

DIE GRUNDLEHREN DER  
MATHEMATISCHEN  
WISSENSCHAFTEN

IN EINZELDARSTELLUNGEN MIT BESONDERER  
BERÜCKSICHTIGUNG DER ANWENDUNGSGEBIETE

HERAUSGEGEBEN VON

R. GRAMMEL · E. HOPF · H. HOPF · F. RELICH  
F. K. SCHMIDT · B. L. VAN DER WAERDEN

BAND LXII

ANFANGSWERTPROBLEME BEI  
PARTIELLEN DIFFERENTIALGLEICHUNGEN

VON

ROBERT SAUER



SPRINGER-VERLAG  
BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG

1952

ANFANGSWERTPROBLEME  
BEI PARTIELLEN  
DIFFERENTIALGLEICHUNGEN

VON

DR. ROBERT SAUER

o. PROFESSOR FÜR MATHEMATIK UND ANALYTISCHE MECHANIK  
AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE MÜNCHEN

MIT 63 ABBILDUNGEN



SPRINGER-VERLAG  
BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG

1952

ALLE RECHTE,  
INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG IN FREMDE SPRACHEN, VORBEHALTEN.

ISBN 978-3-642-52800-2      ISBN 978-3-642-52799-9 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-642-52799-9

COPYRIGHT 1952 BY SPRINGER-VERLAG OHG., BERLIN/GÖTTINGEN/HEIDELBERG

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1952

## Vorwort.

Das vorliegende Buch behandelt Anfangswertprobleme, die bei partiellen Differentialgleichungen und Differentialgleichungssystemen vom hyperbolischen Typus auftreten. Nach dem einführenden Kapitel I, in dem an einfachen Beispielen Anfangswert- und Randwertprobleme gegenübergestellt werden, und dem vorbereitenden Kapitel II, das eine kurze Darstellung der Charakteristikentheorie der Differentialgleichung erster Ordnung enthält, sind die beiden Hauptkapitel III und IV den Systemen quasilinearer Differentialgleichungen erster Ordnung und der Differentialgleichung zweiter Ordnung gewidmet. In Kapitel III werden diese Probleme bei zwei unabhängigen Veränderlichen, in Kapitel IV bei mehr als zwei unabhängigen Veränderlichen behandelt.

Hyperbolische Anfangswertprobleme treten in allen Gebieten der Physik und Technik auf, die es mit Wellenausbreitungs- und Ausstrahlungsvorgängen zu tun haben. Ein besonders umfassendes Anwendungsgebiet der Systeme quasilinearer Differentialgleichungen ist die Strömungslehre kompressibler Medien, die man kurz als Gasdynamik zu bezeichnen pflegt. Ein wesentliches Ziel dieses Buches soll es sein, dem Physiker und Ingenieur das erforderliche mathematische Rüstzeug in einer ihm angemessenen Weise zu vermitteln. Im Sinne dieser Zielsetzung wird durchwegs versucht, die grundlegenden Begriffe der Theorie geometrisch und physikalisch zu veranschaulichen und an analogen Fragen bei Differenzgleichungen zu verdeutlichen. Aus demselben Grunde ist den Anwendungen, insbesondere aus dem Gebiet der Gasdynamik, sowie der Darlegung numerischer und graphischer Näherungsmethoden (Differenzenverfahren, Gitterkonstruktionen) ein breiterer Raum zugewiesen, als dies in mathematischen Büchern sonst üblich ist. Bezüglich der numerischen Methoden sei auch auf das als Bd. LX dieser Sammlung erschienene Buch von L. COLLATZ: Numerische Behandlung von Differentialgleichungen, und zwar insbesondere auf Kap. III dieses Buches, verwiesen.

