Theoretische Mechanik

Achim Feldmeier

Theoretische Mechanik

Analysis der Bewegung – eine physikalisch-mathematische Einführung

Springer Spektrum

Achim Feldmeier
Universtät Potsdam
Potsdam-Golm, Deutschland

ISBN 978-3-642-37717-4 ISBN 978-3-642-37718-1 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-37718-1

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Spektrum

Planung und Lektorat: Dr. Vera Spillner, Stella Schmoll
Redaktion: Dr. Michael Zillgitt

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-spektrum.de

Für Gudrun

Vorwort

Die klassische Mechanik handelt von Newtons II. Axiom $m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$.
Gesucht ist die Bahn $\vec{r}(t)$ der Masse m bei einer Krafteinwirkung $\vec{F}$.

Die *Kinematik* behandelt den einfachsten Fall $\ddot{\vec{r}} = 0$.
Sie führt auf Scheinbeschleunigungen, z. B. die Coriolisbeschleunigung.

Die Gleichung $m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$ wird auf drei äquivalente Weisen umformuliert:

- in die *Euler-Lagrange*-Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0,$$

- in die *Hamilton*-Gleichungen

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \qquad \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i},$$

- in die *Liouville*-Gleichung im Phasenraum

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = 0.$$

Die zwei klassischen, lösbaren Probleme der Mechanik sind

- das Keplerproblem als Beispiel einer nichtlinearen Zentralkraft,
- der harmonische Oszillator mit einer Quadratform für die Energie.

Zum Grundstoff einer Mechanikvorlesung gehören noch Drehungen (des starren Körpers), bei welcher Gelegenheit Tensoren eingeführt werden, und der Lagrangeformalismus erster Art für Systeme mit Zwangsbedingungen.

Kapitel 1 über Vektoranalysis setzt beim Leser einige Bereitschaft zu längeren Rechnungen voraus, die sich teils wohl erst *im* Kurs entwickelt. Darum, und weil die Vektoranalysis zwar ein Initiationsritus der Physik ist, mangelnde Vertrautheit mit ihr aber wenigstens in der Mechanik den Umgang mit dem Stoff kaum erschwert – sie wird in größerem Umfang erst beim Liouvilleschen Satz und beim Euler-Lagrange-Formalismus erster Art gebraucht –, betrachte ich dieses Kapitel als semesterbegleitend.

Kapitel 10 über Störungen stellt zwei etwas aufwendigere Rechnungen vor, die Herleitung der Greenfunktion des Oszillators sowie der Resonanznenner bei der Kolmogorowtransformation im KAM-Theorem. Beides gehört nicht zum traditionellen Lehrstoff, erscheint mir aber interessant und modern.

Weil es aus Vorlesungen entstand, ist das Buch nicht auf Vollständigkeit bedacht, sondern will nur einen Querschnitt geben. Sein Inhalt sollte das in einer vierstündigen Vorlesung Mögliche um nicht mehr als ein Viertel überschreiten.

Das Erscheinungsbild des Textes mag verwundern:
Fast alle Sätze sind kürzer als eine Zeile.
Dies bedeutet nicht, dass der Text in Skriptform ist.
Sondern ich versuche, Text wie Herleitungen stark zu gliedern.
Die meisten Gedanken sollten sich ja in einer Zeile ausdrücken lassen.

Mathematische Logik, analytische Philosophie, Informatik, Linguistik und Mikrobiologie arbeiten mit syntaktischen Transformationen von Zeichenketten. Vielleicht kann das Buch einen ersten Eindruck vom Reiz dieses in der Physik so genannten *Umformens* vermitteln; und vielleicht ist das auch schon *Denken*.

Ich bedanke mich bei den Hörerinnen und Hörern dieser Vorlesung, die durch ihre Rückfragen zur Schärfung der Argumente beigetragen haben. Mein Dank gilt Herrn Timo Felbinger und Herrn Professor Martin Wilkens für fachliche Gespräche und Hilfe, Frau Dr. Spillner, Herrn Dr. Zillgitt, Frau Barth und Frau Schmoll vom Springer-Verlag für die sehr gute Betreuung des Buches, und ganz besonders meiner Frau für ihre Geduld bei der Abfassung.

Kritik und Anregungen sind willkommen unter: afeld@uni-potsdam.de

Achim Feldmeier

Die ganze Methode der Differentialrechnung ist in dem Satze, daß $\mathrm{d}x^n = nx^{n-1}\,\mathrm{d}x, \ldots$ absolvirt. Man bedarf weiter nichts zu erlernen …; in wenig Zeit, vielleicht in einer halben Stunde …, kann man die ganze Theorie inne haben.

G.W.F. Hegel, Wissenschaft der Logik, Teil 1 (1832), Gesammelte Werke Bd. 21, Hrsg. Hogemann u. Jaeschke, Meiner, Hamburg, 1985, S. 273f

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungen

bzgl.	bezüglich
d. h.	das heißt
i. a.	im allgemeinen
s.	siehe
s. u.	siehe unten
S.	Seite
u. a.	unter anderem
vgl.	vergleiche
DGL	Differentialgleichung
ELG	Euler-Lagrange-Gleichung
PvA	Prinzip der virtuellen Arbeit