)	35
Entwurf einer dezentralen Knotenspannungsregelung (Beispiel 9.1) . . . . .	382
Verbesserte Abschätzung für das Verhalten der dezentralen Knotenspannungsregelung (Beispiel 9.2) . . . . .	394
Knotenspannungsregelung eines Elektroenergienetzes mit zwei Teilnetzen (Projektaufgabe A5.5) . . . . .	658

### • Dampferzeugerregelung

Verhalten eines Dampferzeugers (Beispiel 2.2) . . . . .	40
Kalmanzerlegung eines Dampferzeugers (Aufgabe 3.13) . . . . .	115
Minimale Realisierung eines Dampferzeugers (Aufgabe 3.19 mit Lösung) . . . .	140, 570
Optimalreglerentwurf für einen Dampferzeuger (Aufgabe 7.4 mit Lösung) . . .	334, 587
Regelung eines Dampferzeugers (Projektaufgabe A5.2) . . . . .	657

## Prozessregelung

Regelungsaufgabe für einen Wärmeübertrager (Beispiel 1.1) . . . . .	4
Regelung einer Destillationskolonne (Beispiel 1.2) . . . . .	5

<b>• Regelung einer Anlage zur Herstellung von Ammoniumnitrat-Harnstoff-Lösung</b>	
Einstellung der PI-Regelung für die AHL-Anlage (Beispiel 5.1) .....	228
Zeitdiskrete Realisierung des PI-Reglers (Aufgabe 14.2) .....	531
Analyse und Regelung der AHL-Anlage (Projektaufgabe A5.3) .....	657
<b>• Analyse und Regelung von Rührkesselreaktoren</b>	
Beschreibung eines Rührkesselreaktors in V-kanonischer Struktur (Beispiel 2.1) .....	28
Steuerbarkeit gekoppelter Rührkesselreaktoren (Beispiel 3.1) .....	68
Steuerbarkeit gekoppelter Rührkesselreaktoren mit zeitdiskreter Eingangsgröße (Beispiel 11.5) .....	469
Beobachtbarkeit gekoppelter Rührkesselreaktoren (Beispiel 3.7) .....	96
Beobachtbarkeit der Füllstände eines Behältersystems (Aufgabe 3.10) .....	106
Reduzierter Beobachter für zwei gekoppelte Rührkesselreaktoren (Aufgabe 8.4) .....	362
Konzentrationsregelung gekoppelter Rührkesselreaktoren durch Zustandsrückführung (Beispiel 6.1) .....	250
Stabilitätsanalyse der Konzentrationsregelung (Beispiel 4.1) .....	167
Konzentrationsregelung gekoppelter Rührkesselreaktoren durch Ausgangsrückführung (Beispiel 6.3) .....	268
Zustandsraummodell eines Mischprozesses (Aufgabe 2.1) .....	17
Regelung eines Mischprozesses (Projektaufgabe A5.8) .....	661
<b>• Regelung eines Biogasreaktors</b>	
Regelungsaufgaben für einen Biogasreaktor (Beispiel 1.4) .....	7
Kopplungseigenschaften eines Biogasreaktors (Beispiel 4.6) .....	206
Existenz von PI-Reglern für einen Biogasreaktor (Beispiel 5.2) .....	237
Zeitdiskrete Messung der Betriebsgrößen (Aufgabe 10.1) .....	427
<b>• Regelung einer Klärschlammverbrennungsanlage</b>	
Auswahl der Stellgrößen für die Regelung einer Klärschlammverbrennungsanlage (Beispiel 4.5) .....	202
Einstellung der PI-Regelung für die Klärschlammverbrennungsanlage (Aufgabe 5.2) .....	234
Zeitdiskretes Modell der Klärschlammverbrennungsanlage (Aufgabe 11.6) ...	450
Analyse und Regelung einer Klärschlammverbrennungsanlage (Projektaufgabe A5.4) .....	658