Das Buch kann keinerlei Anspruch auf Vollständigkeit erheben. So wurde beispielsweise auf die Behandlung der Operatorenmethoden (FOURIER- und LAPLACE-Transformationen, BERGMANSche Integraloperatoren) verzichtet und die HADAMARDSche Integrationstheorie nur

in ihren Grundzügen dargestellt. Der dem Buch gesteckte Rahmen gestattete es leider nicht, die HADAMARDSche Theorie im Zusammenhang mit der Distributionstheorie von L. SCHWARTZ zu entwickeln und dadurch die HADAMARDSchen Begriffsbildungen zu erweitern und zu vertiefen. Andererseits lag es in der Natur der Sache, daß sich Überschneidungen mit dem als Band XLVIII dieser Sammlung erschienenen Werk von R. COURANT und D. HILBERT: Methoden der mathematischen Physik II, nicht vermeiden ließen. Verschiedene Gebiete, die der Verfasser sonst gerne berücksichtigt hätte (z. B. Anwendungen aus der Optik und Elektrodynamik), wurden, um weitere Überschneidungen zu vermeiden, beiseite gelassen.

Herrn Privatdozent Dr. W. MEYER-KÖNIG möchte ich auch an dieser Stelle für zahlreiche wertvolle Hinweise und Verbesserungsvorschläge herzlich danken. Desgleichen danke ich Herrn Kollegen Prof. Dr. J. HEINHOLD sowie meinen Mitarbeitern Herrn Dr. H. JORDAN, Herrn R. AUFSCHLÄGER und Herrn K. R. DORFNER für ihre freundliche Hilfe bei den Korrekturen und der Vorbereitung des Manuskripts. Ebenso ist es mir ein Bedürfnis, dem Springer-Verlag, der meine Arbeit auch diesmal wieder in jeder Weise erleichtert hat und das Buch nunmehr in der bekannten vorzüglichen Ausstattung herausbringt, meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

München, Ostern 1952.

**R. Sauer.**

# Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Literatur . . . . .	XIV
Einleitung . . . . .	1

## Erstes Kapitel

### Gegenüberstellung von Anfangswert- und Randwertproblemen.

§ 1. DIRICHLETSCHES Randwertproblem der Potentialgleichung. . . . .	2
1. Aufgabenstellung . . . . .	2
2. Differenzierbarkeitseigenschaften der Lösung . . . . .	3
3. Konstruktion der Lösung mittels der GREENSchen Funktion . . . . .	4
4. Festlegung der Lösung durch die Randwerte . . . . .	56
§ 2. Anfangswertproblem der Wellengleichung. . . . .	
1. Aufgabenstellung . . . . .	6
2. Bestimmtheits-, Abhängigkeits- und Einflußbereiche; Charakteristiken . . . . .	7
3. Differenzierbarkeitseigenschaften der Lösung; Ausbreitung von Unstetigkeiten . . . . .	8
4. Charakteristisches Anfangswertproblem . . . . .	8
5. Beispiel: Akustische Wellen in zylindrischem Rohr . . . . .	9
§ 3. Hyperbolische, elliptische und parabolische Differentialgleichungen . . . . .	10
1. Typeneinteilung der linearen Differentialausdrücke zweiter Ordnung. . . . .	10
2. Normalformen der Differentialausdrücke $L[f]$ . . . . .	11
§ 4. Analytische Lösungen analytischer Differentialgleichungen . . . . .	12
1. Existenzsatz von CAUCHY-KOWALEWSKI . . . . .	12
2. Zurückführung des Existenzsatzes auf einen Konvergenzsatz . . . . .	13
3. Bildungsgesetz der Koeffizienten $c_{ik}$ . . . . .	14
4. Konvergenzbeweis . . . . .	15
§ 5. Anfangs- und Randwertaufgaben bei Differenzgleichungen. . . . .	16
1. Formulierung analoger Anfangs- und Randwertaufgaben bei Differenzgleichungen . . . . .	16
2. Lösung der Randwertaufgabe . . . . .	18
3. Lösung der Anfangswertaufgabe . . . . .	19
4. Grenzübergang von Differenzen- zu Differentialgleichungen . . . . .	20
5. Anfangswertaufgabe bei allgemeineren Differenzgleichungen . . . . .	21
6. Konvergenzbeweis. . . . .	23

	Seite
§ 6. Hyperbolische Differentialgleichungen in der Gasdynamik und Akustik . . . . .	26
1. Grundgleichungen der Strömung kompressibler Medien . . . . .	26
2. Spezialisierung für stationäre Strömungen . . . . .	27
3. Spezialisierung für eindimensionale, zylindrische und kugelsymmetrische nichtstationäre Strömungen . . . . .	28
4. Linearisierung der Differentialgleichungen . . . . .	29

