
Springer-Lehrbuch

Brigitte Werners

Grundlagen des Operations Research

Mit Aufgaben und Lösungen

3., überarbeitete Auflage

 Springer Gabler

Brigitte Werners
Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre, insbes.
Unternehmensforschung und Rechnungswesen
Ruhr-Universität Bochum

ISSN 0937-7433

ISBN 978-3-642-40101-5

ISBN 978-3-642-40102-2 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-642-40102-2

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Gabler

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006, 2008, 2013

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Lektorat: Michael Bursik

Assistenz: Janina Sobolewski

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Gabler ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

www.springer-gabler.de

Vorwort

Ziel dieses Buches ist die Vermittlung grundlegender Kenntnisse des Operations Research, also der Entwicklung und des Einsatzes quantitativer Modelle und Methoden zur Entscheidungsunterstützung. Hiermit lassen sich komplexe reale Probleme strukturiert analysieren, erfassen und modellieren. Darauf aufbauend werden quantitative Ergebnisse ermittelt und eine möglichst optimale Lösung bestimmt. Charakteristisch für Operations Research ist die Interdisziplinarität der Anwendungsbereiche und der eingesetzten Methoden und Theorien, vor allem der Wirtschaftswissenschaft, der Mathematik und der Informatik. Gefördert durch die rasante Entwicklung der Informations- und Kommunikationstechnologien und aufgrund des zunehmenden Bedarfs an Verbesserung und Optimierung in vielfältigen Einsatzbereichen findet Operations Research wachsende Verbreitung und viele Fachdisziplinen integrieren seine Methoden.

Das vorliegende Lehrbuch ist begleitend zu einer einführenden Veranstaltung oder auch zum selbstständigen Studium besonders für Studierende der Wirtschaftswissenschaft geeignet. Es wird als ergänzende Lektüre zu Vorlesungen für Studierende der wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Ruhr-Universität Bochum eingesetzt. Auch Studierenden der Ingenieurwissenschaften, der Informatik und der Mathematik wird es empfohlen, wenn diese sich besonders für die Lösung wirtschaftlicher Problemstellungen interessieren. Zahlreiche Anwendungsbeispiele und Übungen veranschaulichen die vorgestellten Modelle und Methoden. So finden sich in einem separaten Kapitel vielfältige Gestaltungs- und Einsatzmöglichkeiten von Optimierungsmodellen in den Bereichen Produktion und Logistik, Investition und Finanzierung, Marketing, Personalplanung, Innovationsmanagement und Krankenhausplanung. Graphen werden mit Beispielen aus der Logistik und des Projektmanagements motiviert. Anhand der Anwendungen Anlagenbelegung, Warteschlangen und Risikoanalyse lässt sich die Entscheidungsunterstützung mittels Simulation nachvollziehen.

Die grundlegenden Methoden der Optimierung, Graphentheorie und Simulation werden jeweils nach ausführlichen, einleitenden Beispielen formal mathematisch dargestellt, um die Allgemeinheit der Aussagen zu gewährleisten und die Abstraktionsfähigkeit zu fördern. Über die üblichen schulischen Kenntnisse hinaus werden keine mathematischen Anforderungen gestellt, auf Beweise wird durchgängig verzichtet. Die hier angesprochenen Modelle und Methoden dienen einerseits der Analyse von Problemen, andererseits der Optimierung. Die für die Lösung der

vorgestellten Modelle erforderlichen, grundlegenden algorithmischen Kenntnisse werden ebenfalls vermittelt und auf OR-Software wird hingewiesen.