## Regelung von Fahrzeugen und Flugkörpern

Beobachtbarkeit der Satellitenbewegung (Aufgabe 3.8 mit Lösung) .....	105, 563
Flugüberwachung als zeitdiskreter Vorgang (Aufgabe 10.1) .....	427
<b>• Abstandsregelung in Fahrzeugkolonnen</b>	
Regelungsaufgabe (Beispiel 1.5) .....	7
Abstandsregelung in einer Fahrzeugkolonne (Beispiel 4.4) .....	191
Struktur der Abstandsregelung (Aufgabe 4.5) .....	194
Abstandsregelung mit unterschiedlichen Regelungsstrukturen (Projektaufgabe A5.9) .....	662
<b>• Flugregelung</b>	
Autopilot für ein Flugzeug (Beispiel 1.3) .....	6
Optimalregler für die Rollbewegung eines Flugzeugs (Beispiel 7.2) .....	311
Entwurf eines Reglers mit endlicher Einstellzeit für die Rollbewegung eines Flugzeugs (Aufgabe 14.4) .....	545
<b>• Regelung einer Magnetschwebbahn</b>	
Stabilitätsprüfung der geregelten Magnetschwebbahn (Beispiel 4.2) .....	168
Stabilisierung der Magnetschwebbahn durch Zustandsrückführung (Aufgabe 6.5 mit Lösung) .....	282, 581
Beobachter für die Magnetschwebbahn (Aufgabe 8.6 mit Lösung) .....	369, 593

## Regelung mechanischer Systeme

Strukturelle Steuerbarkeit eines elektrischen Rotationsantriebs (Aufgabe 3.16 mit Lösung) .....	133, 567
<b>• Analyse und Regelung einer Verladebrücke</b>	
Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit einer Verladebrücke (Aufgabe 3.9 mit Lösung) .....	105, 564
Steuerbarkeit einer Verladebrücke mit zeitdiskreter Eingangsgröße (Beispiel 11.7) .....	475
Regelung einer Verladebrücke mit Zustandsrückführung (Aufgabe 6.2 mit Lösung) .....	252, 578
Regelung einer Verladebrücke mit Ausgangsrückführung (Aufgabe 6.3 mit Lösung) .....	263, 581
Positionsregelung für eine Verladebrücke (Projektaufgabe A5.1) .....	656
<b>• Stabilisierung eines invertierten Pendels</b>	
Kalmanzerlegung des Zustandsraummodells des invertierten Pendels (Beispiel 3.9) .....	109
Stabilisierung des invertierten Pendels durch Zustandsrückführung (Aufgabe 6.4) .....	280

LQ-Problem für das invertierte Pendel (Beispiel 7.1) .....	290
Stabilisierung des invertierten Pendels durch einen Optimalregler (Beispiel 7.3) .....	313
Beobachter für das invertierte Pendel (Beispiel 8.1) .....	352
Reduzierter Beobachter (Beispiel 8.2) .....	361

## Regelung eines Gleichstrommotors

Beobachtbarkeit eines Gleichstrommotors (Aufgabe 3.14 mit Lösung) .....	124, 565
Störverhalten eines digital geregelten Gleichstrommotors (Beispiel 10.2) .....	422
Zeitdiskrete Realisierung einer Drehzahlregelung (Beispiel 14.1) .....	529
Regler mit endlicher Einstellzeit für einen Gleichstrommotor (Beispiel 14.3) ..	543

## Weitere Anwendungen

Raumtemperaturregelung mit fester Einstellzeit (Aufgabe 14.3) .....	545
Regelung einer Züchtungsanlage für GaAs-Einkristalle (Aufgabe 9.5 mit Lösung) .....	409, 600
Analyse und Regelung der Einkristallzüchtungsanlage (Projektaufgabe A5.7) ..	661
Zeitdiskrete Zustandsraumbeschreibung einer Rinderzucht (Aufgabe 11.1 mit Lösung) .....	440, 608
Preisdynamik in der Landwirtschaft (Aufgabe 11.15 mit Lösung) .....	487, 615
Zeitdiskrete Zustandsraumbeschreibung der Lagerhaltung (Aufgabe 11.2) ....	440
Zustandsraummodell eines Filters (Beispiel 11.4) .....	458
Zustandsraummodell der Fußball-Bundesliga (Aufgabe 11.3) .....	441
Beobachtbarkeit eines Oszillators (Aufgabe 11.12 mit Lösung) .....	479, 613
Stabilitätsanalyse eines Bankkontos (Aufgabe 11.14) .....	487