### Zweites Kapitel

#### Differentialgleichungen erster Ordnung.

§ 7. Quasilineare Differentialgleichung bei zwei unabhängigen Veränderlichen . . . . .	31
1. MONGESches Richtungsfeld und Charakteristiken . . . . .	31
2. Äquivalenzsatz . . . . .	32
3. Anfangswertproblem . . . . .	33
4. Bestimmtheitsbereich, Abhängigkeitsbereich, Einflußbereich . . . . .	34
5. Erläuterungen der Alternative an Differenzgleichungen . . . . .	34
6. Spezialfall: Lineare Gleichung . . . . .	35
§ 8. Allgemeine Differentialgleichung bei zwei unabhängigen Veränderlichen . . . . .	36
1. MONGESches Richtungsfeld . . . . .	36
2. Charakteristiken und charakteristische Streifen . . . . .	37
3. Äquivalenzsatz . . . . .	39
4. Anfangswertproblem . . . . .	40
5. Bestimmtheitsbereich, Abhängigkeitsbereich, Einflußbereich . . . . .	43
§ 9. Vollständige und singuläre Integrale . . . . .	44
1. Vollständige Integrale . . . . .	44
2. Singuläre Integrale . . . . .	45
3. Beispiele . . . . .	46
§ 10. Berührungstransformationen . . . . .	47
1. Elementvereine . . . . .	47
2. Definition der Berührungstransformationen . . . . .	48
3. LEGENDRE-Transformation . . . . .	49
4. Berührungstransformation von Differentialgleichungen . . . . .	49
§ 11. Quasilineare Differentialgleichung bei mehr als zwei unabhängigen Veränderlichen . . . . .	50
1. Charakteristiken und Äquivalenzsatz . . . . .	50
2. Mehrdimensionale charakteristische Mannigfaltigkeiten . . . . .	51
3. Anfangswertproblem . . . . .	52
§ 12. Allgemeine Differentialgleichung bei mehr als zwei unabhängigen Veränderlichen . . . . .	53
1. Charakteristische Streifen und Äquivalenzsatz . . . . .	53
2. Mehrdimensionale charakteristische Mannigfaltigkeiten . . . . .	54
3. Anfangswertproblem . . . . .	54
4. Quadratische Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	55
5. Einführung einer RIEMANNschen Metrik im $R_n$ . . . . .	56

§ 13. Vollständige Integrale; HAMILTON-JACOBISCHE Differentialgleichung . . . . .	59
1. Vollständige Integrale . . . . .	59
2. Anwendung auf die HAMILTON-JACOBISCHE Differentialgleichung der Mechanik . . . . .	60

Drittes Kapitel

**Systeme quasilinearer Differentialgleichungen erster Ordnung  
und die allgemeine Differentialgleichung zweiter Ordnung  
bei zwei unabhängigen Veränderlichen.**

§ 14. Charakteristiken eines Systems quasilinearer Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	62
1. Zweigliedrige Systeme . . . . .	62
2. Deutung der Differentialgleichungen (14.1) längs einer vorgegebenen Kurve $k$ . . . . .	63
3. Erläuterung an Differenzgleichungen . . . . .	65
4. Charakteristiken eines hyperbolischen Systems. . . . .	65
5. $n$ -gliedrige Systeme . . . . .	66
§ 15. Anfangswertproblem zweigliedriger Systeme (14.1) . . . . .	67
1. Anfangswertproblem der zweigliedrigen Systeme (14.1) . . . . .	67
2. Zurückführung auf ein charakteristisches System . . . . .	67
3. Äquivalenzsatz . . . . .	70
4. Bestimmtheits-, Abhängigkeits- und Einflußbereiche . . . . .	71
§ 16. Integration zweigliedriger Systeme (14.1) mittels Differenzenverfahren . . . . .	72
1. Präzisierung der Aufgabe . . . . .	72
2. Existenzbeweis . . . . .	73
3. Schranken der Gitterfunktionen und ihrer Differenzenquotienten . . . . .	75
4. Eindeutigkeitsbeweis . . . . .	77
5. Bestimmtheits-, Abhängigkeits- und Einflußbereiche . . . . .	79
§ 17. Integration zweigliedriger Systeme (14.1) durch Iteration . . . . .	79
1. Zurückführung des charakteristischen Systems auf ein System von Differentialgleichungen zweiter Ordnung . . . . .	79
2. Iterationsverfahren für eine Differentialgleichung zweiter Ordnung. . . . .	80
3. Iterationsverfahren für das $n$ -gliedrige System zweiter Ordnung (17.1). . . . .	82
§ 18. MASSAUSCHE Gitterkonstruktion . . . . .	83
1. Beschreibung der Gitterkonstruktion . . . . .	83
2. Verfeinerung der Gitterkonstruktion . . . . .	84
3. Spezialfälle (vgl. § 14, Ziff. 1) . . . . .	85
§ 19. Quasilineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung . . . . .	86
1. Reduktion auf ein quasilineares System erster Ordnung . . . . .	86
2. Anfangswertproblem . . . . .	87
3. Homogene Differentialgleichung . . . . .	88
4. LEGENDRE-Transformation . . . . .	88
5. Anwendung der MASSAUSCHEN Gitterkonstruktion . . . . .	89