Leser sollen in die Lage versetzt werden, komplexe Problemstellungen der Realität systematisch zu analysieren, selbstständig zu modellieren und zu lösen. Voraussetzung dazu ist eine angemessene Durchdringung des Problems, eine Erfassung der Ziele und relevanten Zusammenhänge, die Ermittlung der Konsequenzen von Entscheidungen über Handlungsalternativen und auf dieser Basis die Auswahl der besten verfügbaren Alternativen. Darüber hinaus soll auch gezeigt werden, dass die Information über Ziele, Strukturen und Konsequenzen hilft, neue Alternativen zu generieren, um eine weitere Verbesserung zu erreichen. Dazu ist Übung und Training anhand vielfältiger Beispiele erforderlich. Dies wird durch die zahlreichen Übungsaufgaben gefördert. Deren detaillierte Lösungen im abschließenden Kapitel des Buches verhelfen zu vertieften Einblicken in Problemstrukturen, algorithmische Vorgehensweisen und Modellierungsmöglichkeiten. Insgesamt fördert die Auseinandersetzung mit den angebotenen Beispielen den strukturierten Umgang mit Problemen und das analytische Denkvermögen, welches durch die vielfältigen Abstraktionsgelegenheiten konsequent trainiert wird. So wird über die Methodenkompetenz hinaus eine besondere Problemlösungskompetenz erreicht.

Dass dieses Konzept von den Leserinnen und Lesern geschätzt wird, zeigt die hohe Nachfrage, welche die vorliegende dritte Auflage erforderte. Der Inhalt wurde mit geringfügigen Überarbeitungen übernommen, die Literatur aktualisiert und Anwendungen ergänzt.

Allen, die an der Entwicklung dieses Buches Anteil hatten, danke ich sehr herzlich. Besonders zu erwähnen sind meine derzeitigen und früheren wissenschaftlichen Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter, die mit vielfältigen Beiträgen unterstützten: Dipl.-Ök. Kathrin Armorst, Dr. Niels Becker, Dipl.-Hdl. Dirk Degel, Dipl.-Math. Mathias Einck, Dr. Stephanie Freiwald, Dr. Jens Kanacher, Dr. Urs Pietschmann, Dipl.-Ök. Sebastian Rachuba und Dr. Jens Wiggershaus. Besonders danke ich ebenfalls meiner stets engagiert und umsichtig unterstützenden Sekretärin Frau Inge Spieker. Zu großem Dank verpflichtet bin ich darüber hinaus den teilweise ehemaligen studentischen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern Felix Frühauf, Hendrik Hemke, Sonja Kassenböhrer, Ann-Kristin Klas, Jennifer Neuhaus, Stefanie Reinhart, Sarah Schülke, Christine Stockey, Malte Rau, Thomas Wülfing und Rebecca Zimmermann, die mit größtem Engagement die Umsetzung und Verbesserung des Manuskripts realisiert haben.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Symbolverzeichnis	XI
1 Quantitative Entscheidungsunterstützung	1
1.1 Operations Research: Strukturierte Problemlösung	1
1.1.1 Modelle, Methoden, Algorithmen	1
1.1.2 Inhalt des Buches	12
1.2 Entscheidungsunterstützung	15
1.2.1 Entscheidungstheoretische Grundlagen	15
1.2.2 Aufgaben	30
2 Grundlagen linearer Optimierung	33
2.1 Beispiel kurzfristige Produktionsprogrammplanung	33
2.2 Simplexalgorithmus zur Lösung des Grundmodells	44
2.2.1 Grundmodell der linearen Optimierung	44
2.2.2 Lösung des Grundmodells mittels Simplexalgorithmus	54
2.2.3 Lösungsbesonderheiten	60
2.2.4 Aufgaben	75
3 Modellerweiterungen, Dualität und Sensitivitätsanalyse	77
3.1 Lösung allgemeiner linearer Optimierungsmodelle	77
3.1.1 Ermittlung einer zulässigen Ausgangslösung	77
3.1.2 Modellmodifikationen und Variablentransformation	89
3.1.3 Aufgaben	97
3.2 Interpretation, Dualität und Sensitivität	98
3.2.1 Modellierung und Interpretation	98
3.2.2 Dualität	102
3.2.3 Sensitivitätsanalyse	109
3.2.4 Aufgaben	117