# Inhaltsübersicht des ersten Bandes

## **Zielstellung der Regelungstechnik**

## **Beispiele für technische und nichttechnische Regelungsaufgaben**

## **Strukturelle Beschreibung dynamischer Systeme**

Blockschaltbild, Signalflussgraph

## **Systembeschreibung im Zeitbereich**

Beschreibung durch Differentialgleichungen, Zustandsraummodell

## **Verhalten linearer Systeme**

Lösung der Zustandsgleichung

Kennfunktionen des dynamischen Übertragungsverhaltens

Modellvereinfachung, Kennwertermittlung

## **Beschreibung linearer Systeme im Frequenzbereich**

Frequenzgang, Übertragungsfunktion

Eigenschaften wichtiger Übertragungsglieder im Frequenzbereich

## **Regelkreis**

Modell des Standardregelkreises

## **Stabilität rückgekoppelter Systeme**

Nyquistkriterium; robuste Stabilität

## **Entwurf einschleifiger Regelkreise**

Übersicht über die Entwurfsverfahren

Einstellregeln für PID-Regler

## **Reglerentwurf anhand des PN-Bildes des geschlossenen Kreises**

Konstruktionsvorschriften für Wurzelortskurven

Reglerentwurf mittels Wurzelortskurve

## **Reglerentwurf anhand der Frequenzkennlinie der offenen Kette**

Frequenzkennlinie und Regelgüte

Reglerentwurf auf Führungs- und auf Störverhalten

## **Weitere Entwurfsverfahren**

## **Erweiterung der Regelungsstruktur**

10. Auflage 2015

mit 419 Abbildungen, 75 Beispielen und 172 Übungsaufgaben

# Hinweise zum Gebrauch des Buches

**Formelzeichen.** Die Wahl der Formelzeichen hält sich an folgende Konventionen: Kleine kursive Buchstaben bezeichnen Skalare, z. B.  $x, a, t$ . Vektoren sind durch kleine halbfette Buchstaben, z. B.  $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{a}$ , und Matrizen durch halbfette Großbuchstaben, z. B.  $\boldsymbol{X}, \boldsymbol{A}$ , dargestellt. Entsprechend dieser Festlegung werden die Elemente der Matrizen und Vektoren durch kursive Kleinbuchstaben (mit Indizes) symbolisiert, beispielsweise mit  $x_1, x_2, x_i$  für Elemente des Vektors  $\boldsymbol{x}$  und  $a_{12}, a_{ij}$  für Elemente der Matrix  $\boldsymbol{A}$ . Werden Größen, die im allgemeinen Fall als Vektor oder Matrix geschrieben werden, in einem einfachen Beispiel durch Skalare ersetzt, so wird dies durch den Übergang zu kleinen kursiven Buchstaben verdeutlicht, beispielsweise durch Verwendung von  $x, a$  anstelle von  $\boldsymbol{x}$  bzw.  $\boldsymbol{A}$ . Dann gelten die vorher mit Vektoren und Matrizen geschriebenen Gleichungen mit den skalaren Größen gleichen Namens.

Vektoren sind stets als Spaltenvektoren definiert. Die Transposition von Vektoren und Matrizen wird durch ein hochgestelltes „T“ gekennzeichnet ( $\boldsymbol{e}^T$ ).

Mengen sind durch kalligrafische Buchstaben dargestellt, z. B.  $\mathcal{Q}, \mathcal{P}$ .

Funktionen der Zeit und deren Fourier-, Laplace- und  $\mathcal{Z}$ -Transformierte haben denselben Namen, unterscheiden sich aber in der Größe. Den Funktionen  $f(t)$  bzw.  $f(k)$  im Zeitbereich sind die Funktionen  $F(j\omega), F(s)$  bzw.  $F(z)$  im Frequenzbereich zugeordnet.

Bei den Indizes wird zwischen Abkürzungen und Laufindizes unterschieden. Bei  $k_s$  ist der Index „s“ die Abkürzung für „statisch“ und deshalb steil gesetzt, während bei  $x_p$  das  $p$  einen Parameter darstellt, der beliebige Werte annehmen kann und deshalb kursiv gesetzt ist.

Die verwendeten Bezeichnungen orientieren sich an den international üblichen und weichen deshalb auch in wichtigen Fällen von der DIN 19299 ab. Beispielsweise werden für die Regelgröße und die Stellgröße die Buchstaben  $y$  und  $u$  verwendet.  $x$  bzw.  $\boldsymbol{x}$  ist das international gebräuchliche Formelzeichen für eine Zustandsvariable bzw. den Zustandsvektor.

Eine Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen enthält Anhang 6.

Wenn bei einer Gleichung hervorgehoben werden soll, dass es sich um eine Forderung handelt, die durch eine geeignete Wahl von bestimmten Parametern erfüllt werden soll, wird über das Gleichheitszeichen ein Ausrufezeichen gesetzt ( $\stackrel{!}{=}$ ).