	Seite
§ 20. Lineare homogene Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit geradlinigen Charakteristiken . . . . .	90
1. Aufgabenstellung . . . . .	90
2. Geradliniges Charakteristikennetz in der $x, y$ -Ebene . . . . .	91
3. Geradliniges Charakteristikennetz in der $u, v$ -Ebene . . . . .	92
4. Übertragung auf elliptische Differentialgleichungen . . . . .	92
5. Normalform der Differentialgleichung (20.1) mit geradlinigem Charakteristikennetz in der $x, y$ -Ebene . . . . .	93
6. Transformationssatz für lineare homogene Differentialgleichungen (20.1) . . . . .	94
§ 21. Anwendungen auf die Flächentheorie . . . . .	95
1. Infinitesimale Flächenverbiegung . . . . .	95
2. Bestimmtheits- und Einflußbereiche bei der Flächenverbiegung . . . . .	97
3. Infinitesimale Verbiegung zueinander projektiver Flächen . . . . .	97
4. Infinitesimale Verbiegungen der Flächen zweiter Ordnung und der Flächen, bei denen der Grundriß der Asymptotenlinien ein Rückungnetz bildet . . . . .	98
5. Minimalflächen . . . . .	98
§ 22. Anwendungen auf die stationäre Gasströmung . . . . .	99
1. Zweidimensionale Überschallströmung . . . . .	99
2. Spezielle Adiabatangleichungen . . . . .	100
3. Drehsymmetrische dreidimensionale Überschallströmung . . . . .	100
4. Nichtisentropische Überschallströmung . . . . .	101
§ 23. Anwendungen auf die nichtstationäre Gasströmung . . . . .	102
1. Eindimensionale Strömung . . . . .	102
2. Spezielle Adiabatangleichungen . . . . .	103
3. Dreidimensionale zylindersymmetrische und kugelsymmetrische Strömungen . . . . .	103
4. Nichtisentropische Strömung . . . . .	104
5. Druckwellen in zylindrischem Rohr . . . . .	105
6. Vergleich mit der Akustik . . . . .	106
§ 24. Anwendungen auf die Oberflächenwellen und auf plastische Spannungsfelder . . . . .	107
1. Theorie der Oberflächenwellen in seichtem Wasser . . . . .	107
2. Anwendung der Charakteristikentheorie . . . . .	108
3. Theorie der ebenen plastischen Spannungsfelder . . . . .	108
4. Anwendung der Charakteristikentheorie . . . . .	109
§ 25. Allgemeine Differentialgleichung zweiter Ordnung . . . . .	110
1. Zurückführung auf ein charakteristisches System . . . . .	110
2. Pseudolineare Differentialgleichung zweiter Ordnung . . . . .	112
3. MONGE-AMPÈRESche Differentialgleichung . . . . .	114
§ 26. Anfangswertproblem und Integration $n$ -gliedriger Systeme quasilinearer Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	116
1. Zurückführung allgemeiner Differentialgleichungen auf Systeme quasilinearer Differentialgleichungen . . . . .	116
2. Charakteristische Form halblinearer Gleichungssysteme (26.1) . . . . .	118
3. Charakteristische Form allgemeiner quasilinearer Gleichungssysteme (26.1) . . . . .	120