4	Anwendungen linearer Optimierung	123
4.1	Rechnereinsatz	123
4.2	Produktion und Logistik	127
4.2.1	Produktionsprogrammplanung	127
4.2.2	Supply Chain Planning	130
4.2.3	Standortplanung und Versorgungssicherheit	133
4.2.4	Aufgaben	138
4.3	Investition und Finanzierung	142
4.3.1	Dynamische Investitionsrechnung	142
4.3.2	Simultane Investitions- und Finanzierungsplanung	148
4.3.3	Aufgaben	155
4.4	Weitere wirtschaftswissenschaftliche Anwendungen	159
4.4.1	Revenue Management	159
4.4.2	Sonstige Einsatzbereiche	162
4.4.3	Aufgaben	172
5	Graphentheorie	175
5.1	Strukturmodellierung mittels Graphen	175
5.1.1	Einführendes Beispiel Autobahnnetz NRW	175
5.1.2	Gerichtete und ungerichtete Graphen	177
5.1.3	Repräsentationsformen von Graphen	188
5.1.4	Aufgaben	194
5.2	Bewertete Graphen und kürzeste Wege	196
5.2.1	Bewertung und Entfernung	196
5.2.2	Kürzeste-Wege-Algorithmus von Dijkstra	199
5.2.3	Aufgaben	208
6	Projektplanung	211
6.1	Modellierung der Projektstruktur	211
6.1.1	Grundlagen der Projektplanung	211
6.1.2	Strukturanalyse	213
6.1.3	Aufgaben	220
6.2	Zeitliche Planung des Projektablaufs	224
6.2.1	Zeitanalyse für Vorgangspfeilnetzpläne	224
6.2.2	Zeitanalyse für Vorgangsknotennetzpläne	229
6.2.3	Pufferzeiten und Flexibilitätsreserve	232
6.2.4	Aufgaben	243
6.3	Kapazitäts- und Kostenplanung	246
6.3.1	Kapazitätsbedarf im Zeitablauf	246
6.3.2	Projektkostenoptimierung	248
6.3.3	Aufgaben	254

7 Simulation und Warteschlangensysteme	257
7.1 Deterministische Simulation.....	257
7.1.1 Systeme und Modellexperimente.....	257
7.1.2 Anwendungsbeispiel Simulation zur Produktionsplanung	268
7.1.3 Aufgaben	271
7.2 Stochastische Simulation	275
7.2.1 Modellierung stochastischer Einflüsse.....	275
7.2.2 Zufallszahlen und Verteilungen.....	281
7.2.3 Warteschlangensysteme und Risikoanalyse.....	295
7.2.4 Aufgaben	302
8 Lösungen.....	307
8.1 Quantitative Entscheidungsunterstützung.....	307
8.2 Grundlagen linearer Optimierung	310
8.3 Modellerweiterungen, Dualität und Sensitivitätsanalyse	321
8.3.1 Lösung allgemeiner linearer Optimierungsmodelle.....	321
8.3.2 Interpretation, Dualität und Sensitivität	329
8.4 Anwendungen linearer Optimierung.....	337
8.4.1 Produktion und Logistik	337
8.4.2 Investition und Finanzierung	344
8.4.3 Weitere wirtschaftswissenschaftliche Anwendungen	348
8.5 Graphentheorie	351
8.5.1 Strukturmodellierung mittels Graphen	351
8.5.2 Bewertete Graphen und kürzeste Wege	355
8.6 Projektplanung	359
8.6.1 Modellierung der Projektstruktur.....	359
8.6.2 Zeitliche Planung des Projektablaufs.....	368
8.6.3 Kapazitäts- und Kostenplanung	373
8.7 Simulation.....	378
8.7.1 Deterministische Simulation.....	378
8.7.2 Stochastische Simulation	387
Abbildungsverzeichnis	395
Tabellenverzeichnis	399
Literaturverzeichnis	401
Sachverzeichnis.....	411

Symbolverzeichnis

$\leq, <$	kleiner oder gleich, echt kleiner
$\geq, >$	größer oder gleich, echt größer
\succ	strikte Präferenz
\succeq	schwache Präferenz
\sim	Indifferenz
\Rightarrow	daraus folgt
\Leftrightarrow	äquivalent
$\stackrel{!}{=}$	wird gesetzt auf, ist definiert als
\oplus	Struktur, Rechenoperation
\otimes	Struktur, Rechenoperation
$\sum_{i=1}^n a_i$	$a_1 + a_2 + \dots + a_n$
$\infty, -\infty$	unendlich, minus unendlich
(a, b)	offenes Intervall von a bis b , a und b gehören nicht dazu bzw. geordnetes Paar bzw. Pfeil von a nach b
(d_{ij})	Matrix mit den Elementen d_{ij}
$[a, b]$	abgeschlossenes Intervall von a bis b , a und b gehören dazu
$[x]$	größte ganze Zahl $\leq x$
$[GE / ME]$	Einheit, hier Geldeinheit pro Mengeneinheit
$ a $	a absolut, definiert als a für $a \geq 0$ und $-a$ für $a < 0$
\in	Element von
\subset	Teilmenge von
\emptyset	leere Menge