Bei Verweisen auf Textstellen des ersten Bandes (9. Auflage 2012) ist den Kapitel-, Aufgaben-, Beispiel- und Gleichungsnummern eine römische Eins vorangestellt, z. B. Abschn. I-3.2, Gl. (I-4.98).

Bei den Beispielen wird mit Zahlengleichungen gearbeitet, in die die physikalischen Größen in einer zuvor festgelegten Maßeinheit einzusetzen sind. Bei den Ergebnissen werden die Maßeinheiten wieder an die Größen geschrieben. Dabei wird zur Vereinfachung der Darstellung in den Gleichungen nicht zwischen den physikalischen Größen und ihren auf eine vorgegebene Maßeinheit bezogenen Größen unterschieden (vgl. Abschn. I-4.4.4).

**Übungsaufgaben.** Die angegebenen Übungsaufgaben sind ihrem Schwierigkeitsgrad entsprechend folgendermaßen gegliedert:

- Aufgaben ohne Markierung dienen der Wiederholung und Festigung des unmittelbar zuvor vermittelten Stoffs. Sie können in direkter Analogie zu den behandelten Beispielen gelöst werden.
- Aufgaben, die mit einem Stern markiert sind, befassen sich mit der Anwendung des Lehrstoffes auf ein praxisnahes Beispiel. Für ihre Lösung werden vielfach außer dem unmittelbar zuvor erläuterten Stoff auch Ergebnisse und Methoden vorhergehender Kapitel genutzt. Die Leser sollen bei der Bearbeitung dieser Aufgaben zunächst den prinzipiellen Lösungsweg festlegen und erst danach die Lösungsschritte nacheinander ausführen. Die Lösungen dieser Aufgaben sind im Anhang 1 angegeben.
- Aufgaben, die mit zwei Sternen markiert sind, sollen zum weiteren Durchdenken des Stoffs bzw. zu Erweiterungen der angegebenen Methoden anregen.

Aufgaben, die umfangreiche numerische Rechnungen enthalten und deshalb zweckmäßigerweise unter Verwendung von MATLAB gelöst werden sollten, sind durch das Symbol  gekennzeichnet.

**MATLAB.**<sup>1</sup> Eine kurze Einführung in das Programmpaket MATLAB<sup>®</sup> findet man im Anhang I-2 des ersten Bandes. Die wichtigsten Funktionen der *Control System Toolbox* für die in diesem Band behandelten Methoden werden am Ende der entsprechenden Kapitel erläutert und sind im Anhang 3 zusammengestellt. Dabei wird nur auf die unbedingt notwendigen Befehle und deren einfachste Form eingegangen, denn im Vordergrund stehen die Demonstration des prinzipiellen Funktionsumfangs heutiger rechnergestützter Analyse- und Entwurfssysteme und die Nutzung dieser Werkzeuge für die Lösung von Regelungsaufgaben. Von diesen Erläuterungen ausgehend können die Leser mit Hilfe des MATLAB-Handbuchs den wesentlich größeren Funktionsumfang des Programmsystems leicht erschließen. Programmzeilen sind im Text in Schreibmaschinenschrift angegeben.

Die Behandlung von MATLAB zur Demonstration der rechnergestützten Arbeitsweise des Ingenieurs bringt die Schwierigkeit mit sich, dass das Buch mit jeder neuen MATLAB-Version veraltet, weil wichtige Befehle von Version zu Version

<sup>1</sup> MATLAB ist eingetragenes Warenzeichen der Fa. The MathWorks, Inc.

umgestellt werden. Es sei deshalb darauf hingewiesen, dass derartige Umstellungen zwar die fehlerfreie Nutzung des Programmsystems erschweren, nicht jedoch die methodischen Grundlagen der Regelungstechnik verändern, die im Mittelpunkt dieses Buches stehen.

Die MATLAB-Programme, mit denen die in diesem Buch gezeigten Abbildungen hergestellt wurden und die deshalb als Muster für die Lösung ähnlicher Analyse- und Entwurfsprobleme dienen können, stehen über die Homepage des Lehrstuhls für Automatisierungstechnik und Prozessinformatik der Ruhr-Universität Bochum

[www.atp.rub.de/buch/rt2](http://www.atp.rub.de/buch/rt2)

jedem Interessenten zur Verfügung.