4. Lösung des Anfangswertproblems der charakteristischen Systeme . . . . .	122
5. MASSAUSche Gitterkonstruktion . . . . .	124
6. Anwendung auf nichtisentropische Gasströmungen . . . . .	126
7. Probleme mit gemischten Anfangs- und Randbedingungen . . . . .	127
§ 27. Unstetigkeiten bei Lösungen hyperbolischer Differentialgleichungen . . . . .	127
1. Unstetigkeiten längs Charakteristiken . . . . .	127
2. Anwendung auf die nichtstationäre Gasströmung . . . . .	129
3. Unstetigkeiten erster und nullter Ordnung . . . . .	131
§ 28. RIEMANNSches Integrationsverfahren . . . . .	132
1. Aufgabenstellung . . . . .	132
2. GREENSche Formel . . . . .	133
3. Randwertproblem der elliptischen Differentialgleichung (28.1) und GREENSche Funktion . . . . .	134
4. Anfangswertproblem der hyperbolischen Differentialgleichung (28.1) und RIEMANNSche Funktion . . . . .	136
5. Charakteristisches Anfangswertproblem und Symmetrieeigenschaft der RIEMANNSchen Funktion . . . . .	138
6. Gegenüberstellung der GREENSchen Funktion und der RIEMANNSchen Funktion . . . . .	140
7. Anwendung des RIEMANNSchen Integrationsverfahren auf die Wellengleichung und die Telegraphengleichung . . . . .	141
§ 29. Anwendung auf die eindimensionale nichtstationäre und die zweidimensionale stationäre Gasströmung . . . . .	142
1. Normalform der Potentialgleichung . . . . .	142
2. Zurückführung der RIEMANNSchen Funktion auf hypergeometrische Funktionen . . . . .	143
3. Zurückführung der RIEMANNSchen Funktion auf eine BESSEL-Funktion. . . . .	146

Viertes Kapitel

**Systeme quasilinearer Differentialgleichungen erster Ordnung und die quasilinearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung bei mehr als zwei unabhängigen Veränderlichen.**

§ 30. Charakteristikentheorie eines Systems quasilinearer Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	147
1. Deutung der Differentialgleichung auf einer vorgegebenen Fläche $\kappa$ . . . . .	147
2. Charakteristische Flächen . . . . .	149
3. Charakteristische Kegel und charakteristische Konoide; Unstetigkeiten . . . . .	150
4. Verallgemeinerung auf $p$ -gliedrige Systeme und auf $n$ -unabhängige Veränderliche . . . . .	152
5. Anfangswertproblem und MASSAUSche Gitterkonstruktion . . . . .	153
§ 31. Charakteristikentheorie quasilinearer Differentialgleichungen zweiter Ordnung . . . . .	154
1. Reduktion auf ein quasilineares System erster Ordnung . . . . .	154
2. Charakteristische Flächen als Unstetigkeitsflächen; Wellenfronten . . . . .	155
3. HUYGHENSSche Konstruktion der Frontlinien . . . . .	156

	Seite
§ 32. Anwendung auf stationäre und nichtstationäre Gasströmungen . . . . .	157
1. Dreidimensionale stationäre Überschallströmung . . . . .	157
2. Zweidimensionale nichtstationäre Strömung . . . . .	158
3. Schallausbreitung in einer stationären Gasströmung . . . . .	159
§ 33. Allgemeine Eigenschaften linearer Differentialgleichungen . . . . .	160
1. Superposition von Lösungen . . . . .	160
2. Methode der Variation der Konstanten . . . . .	162
3. Typeneinteilung . . . . .	164
4. Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . .	165
§ 34. Wellengleichung im $R_1$ und $R_3$ ; Prinzip von HUYGHENS . . . . .	167
1. Wellengleichung im $R_1$ . . . . .	167
2. Homogene Wellengleichung im $R_3$ . . . . .	168
3. Verifikation der Lösung . . . . .	170
4. Beweis des Hilfssatzes (34.15) . . . . .	172
5. Nichthomogene Wellengleichung in $R_3$ . . . . .	173
6. Bestimmtheits-, Abhängigkeits- und Einflußbereiche; HUYGHENSSches Prinzip . . . . .	174
7. Ausstrahlungslösungen . . . . .	175
§ 35. Wellengleichung im $R_2$ ; Absteigmethode von HADAMARD . . . . .	176
1. Homogene und nichthomogene Wellengleichung im $R_2$ . . . . .	176
2. Ausstrahlungslösungen . . . . .	177
3. Bestimmtheits-, Abhängigkeits- und Einflußbereiche; Nichtgültigkeit des HUYGHENSSchen Prinzips . . . . .	179
4. Gegenüberstellung der Ausstrahlungslösungen im $R_1$ , $R_2$ und $R_3$ . . . . .	180
§ 36. Anwendung auf die linearisierte stationäre Überschallströmung um Drehkörper (linienhafte Quellenverteilung) . . . . .	181
1. Achsensymmetrische Strömung um Drehkörper . . . . .	181
2. Nichtgültigkeit des HUYGHENSSchen Prinzips . . . . .	182
3. Schiefe Strömung um Drehkörper . . . . .	183
§ 37. Wellengleichung im $R_m$ ; DARBOUXSche Gleichung . . . . .	184
1. Anfangswertproblem und Ausstrahlungslösungen . . . . .	184
2. Umformungen und HUYGHENSSches Prinzip . . . . .	185
3. DARBOUXSche Gleichung der Mittelwerte . . . . .	186
4. Elementare Lösungen der DARBOUXSchen Gleichung . . . . .	187
§ 38. Reduktion dreidimensionaler Probleme auf zwei- und eindimensionale durch Symmetrieannahmen . . . . .	189
1. Symmetrieannahmen und Trennung der Veränderlichen . . . . .	189
2. Nachbarlösungen drehsymmetrischer Überschallströmungen . . . . .	189
3. Dreh- und kegelsymmetrische Überschallströmungen und Nachbarlösungen . . . . .	191
4. Kegelsymmetrische linearisierte Überschallströmung . . . . .	192

	Seite
§ 39. HADAMARDSche Integrationstheorie . . . . .	194
1. Grundgedanke . . . . .	194
2. GREENSche Formel im $R_n$ . . . . .	196
3. Grundlösung . . . . .	197
4. Darstellungsformel der Lösung des Anfangswertproblems . . . . .	200
§ 40. Erläuterung des HADAMARDSchen Grenzprozesses . . . . .	203
1. Endlicher Bestandteil divergenter Integrale . . . . .	203
2. Rechenregeln für endliche Bestandteile . . . . .	204
3. Beispiele . . . . .	205
4. Erweiterung der Betrachtungen auf mehrfache Integrale . . . . .	206
5. Grenzprozeß $\varepsilon \rightarrow 0$ für das Flächenintegral $Q_{M_{\varepsilon\delta}}$ über den Mantel des charakteristischen Konoids . . . . .	208
6. Grenzprozeß $\delta \rightarrow 0$ . . . . .	209
7. Symmetrieeigenschaft der Grundlösung $G(x, \xi)$ . . . . .	212
8. Verifikation der Darstellungsformel (39.22) . . . . .	213
§ 41. Anwendung auf die Wellengleichung im $R_2$ . . . . .	214
1. Grundlösung . . . . .	214
2. Grenzprozeß $\varepsilon \rightarrow 0$ für das Integral $Q_{M_{\varepsilon\delta}}$ über den Mantel des charakteristischen Konoids . . . . .	216
3. Grenzprozeß $\delta \rightarrow 0$ . . . . .	218
4. Darstellungsformel . . . . .	219
§ 42. Anwendung auf die dreidimensionale linearisierte sta- tionäre Überschallströmung (flächenhafte Quellenver- teilung) . . . . .	220
1. Differentialgleichungen und Randbedingungen . . . . .	220
2. Deutung der Grundlösungen als Quellen und Dipole . . . . .	221
3. Darstellung der Lösung für Unterschallströmungen . . . . .	222
4. Darstellung der Lösung für Überschallströmungen . . . . .	224
<b>Namen- und Sachverzeichnis . . . . .</b>	<b>227</b>