$\{a, b, c\}$	Menge mit den Elementen a, b, c
$\{x \mid \dots\}$	Menge aller x , für die gilt
$ \{ \} $	Anzahl der Elemente einer Menge
A	Matrix
A^t, c^t	Transponierte der Matrix A bzw. des Vektors c
a_{ij}^*	Koeffizient im aktuellen Simplextableau
B	Basis
B^{-1}	Basisinverse
$(B^{-1})_k$	k -te Spalte von B^{-1}
b_{ik}^{-1}	i -te Komponente der k -ten Spalte von B^{-1}
$E(X)$	Erwartungswert einer Zufallsvariablen X
FA_{ij}	frühestmögliche Anfangszeit von Vorgang (i, j)
FE_{ij}	frühestmögliche Endzeit von Vorgang (i, j)
FZ_i	frühestmöglicher Zeitpunkt von Ereignis i
FP	freier Puffer
FRP	freier Rückwärtspuffer
$f : A \rightarrow B$	Funktion, die jedes Element der Menge A auf jeweils ein Element aus der Menge B abbildet
f^{-1}	Umkehrfunktion von f
GP	Gesamtpuffer
$g(k)$	Grad des Knotens k
$g^+(k)$	Ausgangsgrad des Knotens k
$g^-(k)$	Eingangsgrad des Knotens k
h_i	i -te Hilfsvariable
i, j	Indizes, besonders für Restriktionen bzw. Variable
I_m, I	$(m \times m)$ -Einheitsmatrix
LP	lineare Programmierung

MBK	mittlere Beschleunigungskosten
\max	Maximum, maximiere
\min	Minimum, minimiere bzw. Minuten
$\text{mod } m$	Modulo-Funktion
N	Nichtbasismatrix
\mathbb{N}	Natürliche Zahlen
$n!$	n Fakultät, $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$, $n \in \mathbb{N}$; $0! := 1$
$p(x)$	Wahrscheinlichkeit, dass x eintritt
$p(x y)$	bedingte Wahrscheinlichkeit, dass x eintritt, unter der Bedingung, dass y eingetreten ist
SA_{ij}	spätestzulässige Anfangszeit von Vorgang (i, j)
SE_{ij}	spätestzulässige Endzeit von Vorgang (i, j)
SZ_i	spätestzulässiger Zeitpunkt von Ereignis i
\mathbb{R}, \mathbb{R}^n	reelle Zahlen, n -dimensionale reelle Zahlen bzw. Vektoren
RS	Rechte Seite eines Gleichungssystems
\bar{s}	mittlere Warteschlangenlänge
s_i	i -te Schlupfvariable
UP	unabhängiger Puffer
$V(X)$	Varianz einer Zufallsvariablen X
\bar{w}	mittlere Wartezeit
X	Zufallsvariable
x_j	j -te Strukturvariable
z	Zielfunktionswert
\mathbb{Z}	ganze Zahlen
\mathbb{Z}^+	positive ganze Zahlen
$\mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$	nichtnegative ganze Zahlen
Δz	Kriteriumswerte

$\Delta z(x_j)$	zu x_j gehörender Kriteriumswert
$\Delta z'(x_j)$	modifizierter, zu x_j gehörender Kriteriumswert
Θ	Eliminationskriteriumswerte im Simplextableau
λ	Parameter, z.B. für Änderung, Endtermin oder Abfertigungsrate
μ	Erwartungswert, auch Abfertigungsrate
$O(n^2)$	Landau-Symbol, die maximale Laufzeit des Algorithmus wächst quadratisch in Abhängigkeit von der Problemgröße n
ρ	Auslastung, Verkehrsdichte
σ, σ^2	Standardabweichung, Varianz
Φ	Präferenzfunktional, Entscheidungsregel bzw. Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung